

Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, ed il corrispondente risultato numerico se richiesto, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

**Problema 1.** Una persona di massa  $m = 80$  kg si lancia da un ponte di altezza  $h_1 = 80$  m con velocità iniziale nulla, attaccata a una corda elastica avente lunghezza a riposo  $l = 40$  m. Sapendo che la costante elastica della corda è  $k = 150$  N/m:

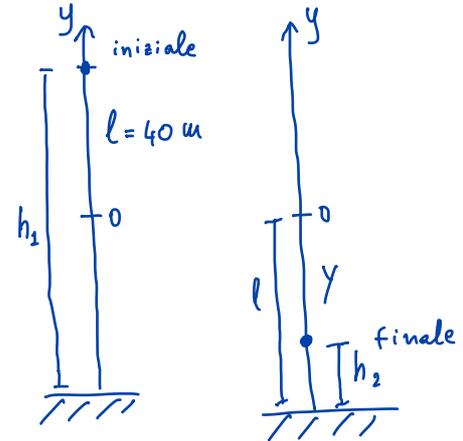
3/3

- a) Determinare l'altezza  $h_2$  dal suolo a cui la corda elastica ferma la caduta della persona, ossia l'altezza minima raggiunta dalla persona. *Cons. energia meccanica:*

$$mgl = E_i = E_f = mgy + \frac{1}{2}ky^2$$

$$y^2 + \frac{2mg}{k}y - \frac{2mgl}{k} = 0 \rightarrow y = -\frac{mg}{k} - \sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2} + \frac{2mgl}{k}} < 0$$

$$h_2 = l + y = \left\{ \begin{array}{l} A: 14 \text{ m} \\ B: 5.9 \text{ m} \end{array} \right\}$$



3/3

- b) Determinare l'accelerazione massima  $a_{max}$  della persona.

$$ma_{max} = -ky - mg$$

$$a_{max} = -\frac{k}{m}y - g = \left\{ \begin{array}{l} A: 39 \text{ m/s}^2 \\ B: 33 \text{ m/s}^2 \end{array} \right\}$$

4/4

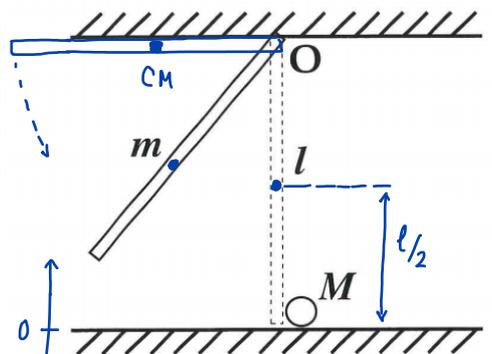
- c) Determinare l'altezza finale  $h_3$  dal suolo a cui si ferma la persona dopo che le oscillazioni si sono smorzate.

Equilibrio delle forze:  $0 = -ky_0 - mg$

$$y_0 = -\frac{mg}{k}$$

$$h_3 = l + y_0 = \left\{ \begin{array}{l} A: 34.8 \text{ m} \\ B: 32.2 \text{ m} \end{array} \right\}$$

**Problema 2.** Una sbarra omogenea di massa  $m = 0.50$  kg e lunghezza  $l = 70$  cm è incernierata al punto O attorno al quale può ruotare liberamente senza attrito. All'inizio la sbarra è lasciata cadere dalla posizione orizzontale (ovvero quando l'angolo che essa forma con la verticale è pari a  $90^\circ$ ). Quando essa si trova in posizione verticale, urta con la propria estremità inferiore una sferetta di massa  $M = 2.5$  kg e dimensioni trascurabili, inizialmente ferma e libera di muoversi su un piano privo di attrito (vedi Figura a destra).



3/3

- a) Calcolare l'energia cinetica della sbarra nell'istante appena prima dell'urto con la sferetta.

$$E_i = E_f$$

$$E_i = K_i + U_i = mgl$$

$$E_f = K_f + U_f = K_f + mg\frac{l}{2}$$

$$K_f = mgl - mg\frac{l}{2} = mg\frac{l}{2} = 1.7 \text{ J}$$

5/5

b) Determinare l'angolo massimo  $\theta_{max}$  raggiunto dalla sbarra dopo l'urto nel caso di un urto perfettamente elastico. *Urto elastico: energie e momento angolare si conservano*

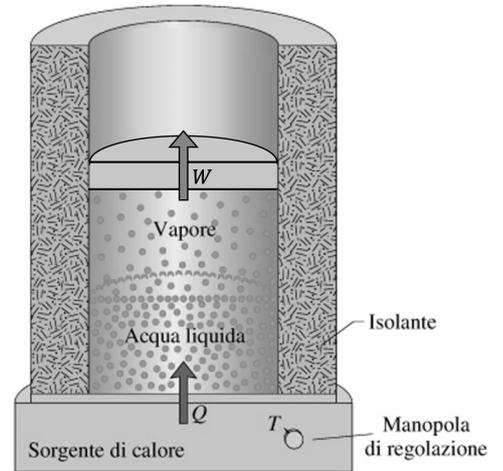
$$\begin{aligned}
 & I \omega_i = L_i = L_f = I \omega_f + M v l \quad \rightarrow M v l = I (\omega_i - \omega_f) \\
 & \frac{1}{2} I \omega_i^2 = E_i = E_f = \frac{1}{2} I \omega_f^2 + \frac{1}{2} M v^2 \quad \rightarrow M v^2 = I (\omega_i^2 - \omega_f^2) = I (\omega_i - \omega_f)(\omega_i + \omega_f) \\
 & v = l (\omega_i + \omega_f) = \frac{I}{M l} (\omega_i - \omega_f) \quad \rightarrow \omega_f \left( \frac{I}{M l} + l \right) = \omega_i \left( \frac{I}{M l} - l \right) \\
 & m g \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_{max}) = \frac{1}{2} I \omega_f^2 \quad \omega_f = \left( \frac{I - M l^2}{I + M l^2} \right) \omega_i
 \end{aligned}$$

4/4

c) Nel caso di urto completamente anelastico, la sferetta rimane invece incollata alla sbarra dopo l'urto. Calcolare l'energia meccanica totale del sistema sbarra-sferetta dopo l'urto in questo caso, e ricavarne il rapporto con l'energia meccanica del sistema prima dell'urto. *Urto anelastico: cons. mom. angolare*

$$\begin{aligned}
 I \omega_i = L_i = L_f = I_{tot} \omega_{tot} &= (I + M l^2) \omega_{tot} \\
 K_f = \frac{1}{2} I_{tot} \omega_{tot}^2 &= \frac{1}{2} I_{tot} \left( \frac{I \omega_i}{I_{tot}} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{I^2}{I_{tot}} \omega_i^2 = \frac{I}{I_{tot}} K_i \rightarrow \frac{K_f}{K_i} = \begin{cases} A: 6.3 \cdot 10^{-2} \\ B: 4.5 \cdot 10^{-2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

**Problema 3.** Una massa  $M = 1$  kg di acqua liquida inizialmente alla temperatura di  $80^\circ\text{C}$  viene riscaldata e si trasforma gradualmente in vapore acqueo a  $100^\circ\text{C}$ . Il processo avviene all'interno di un grande pistone posto a pressione atmosferica, la cui parete superiore può scorrere verticalmente senza attrito (vedi Figura a fianco). A seguito della trasformazione, il volume passa dal volume iniziale dell'acqua liquida a  $1.67 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  di vapore.



3/3

a) Calcolare il lavoro compiuto dal sistema a seguito della trasformazione.

$$\begin{aligned}
 W &= p (V_f - V_i) = 1 \text{ atm} (1.67 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\
 &\quad - 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) = 67.9 \text{ J}
 \end{aligned}$$

2/2

b) Determinare quanto calore deve essere fornito all'acqua per completare la trasformazione in vapore, e calcolare la variazione di energia interna del sistema. Si ricordi che il calore specifico dell'acqua è  $c_a = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$  e il calore latente di evaporazione dell'acqua è  $L_{ev} = 2257 \text{ kJ/kg}$ . *Nota: 1 cal  $\approx$  4.187 J*

$$\begin{aligned}
 Q_{tot} &= Q_1 + Q_{ev} = M c_a (T_f - T_i) + M L_{ev} = \{ A: 2.34 \text{ MJ} ; B: 2.42 \text{ MJ} \} \\
 \Delta U &= Q - W \approx Q
 \end{aligned}$$

3/3

b) Determinare la variazione di entropia dell'acqua a seguito dell'intera trasformazione.

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_1 + \Delta S_{ev} = M c_a \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right) + M \frac{L_{ev}}{T_f} = \left\{ \begin{aligned} & A: 6.28 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} ; \\ & B: 6.53 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \end{aligned} \right\}$$

2/2

d) Ipotizziamo che la trasformazione dell'acqua in vapore avvenga in maniera improvvisa ed a pressione non costante. A quanto ammonta la variazione di entropia del sistema in questo caso?

*L'entropia è una f. di stato,  $\Delta S$  è uguale al caso precedente.*