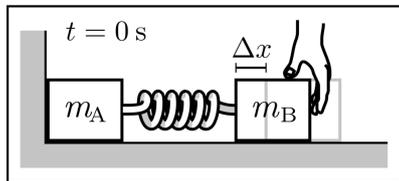


Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo (almeno) il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, ed il corrispondente risultato numerico se richiesto, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

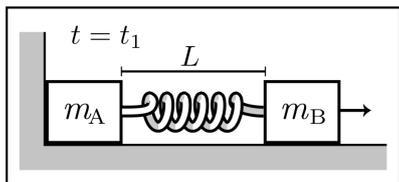
**Problema 1.** Blocco A e blocco B, di massa  $m_A=1.5\text{kg}$  e  $m_B=0.5\text{kg}$ , sono collegati da una molla ideale con costante elastica  $k=5.0\text{ kN/m}$ , lunghezza naturale  $L=25\text{cm}$  e massa trascurabile. Il sistema è posto su una superficie priva di attrito. Inizialmente, il blocco A è a contatto con una parete, mentre il blocco B viene spinto in modo tale da comprimere la molla di una distanza  $\Delta x = -5.0\text{ cm}$ .



a) Calcolare l'energia potenziale elastica del sistema in questa configurazione iniziale.

4

$$U = \frac{1}{2} k \Delta x^2 = \begin{cases} 6.25 \text{ J (A)} \\ 12.5 \text{ J (B)} \end{cases}$$



Successivamente, il blocco B viene rilasciato improvvisamente. Sia  $t_1$  il momento in cui la compressione della molla diventa zero. Le seguenti due domande riguardano questo istante specifico  $t_1$ .

b) Utilizzare il principio della conservazione dell'energia per calcolare la velocità del blocco B al tempo  $t_1$ .

3

$$U_i + K_i = E_i = E_f = U_f + K_f \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{k}{m}} \Delta x = \begin{cases} 5.0 \text{ m/s (A)} \\ 7.1 \text{ m/s (B)} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} k \Delta x^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$\vec{v}_B = v_B \hat{i}$  (verso x positivi)

c) Calcolare la velocità del centro di massa del sistema allo stesso istante  $t_1$ .

3

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{m_A + m_B} (m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B) = \frac{m_B}{m_A + m_B} \vec{v}_B = \frac{1}{4} \vec{v}_B = \begin{cases} 1.25 \text{ m/s (A)} \\ 1.8 \text{ m/s (B)} \end{cases}$$

d) Facoltativo: calcolare l'ampiezza massima delle oscillazioni del sistema dopo il tempo  $t_1$ .

+ 3

Energia totale dopo stacco:  $E_{tot} = K_{cm} + K_{rel} + U_{el}$

$U_{el}$  è massima quando  $K_{rel} = 0$  (fissa)

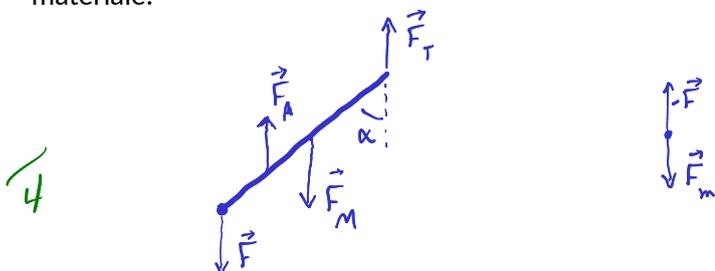
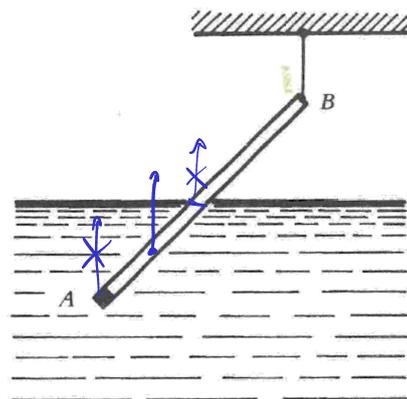
$$\Rightarrow \frac{1}{2} k \Delta x_{max}^2 = U_i - K_{cm}$$

$$K_{cm} = \dots = U \frac{m_B}{m_A + m_B}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{max} = \sqrt{\frac{m_A}{m_A + m_B}} \Delta x = 4.3 \text{ cm}$$

**Problema 2.** Una sbarra omogenea AB di lunghezza  $\ell$  e massa  $M = 14.0\text{ kg}$  è sostenuta all'estremo B da una fune ideale verticale, ed è caricata in A da un punto materiale di massa  $m = M/2$ . All'equilibrio, la sbarra galleggia con la sua metà inferiore sommersa (vedi figura) in un liquido di densità  $\rho = 1.2\text{ kg/dm}^3$ .

a) Disegnare il diagramma di corpo libero relativo alla sbarra e al punto materiale.



Nell'ipotesi di poter trascurare la spinta di Archimede agente sul punto materiale di massa  $m$ , calcolare.

b) Il volume  $V$  della sbarra. [Suggerimenti: prendere come polo dei momenti il punto B, e considerare quale punto di applicazione della spinta di Archimede sulla sbarra il centro di massa della parte immersa.]

$$\sum \vec{\tau} = 0 \quad \cancel{\frac{1}{2} \sin \alpha F_M} + \cancel{\frac{1}{2} \sin \alpha F_m} - \frac{3L}{4} \sin \alpha F_A = 0 \quad \Rightarrow F_A = \frac{4}{3} \left( \frac{1}{2} F_M + F_m \right)$$

$$F_A = \rho g \frac{V}{2} = \frac{4}{3} \left( \frac{1}{2} M g + \frac{M}{2} g \right) = \frac{4}{3} M g \quad \left( V_{\text{sommersa}} = \frac{V}{2} \right)$$

$$\Rightarrow V = \frac{9}{3} \frac{M}{\rho} = \begin{cases} 31 \text{ dm}^3 & (A) \\ 36 \text{ dm}^3 & (B) \end{cases}$$

c) L'intensità  $T$  della tensione della fune.

$$\sum \vec{F} = 0: \quad \vec{F}_M + \vec{F}_m + \vec{F}_A + \vec{F}_T = 0 \quad F_T = M g + \frac{1}{2} M g - \frac{2}{3} M g - \frac{2}{3} M g = \frac{1}{6} M g$$

componente verticale:  $-F_M - F_m + \frac{4}{3} \left( \frac{1}{2} F_M + F_m \right) + F_T = 0$

$$F_T = \begin{cases} 23 \text{ N} \\ 26 \text{ N} \end{cases}$$

**Problema 3.** Una quantità ~~pari a 20 mol~~ di azoto gassoso ( $N_2$ ) sono poste inizialmente in un contenitore a pressione  $P_0 = 1.0 \text{ atm}$ , volume  $V_0 = 10 \text{ L}$  e temperatura  $T_0 = 293.2 \text{ K}$ . Il gas viene compresso adiabaticamente e reversibilmente fino ad un volume  $V_1 = 1.5 \text{ L}$ . A causa dell'imperetto isolamento termico, dopo un certo tempo il gas ritorna alla temperatura iniziale  $T_0$ .

a) Assumendo che il gas si comporti come un gas perfetto, calcolare la pressione massima e la temperatura massima raggiunte dal gas.

$$\text{Compressione adiabatica: } P_0 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5} \quad \text{gas diatomico}$$

$$P_1 = P_0 \left( \frac{V_0}{V_1} \right)^\gamma = 14.2 \text{ atm} = 1440 \text{ kPa} \quad T_1 = T_0 \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} = 626 \text{ K}$$

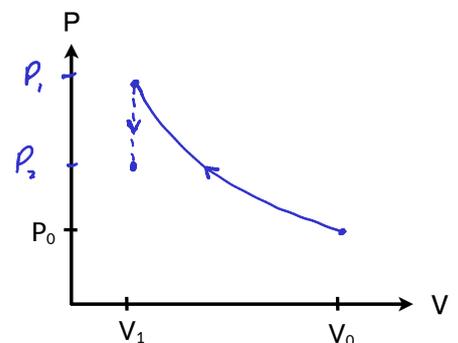
b) Determinare la pressione finale del gas.

$$\text{Raffreddamento isocoro:}$$

$$P_2 V_1 = n R T_0 = P_0 V_0$$

$$\Rightarrow P_2 = P_0 \frac{V_0}{V_1} = 6.67 \text{ atm} = 676 \text{ kPa}$$

c) Disegnare l'evoluzione dello stato termodinamico del gas nel diagramma a fianco.



d) Calcolare la variazione totale di energia interna  $\Delta U$  e la variazione totale di entropia  $\Delta S$  del gas.

$$* \Delta U = 0 \text{ poich\u00e9 le temperature iniziale e finale sono uguali.}$$

$$* \Delta S = 0 \text{ durante il processo adiabatico} \quad c_v = \frac{5}{2} R \quad \rightarrow n c_v = \frac{5}{2} n R = \frac{5}{2} \frac{P_1 V_1}{T_0}$$

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dU}{T} = n c_v \ln \left( \frac{T_0}{T_1} \right) = -6.55 \text{ J/K}$$

isocora