SOLUZIONE

Università di Trieste A.A. 2022/2023 Lauree Triennali in Ingegneria

FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 21.02.2024

Cognome: VITALE **Nome:** LORENZO **CdS:** IND/NAV

Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo (almeno) il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, ed il corrispondente risultato numerico se richiesto, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Uno sciatore si lascia scivolare lungo una pista da sci di lunghezza $L = 95$ m partendo con una velocità iniziale di modulo $v_i = 5.0$ m/s. La pendenza della pista rispetto all'orizzontale è $\theta = 20°$. Il coefficiente di attrito dinamico tra gli sci e la neve della pista è $\mu = 0.12$.

a) Disegnare il diagramma a corpo libero dello sciatore e calcolare il suo vettore accelerazione.

3

Schema

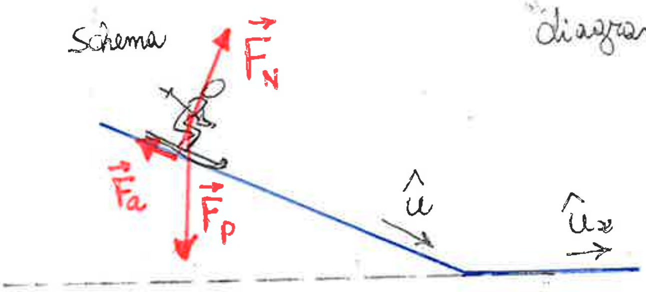
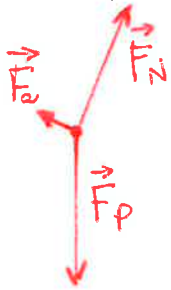


diagramma a corpo libero



$\sin\theta = 0.3420$

$\cos\theta = 0.9397$

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vdots$

$$\boxed{\begin{array}{l} a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \\ \vec{a} = 2.2\,m/s^2\,\hat{u} \end{array}}$$

b) Determinare la velocità dello sciatore in fondo alla pista.

4

Diversi modi:

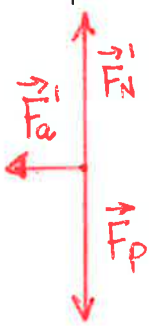
1) Bilancio energetico: $mgL\sin\theta + \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + L(mg\mu\cos\theta)$

2) Pura cinematica: $v_f^2 = v_i^2 + 2aL$

$$\boxed{v_f = 21\ m/s}$$

c) Dopo essere transitato in fondo al tratto di pista pendente, lo sciatore percorre un tratto di pista orizzontale dove la neve ha iniziato a sciogliersi e conseguentemente il coefficiente di attrito dinamico tra gli sci e la neve ha un valore maggiore al precedente, pari a $\mu_{or} = 0.25$. Quanto tempo impiegherà lo sciatore a fermarsi completamente?

3



$|\vec{F}_N'| = mg$

$|\vec{F}_a'| = \mu_{or}mg$

$\vdots$

$a_x' = -\mu_{or}g$

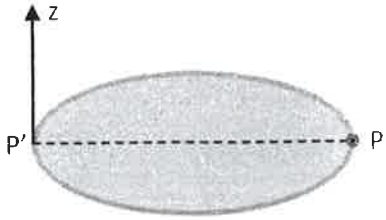
$v_x'(t) = v_{0x}' - \mu_{or}gt$

moto decelerato che vale solo fino a quando si ferma $v_x'(t') = 0$

$v_{0x}' = v_f$

$$\boxed{t' = \frac{v_f}{\mu_{or}g} = 8.7s}$$

Problema 2. Un disco sottile e omogeneo ha massa M e raggio R. Al bordo P del disco viene saldato un punto materiale della stessa massa M. Il sistema così ottenuto si mette in rotazione antioraria attorno all'asse verticale z perpendicolare al disco e passante per il punto P' del disco opposto a P.



a) Trovare l'espressione algebrica del momento di inerzia I_z rispetto all'asse z del sistema.

3

$$I_z = I_z^{sist} = I_z^{disco} + I_z^{Punto} =$$

$$= \left(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{disco attorno suo CM}}}{\tfrac{1}{2}MR^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{teorema assi paralleli}}}{MR^2}\right) + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{punto materiale distante 2R dall'asse}}}{M(2R)^2} = \boxed{\frac{11}{2}MR^2}$$

b) Calcolare il valore numerico del momento di inerzia del sistema I_z rispetto all'asse z, sapendo che l'energia necessaria per mettere in rotazione il sistema con velocità angolare $\vec{\omega}_0$ = 13 rad/s $\hat{k}$ è pari a 1.7 J (partendo da fermo).

3

Per il teorema lavoro-energia

$$\underset{\text{positivo}}{W} = K_f - \underset{=0}{K_i} = \frac{1}{2} I_z \omega_0^2$$

$$\boxed{I_z = \frac{2W}{\omega_0^2} = 2.0 \cdot 10^{-2}\ \text{Kg m}^2}$$

c) Determinare quanti giri servono per fermare il sistema avente inizialmente la velocità angolare $\vec{\omega}_0$ del punto precedente e applicando un momento frenante medio pari a $\vec{\tau}_m$ = -1.8 10^{-2} Nm $\hat{k}$.

4

Sempre per il teorema lavoro-energia il lavoro per frenare W_{fr} (negativo)

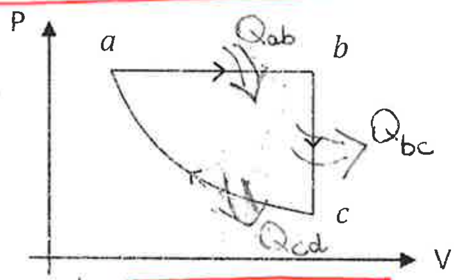
$$W_{fr} = \underset{=0}{K_f'} - \underset{\substack{\text{energia}\\\text{cinetica}\\\text{del punto precedente}}}{K_i'} = -\frac{1}{2} I_z \omega_0^2 = -W$$

Inoltre $W_{fr} = \vec{\tau}_m \cdot \vec{\Delta\theta}$

$= -|\vec{\tau}_m| \cdot n\, 2\pi$

$$\boxed{n = \frac{W}{|\vec{\tau}_m| \cdot 2\pi} = 15 \text{ giri}}$$

Problema 3. Una quantità pari a 2.00 moli di gas perfetto biatomico compiono il ciclo reversibile indicato nella figura, composto da una trasformazione isobara, una isocora ed una isoterma. Sapendo che in a il gas occupa un volume $V_a = 1.50$ L alla pressione di $P_a = 1.50 \cdot 10^5$ Pa, e che in b il volume del gas è pari al doppio del volume in a:



a) Calcolare pressione, volume e temperatura nei tre stati a, b e c.

3

Stato a $\quad V_a = 1.50 \cdot 10^{-3}\ m^3 \quad P_a = 1.50 \cdot 10^5\ Pa$

Stato b $\quad V_b = 2V_a = 3.00 \cdot 10^{-3}\ m^3 \quad P_b = P_a$

Stato c $\quad T_c = T_a \quad V_c = V_b = 2V_a$

$$T_a = \frac{P_a V_a}{nR} = 13.5\ K$$

$$T_c = 2T_a = 27.0\ K$$

$$P_c = \frac{P_a}{2} = 0.75 \cdot 10^5\ Pa$$

b) Calcolare la variazione di energia interna del gas in ognuna delle trasformazioni.

3

$a \to b$ isobara $\quad \Delta U_{ab} = n c_V \Delta T_{ab} = 561\ J$

$b \to c$ isocora $\quad \Delta U_{bc} = n c_V \Delta T_{bc} = -561\ J$

$c \to a$ isoterma $\quad \Delta U_{ca} = 0\ J$

$\Delta U = Q - W$

per gas perfetto

$U = n c_V T$

$c_V = \frac{5}{2} R$

$c_p = c_V + R = \frac{7}{2} R$

c) Calcolare il calore scambiato in ogni trasformazione.

3

$$Q_{ab} = n c_p \Delta T \text{ oppure } = \Delta U_{ab} + W_{ab} = 561 J + \underbrace{P_a \Delta V}_{225 J} = 786 J$$

$$Q_{bc} = n c_V \Delta T \text{ oppure } \Delta U_{bc} + 0 = -561 J$$

$$Q_{ca} = W_{ca} = P_c V_c \ln \frac{V_a}{V_c} = -156\ J$$

d) Determinare il rendimento del ciclo.

1

$$\boxed{\eta = \frac{W_{netto}}{Q_{ass}} = \frac{W_{ab} + W_{ca}}{Q_{ab}} = \frac{225 - 156}{786} = 0.088}$$