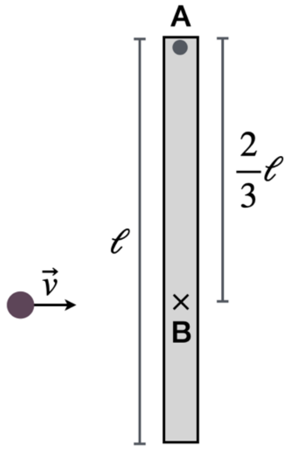
Università di Trieste A.A. 2023/2024 Lauree Triennali in Ingegneria Industriale e Navale **A**

FISICA GENERALE 1, Seconda Prova Parziale, 30.05.2024

Cognome ___________________ **Nome** _________________ **CdS** _________ **Anno** _________

Istruzioni: Per ciascuna domanda rispondere fornendo (almeno) il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, ed il corrispondente risultato numerico se richiesto, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Esercizio 1. Un'asta omogenea di massa $M = 0.20\ \mathrm{kg}$ e lunghezza $\ell = 60\ \mathrm{cm}$ inizialmente ferma è appesa alla sua estremità superiore **A** attraverso un perno che le permette ruotare e oscillare. Una piccola pallina di plastilina di massa $m = 25\ \mathrm{g}$ colpisce orizzontalmente l'asta nel punto **B** posto a 2/3 della sua lunghezza e vi rimane attaccata.



(a) Determinare l'espressione analitica del momento d'inerzia I_A del sistema dopo l'urto rispetto all'asse passante per il perno in **A**.

$$\boxed{I_A = \left(\frac{1}{3}M + \frac{4}{9}m\right)\ell^2}$$

Verifica col punto successivo $I_A = (24+4)\cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg\,m^2} = 2.8\cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg\,m^2}$

(b) Sapendo che la velocità della pallina prima dell'urto vale in modulo $v = 1.4\ \mathrm{m/s}$ e che il momento d'inerzia $I_A = 2.8\cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg\,m^2}$, determinare la velocità angolare ω_A del sistema immediatamente dopo l'urto.

Nell'urto si conserva il momento angolare. Attenzione che energia e quantità di moto, NON si conservano.

$$\boxed{\omega_A = \frac{2/3\ell m v}{I_A} = 0.50\ \mathrm{rad/s}}$$

(c) Determinare l'energia dissipata nell'urto.

Prima dell'urto c'è solo l'energia cinetica della pallina, dopo l'urto solo quella rotazionale del sistema, mentre l'energia potenziale gravitazionale non varia.

$$\boxed{\Delta E = E_f - E_i = \frac{1}{2}I_A\omega_A^2 - \frac{1}{2}mv^2 = (0.0035 - 0.0245)\ \mathrm{J} = -0.021\ \mathrm{J}}$$

(d) Determinare le espressioni analitiche e i valori numerici per l'ampiezza di oscillazione massima $\theta_{\max}$ e il periodo di oscillazione T del sistema nel regime di piccole oscillazioni. *Suggerimento:* Trattare il sistema come un pendolo fisico considerando il centro di massa del sistema.

La distanza del c.m. dal perno A è $d_{cm} = 0.518\ l \simeq 0.311\mathrm{cm}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{(M+m)g d_{cm}}} = 1.27\ \mathrm{s} = 1.3\ \mathrm{s}}$$

$\theta(t) = \theta_{\max}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ *derivando trovo la vel. ang.* $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \theta_{\max}\frac{2\pi}{T}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ *Per* $t = 0$: $\omega(t=0) = \omega_A$

$$\boxed{\theta_{\max} = \omega_A\frac{T}{2\pi} = 0.10\ \mathrm{rad} \simeq 5.8°}$$

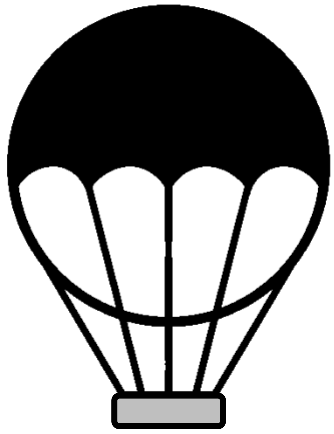
Soluzione più laboriosa, ma comunque corretta, è di usare la conservazione dell'energia per calcolare il sollevamento verticale Δh del cm $\frac{1}{2}I_A\omega_A^2 = (\mathrm{M}+\mathrm{m})\mathrm{g}\Delta h$ e poi ricavare $\theta_{\max} = \mathrm{acos}(1 - \frac{\Delta h}{d_{cm}})$

(e) A causa di effetti non conservativi come l'attrito tra il perno e l'asta e la resistenza dell'aria, il sistema ritorna ad uno stato di quiete dopo 25 s. Calcolare la potenza media esercitata dalle forze non conservative in questo intervallo di tempo.

Subito dopo l'urto Il sistema ha energia cinetica $E_d = \frac{1}{2}I_A\omega_A^2$ e dopo 25 s è in quiete con energia $E_q = 0$

$$\boxed{\bar{P} = \frac{E_q - E_d}{\Delta t} = -\frac{I_A\omega_A^2}{2\cdot 25} \simeq -0.14\cdot 10^{-3}\ \mathrm{W}}$$

Esercizio 2. Un pallone aerostatico per uso metereologico contenente Elio ha una massa complessiva $M = 1.10 \cdot 10^3$ kg e sta scendendo verticalmente con un'accelerazione di modulo $a = 0.19 \text{ m/s}^2$, diretta verso il basso.



N.B. La massa complessiva M comprende la struttura, l'equipaggiamento, la zavorra, l'involucro del pallone e anche il gas all'interno del pallone.

(a) Determinare la massa m_z di zavorra che deve essere sganciata affinché il pallone arresti la sua caduta e riparta con accelerazione dello stesso modulo a, ma diretta verso l'alto.

$$\boxed{m_z = \frac{2Ma}{a+g} = 41.8 \text{ kg} = 42 \text{ kg}}$$

Proietto Newton lungo y prima e dopo sgancio zavorra (oriento y verso l'alto)
$M(-a) = F_s - Mg \quad (M - m_z)a = F_s - (M - m_z)g$ e le sottraggo fra di loro

(b) Si calcolino il modulo della spinta di Archimede e il volume V del pallone. Si assuma che il volume dell'involucro del pallone, della struttura e dell'equipaggiamento siano trascurabili. Per la densità dell'aria, si usi il valore $\rho_{\text{aria}} = 1.29 \text{ kg/m}^3$.

$$\boxed{F_s = M(g-a) = (M - m_z)(g+a) = 10.58 \text{ kN} = 10.6 \text{ kN}}$$

$$\boxed{V = \frac{F_s}{\rho_{\text{aria}}\, g} = 836 \text{ m}^3}$$

ossia ha un raggio $R \simeq 5.84$ m

(c) Ipotizzando che il volume del pallone rimanga costante durante l'ascesa nell'atmosfera [*indicare l'affermazione corretta con una crocetta*]:

- ☐ Il pallone procede con accelerazione costante fino a uscire dall'atmosfera;
- ☑ L'accelerazione verso l'alto del pallone diminuisce progressivamente durante l'ascesa.
- ☐ Ad un certo punto il pallone inverte il suo moto e scende fino a terra;
- ☐ Il pallone accelera sempre di più durante l'ascesa.

La densità dell'aria (fluido comprimibile) diminuisce progressivamente e quindi anche la spinta di Archimede

(f) A causa del sopraggiungere di un temporale, la temperatura esterna decresce di 5.0 °C. Mantenendo il suo volume costante, l'Elio all'interno del pallone raggiunge l'equilibrio termico con l'aria esterna. Calcolare la variazione di pressione ΔP dell'Elio nel pallone conseguente al raffreddamento, assumendo valida l'approssimazione di gas ideale. Per l'Elio si usino i valori di densità $\rho_{\text{He}} = 0.18 \text{ kg/m}^3$ e di massa molare $m_{\text{He}} = 4.00$ g/mol.

Calcolo il numero di moli di elio e sottraggo membro a membro l'equazione del gas perfetto fra gli stati f e i.

$$n = \frac{M_{\text{He}}}{m_{\text{He}}} = \frac{V\rho_{\text{He}}}{m_{\text{He}}} = 37360\, mol = 3.76\ 10^4\, mol \qquad P_i V_i = nRT_i \text{ e } P_f V_i = nRT_f \longrightarrow$$

$$\boxed{(P_f - P_i) = \Delta P = \frac{nR}{V_i}(T_f - T_i) = -1.87 \text{ kPa} = -1.9 \text{ kPa}}$$

(d) Calcolare il calore Q che l'Elio cede verso l'ambiente fino al raggiungimento dell'equilibrio con l'aria esterna.

$$\boxed{Q = nC_v\Delta T = \frac{V\rho_{\text{He}}}{m_{\text{He}}} \times \frac{3}{2}R \times \Delta T = -2.346 \text{ MJ} = -2.3 \text{ MJ}}$$

Negativo perché si raffredda e cede calore all'ambiente.

(e) Quanto vale la variazione di energia interna ΔU del gas conseguente al raffreddamento?

$$\boxed{\Delta U = Q - W = Q = -2.3 \text{ MJ}}$$