

Esame di Programmazione Informatica

17 gennaio 2025

Esercizio 1 (17/30)

Si considerino n punti $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ nel piano, ognuno dei quali è identificato dalle coordinate cartesiane $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)$. Scrivere una funzione MATLAB che prenda come argomenti in ingresso i due vettori $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$ e $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_n]$ rispettivamente delle coordinate x e y degli n punti, e restituisca come argomento in uscita la matrice $\mathbf{D}$, di dimensione $n \times n$, delle distanze tra ogni coppia di punti. Ogni elemento d_{ij} della matrice $\mathbf{D}$ rappresenta quindi la distanza tra il punto $\mathbf{x}_i$ ed il punto $\mathbf{x}_j$.

Mostrare poi come utilizzare la precedente funzione per ottenere la matrice delle distanze nel caso di 3 punti $\mathbf{x}_1 = (1, 0)$, $\mathbf{x}_2 = (4, 0)$, $\mathbf{x}_3 = (2, 3)$. La matrice ottenuta è simmetrica? Che valori si ottengono sulla diagonale principale?

Soluzione: implementiamo la funzione mediante un doppio ciclo `for` che scorrerà tutte le n righe e tutte le n colonne della matrice $\mathbf{D}$, calcolando n come lunghezza dei vettori in ingresso:

derivata.m

```
function D = distanze(x, y)
    n = length(x) ;
    D = zeros(n, n) ;
    for i = 1 : n
        for j = 1 : n
            dx = x(j) - x(i) ;
            dy = y(j) - y(i) ;
            D(i,j) = sqrt(dx^2 + dy^2) ;
        end
    end
end
```

Utilizzo nel caso $\mathbf{x}_1 = (1, 0)$, $\mathbf{x}_2 = (4, 0)$, $\mathbf{x}_3 = (2, 3)$:

```
x1 = [1,0] ;
x2 = [4,0] ;
x3 = [2,3] ;
xy = [x1; x2; x3] ;
D = distanze(xy(:,1), xy(:,2))
```

ottenendo una matrice $\mathbf{D}$ simmetrica e con 0 sulla diagonale principale ($d_{ii} = 0$, ossia la distanza di un punto da se stesso è sempre 0).

Esercizio 2 (16/30)

La seguente funzione:

$$f(x) = x^k(a \log x + b)$$

può essere rappresentata in MATLAB dal vettore $\mathbf{f} = [k, a, b]$ dei 3 parametri reali k (esponente di x), a (coefficiente di $\log x$), b (costante dentro la parentesi).

La derivata di $f(x)$ è:

$$f'(x) = x^{k-1} [(ak) \log x + (a + bk)]$$

che è dello stesso tipo di $f(x)$. Analogamente ad $f(x)$, quindi, $f'(x)$ può essere rappresentata dal vettore $\mathbf{df}$ dei suoi 3 parametri.

Scrivere una funzione MATLAB che prenda come argomento in ingresso il vettore $\mathbf{f}$ dei 3 parametri di $f(x)$ e restituisca come argomento in uscita il vettore $\mathbf{df}$ dei 3 parametri di $f'(x)$.

Mostrare poi come utilizzare la precedente funzione per calcolare la derivata seconda di $x^3 \log x$. Che funzione si ottiene?

Soluzione: operiamo esplicitamente estraendo i 3 parametri dal vettore in ingresso **f** ed assegnando i valori dei parametri di **df** dopo aver copiato tale vettore da **f** per comodità:

derivata.m

```
function df = derivata(f)
    k = f(1) ;
    a = f(2) ;
    b = f(3) ;
    df = f ;
    df(1) = k - 1 ;
    df(2) = a * k ;
    df(3) = a + b * k ;
end
```

Utilizzo nel caso $f(x) = x^3 \log x$:

```
f = [3, 1, 0] ;
df = derivata(f) ;
ddf = derivata(df)
```

ottenendo **ddf** = [1, 6, 5], ossia $f''(x) = x(6 \log x + 5)$.