

Corso di impiego industriale dell'energia



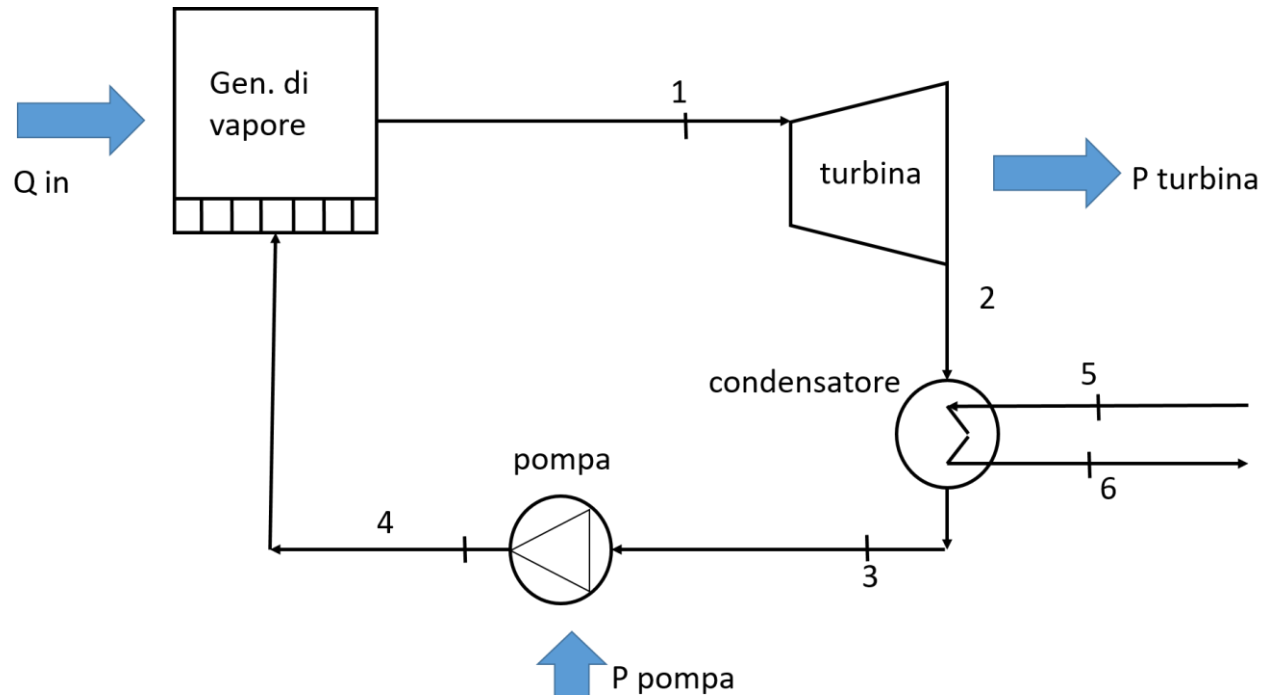
EES – Esercizi su impianti a vapore

Prof. Rodolfo Taccani

Ing. Chiara Dall'Armi

A.A. 2020-21

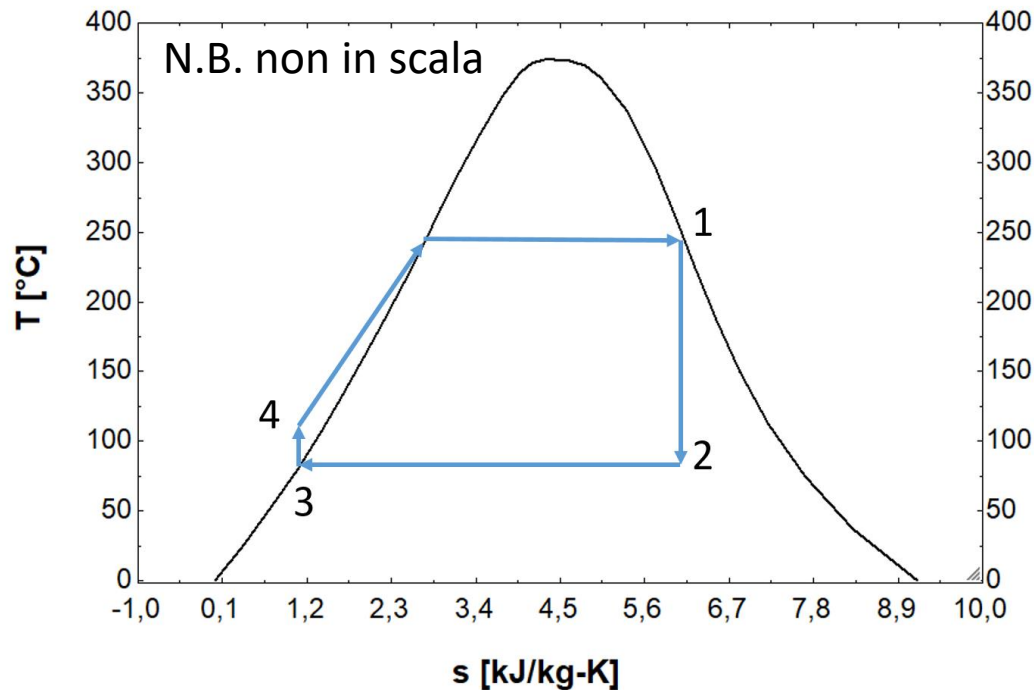
Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale



- Pressione al condensatore 0.08 bar
- Pressione all'ingresso in turbina 80 bar
- Potenza netta 100 MW
- Vapore saturo all'ingresso in turbina
- Liquido saturo all'uscita del condensatore
- Si trascurano le perdite di carico
- Temperature dell'acqua al condensatore ingresso e uscita: 15°C e 35°C



Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale



Bisogna definire ogni punto sul diagramma di stato.

Ogni punto risulta definito da:

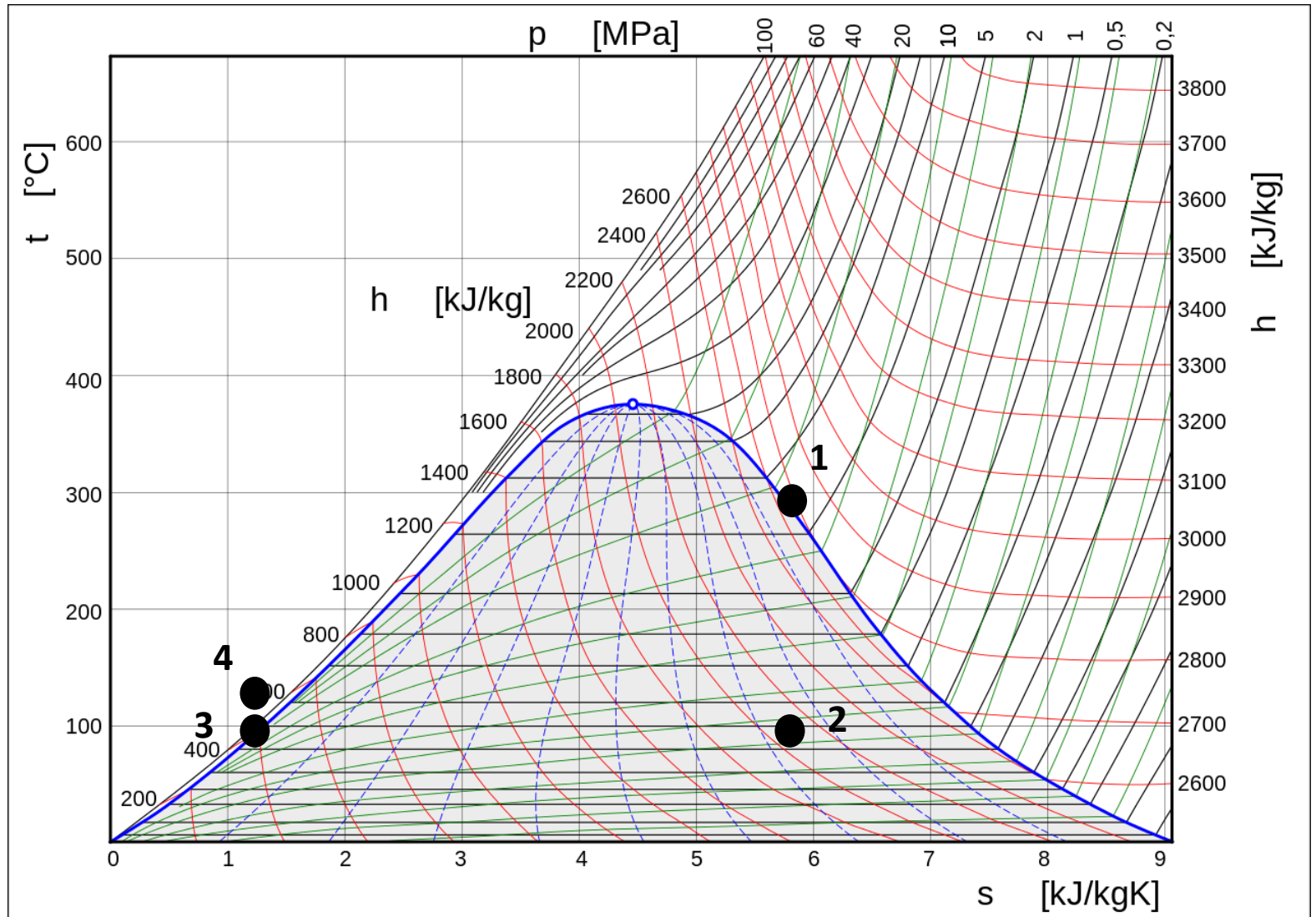
- Pressione
- Temperatura
- Entalpia
- Entropia
- Titolo di vapore

$$\eta_{th} = \frac{P_{NET}}{\dot{Q}_{in}} = \frac{P_{turbina} - P_{pompa}}{\dot{m}(h_1 - h_4)}$$

$$P_{NET} = 100 \text{ MW}$$

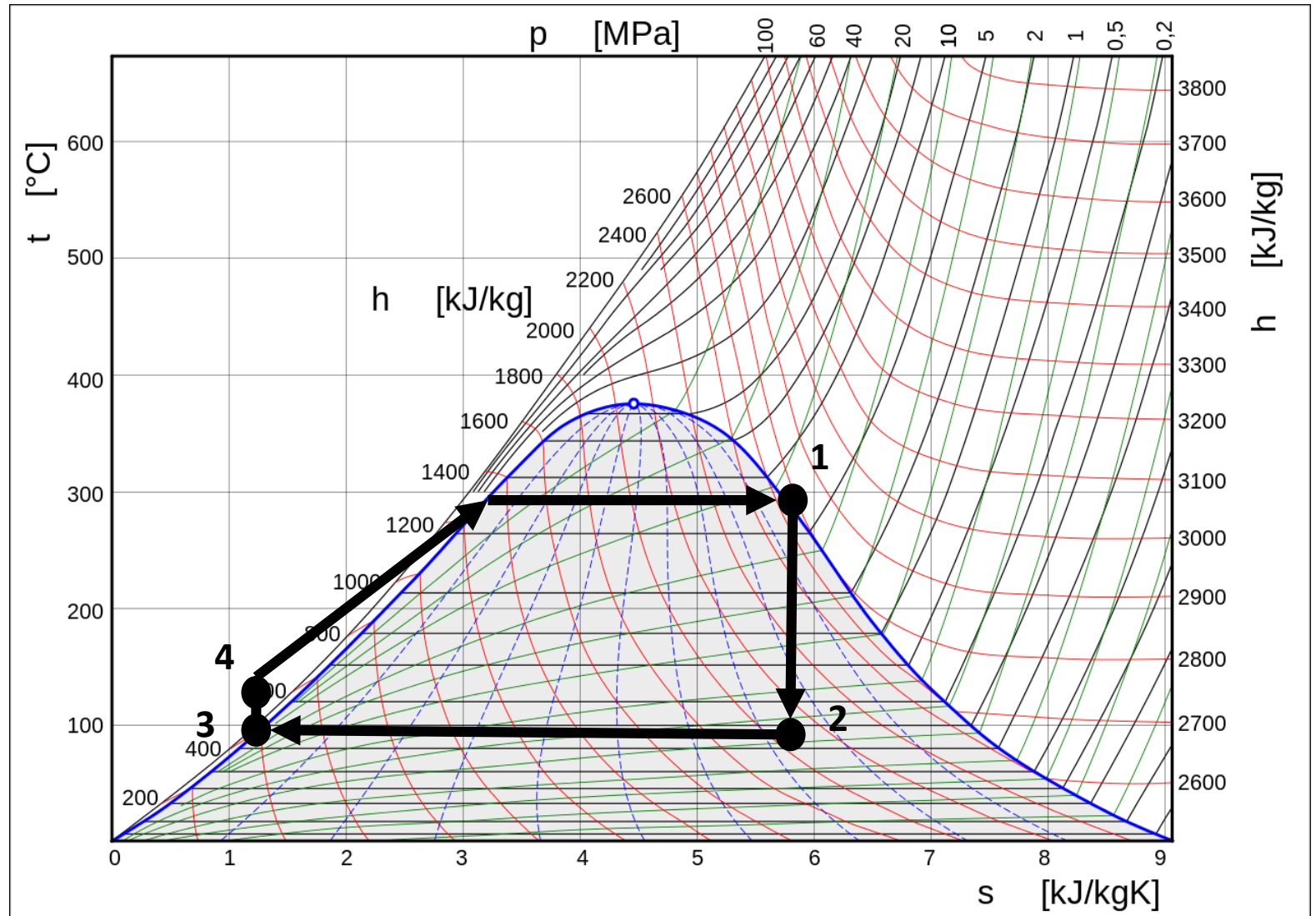


Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale





Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale





Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale

In EES creo array con le proprietà in ogni punto (es. per le entalpie sarà $h=(h_1,h_2,h_3,h_4)$).

Punto 1

$$p_1 = p[1] = 80 \text{ bar}$$

Vapore saturo all'ingresso in turbina $\rightarrow x_1 = x[1] = 1$

Calcolo $T[1]$, $s[1]$ e $h[1]$ tramite le funzioni termodinamiche di EES a partire dai valori noti di $p[1]$ e $x[1]$

Punto 2

Nell'ipotesi di **ciclo ideale** ed **assenza di perdite** di carico al condensatore si ha:

$$s[2] = s[1]$$

$$p[2] = p[3] \text{ (} p[3] \text{ è la pressione al condensatore, dato noto: } p[3] = 0.08 \text{ bar)}$$

Calcolo $T[2]$, $h[2]$ e $x[2]$ tramite le funzioni di EES a partire dai valori di $s[2]$ e $p[2]$



Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale

Punto 3

$$p[3] = 0.08 \text{ bar}$$

Liquido saturo a valle del condensatore $\rightarrow x[3] = 0$

Calcolo $T[3]$, $h[3]$ e $s[3]$ tramite le funzioni termodinamiche di EES

Punto 4

Nell'ipotesi di **ciclo ideale** ed **assenza di perdite di carico** nel generatore di vapore si ha:

$$p[4] = p[1] \text{ (dopo il gen. di vapore ho la stessa pressione che ho in uscita dalla pompa)}$$

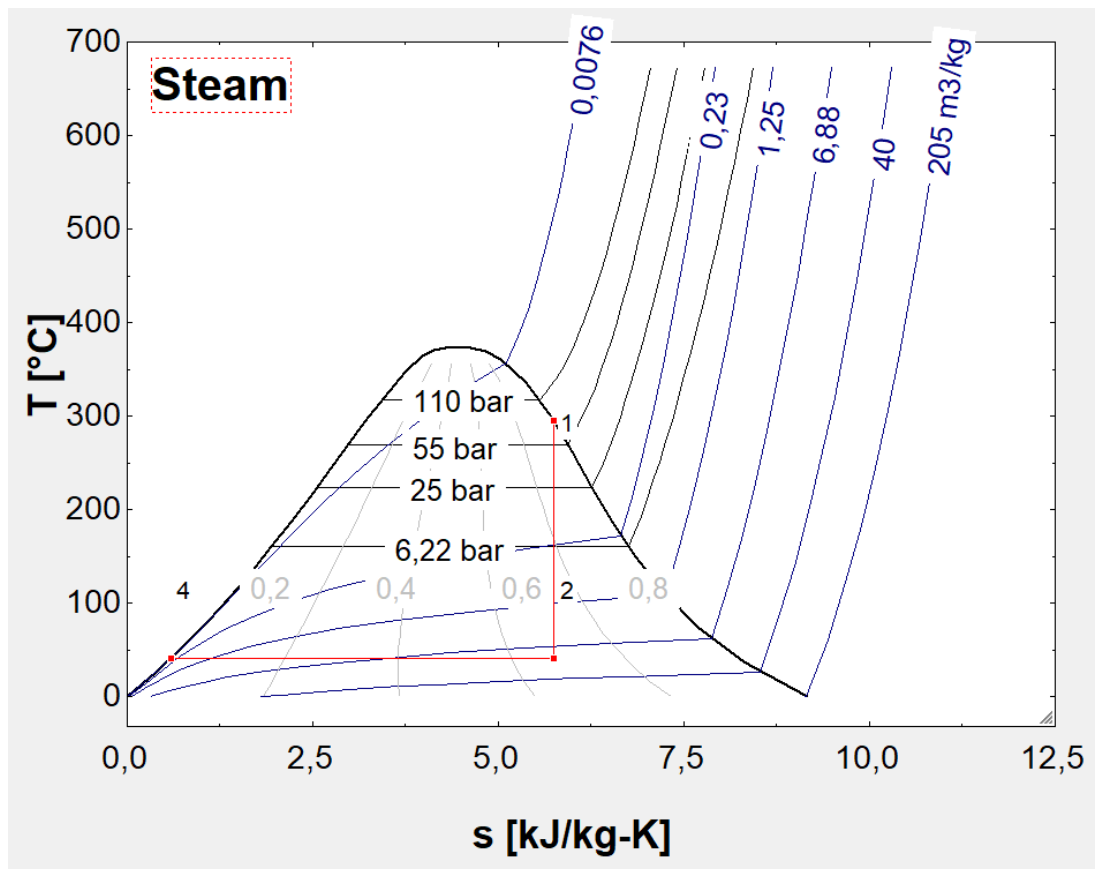
$$s[4] = s[3]$$

Calcolo $T[4]$ e $h[4]$ tramite le funzioni termodinamiche di EES



Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale

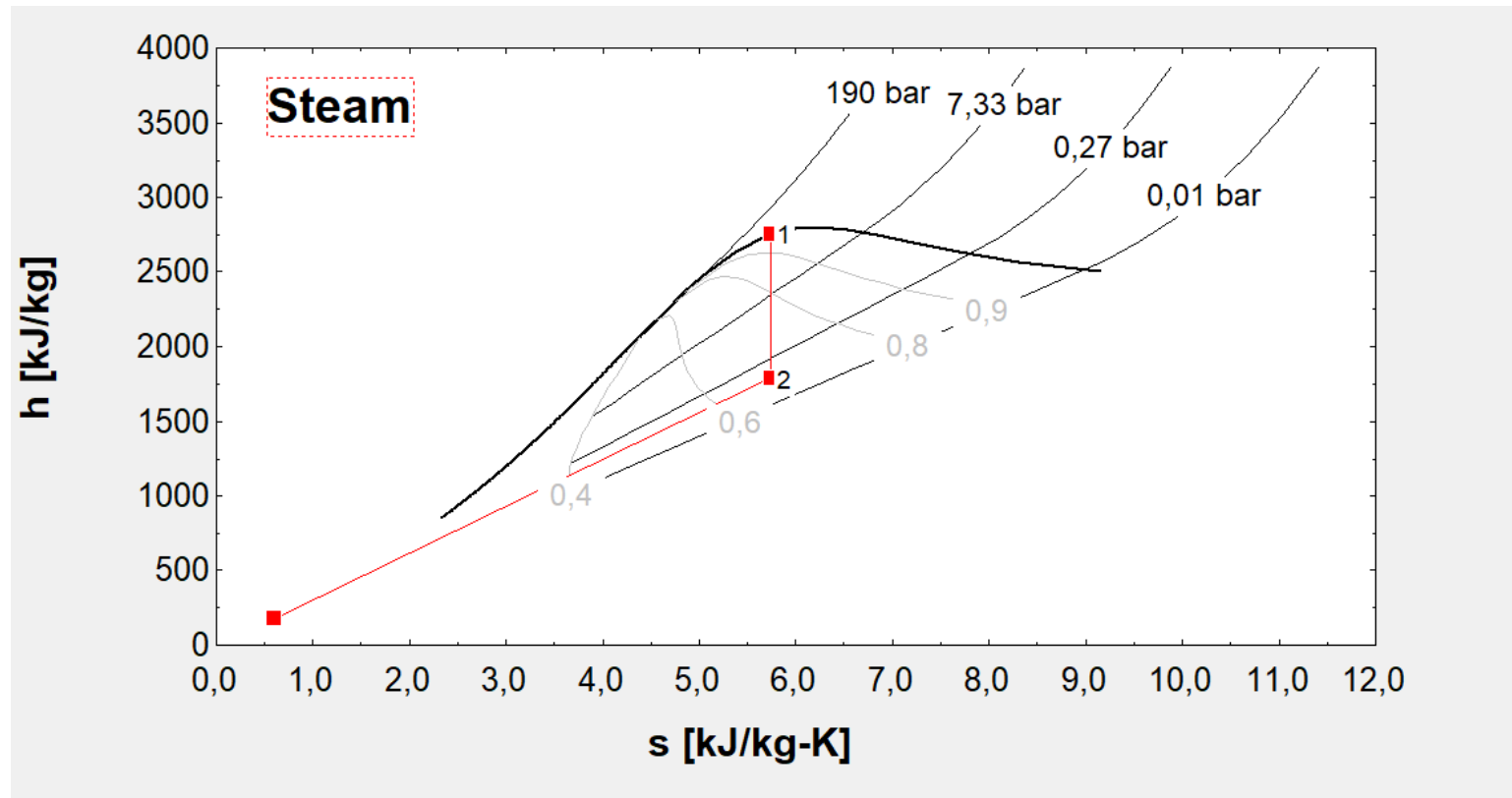
Riporto tutti i punti sui diagrammi T-s e h-s del vapore:





Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale

Riporto tutti i punti sui diagrammi T-s e h-s del vapore:





Esercizio 6 – Ciclo Rankine ideale

Potenza della pompa

La potenza che la pompa deve fornire al ciclo è pari al salto entalpico tra i punti 3 e 4 moltiplicato per la portata di vapore.

Potenza della turbina

La potenza ottenuta dall'espansione del vapore in turbina è il salto entalpico tra i punti 1 e 2 moltiplicato per la portata di vapore.

Potenza netta

$$P_{NET} = P_{turbina} - P_{pompa}$$

Calore fornito dal generatore di vapore

Il calore che il gen. di vapore deve fornire alla portata di vapore è pari al salto entalpico tra i punti 4 e 1 moltiplicato per la portata di vapore.

Posso a questo punto calcolare il rendimento termico dell'impianto (o di primo principio)



Esercizio 6 – risultati

I risultati che si ottengono su EES sono:

Unit Settings: [kJ]/[C]/[bar]/[kg]/[degrees]

$$\eta_{th} = 0,3708$$

$$m_{vapore} = 104,7$$

$$P_{NET} = 100000$$

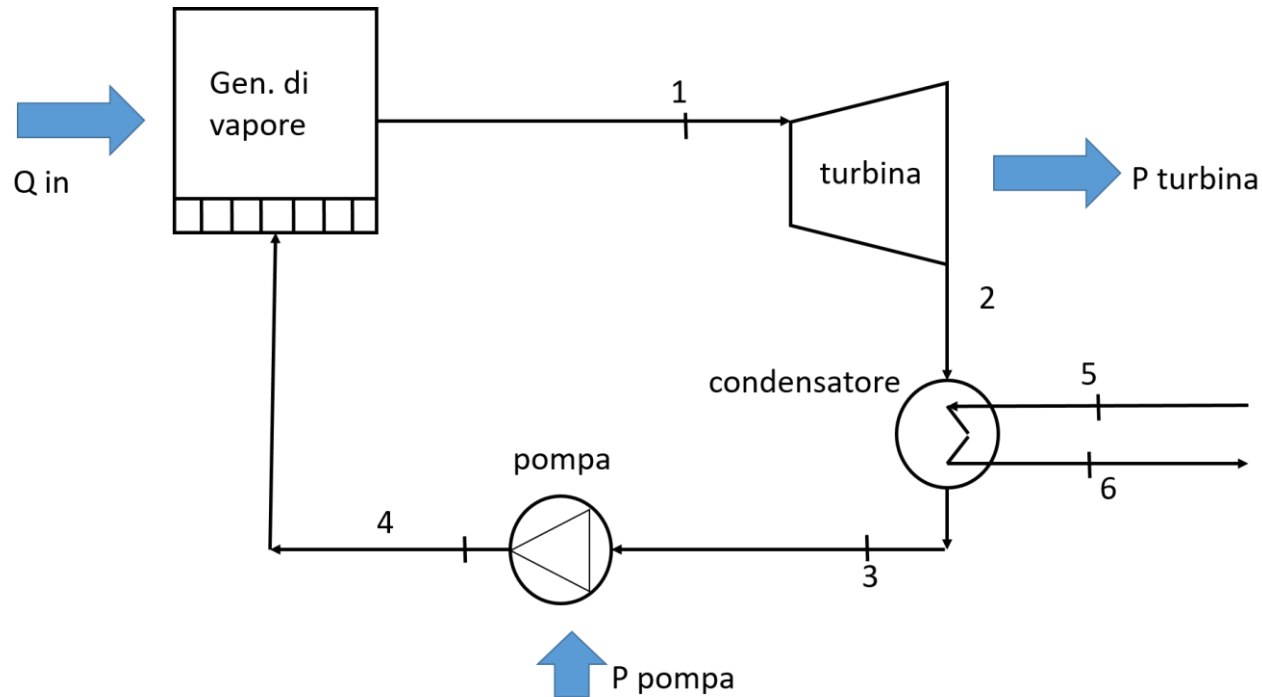
$$P_{pompa} = 842,3$$

$$P_{turbina} = 100842$$

$$Q_{in} = 269655$$

	1	2	3	4	5
	h_i [kJ/kg]	p_i	s_i [kJ/kg-K]	T_i [C]	x_i
[1]	2758	80	5,743	295	1
[2]	1794	0,08	5,743	41,49	0,6746
[3]	173,7	0,08	0,5921	41,49	0
[4]	181,8	80	0,5921	41,73	

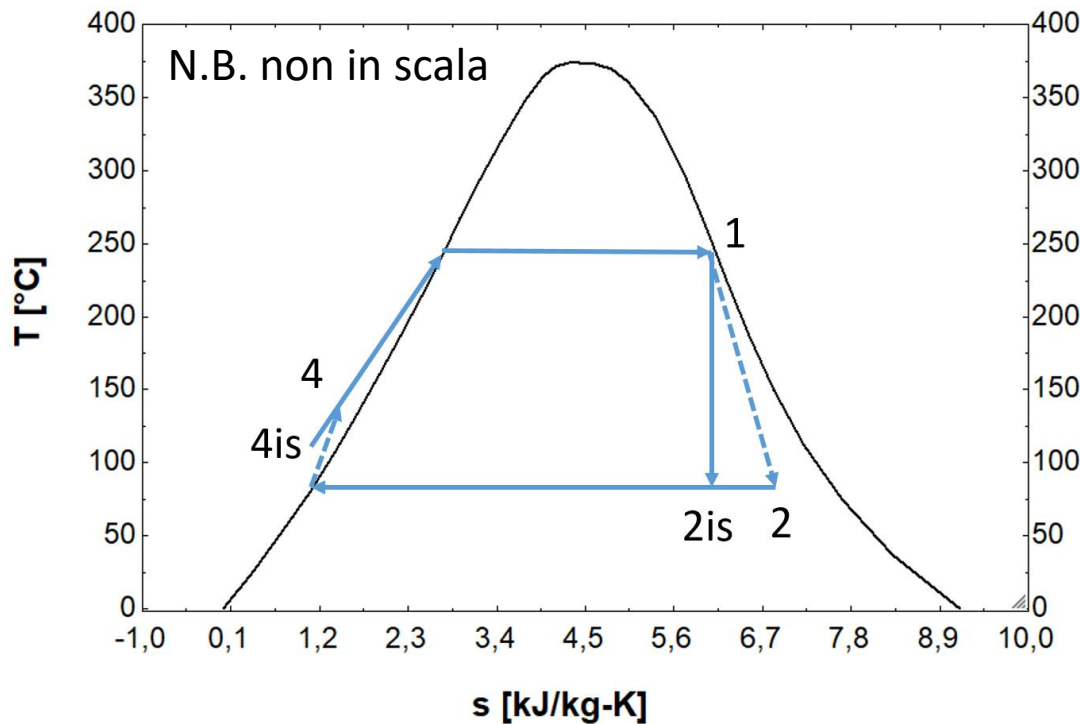
Esercizio 7 – Ciclo Rankine con irreversibilità



- Pressione al condensatore 0.08 bar
- Pressione all'ingresso in turbina 80 bar
- Potenza netta 100 MW
- Rendimenti isoentropici pompa e turbina 85%
- Vapore saturo all'ingresso in turbina
- Liquido saturo all'uscita del condensatore
- Si trascurano le perdite di carico
- Temperature dell'acqua al condensatore ingresso e uscita: 15°C e 35°C

Esercizio 7 – Ciclo Rankine con irreversibilità

La struttura dell'impianto e le assunzioni sono le stesse dell'esercizio 6, ma si considerano le irreversibilità nella pompa e nella turbina:



$$\eta_{is\ turbina} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2is}}$$

$$\eta_{is\ pompa} = \frac{h_{4is} - h_3}{h_4 - h_3}$$

$$\eta_{th} = \frac{P_{NET}}{\dot{Q}_{in}} = \frac{P_{turbina} - P_{pompa}}{\dot{m}(h_1 - h_4)}$$



Esercizio 7 – Ciclo Rankine con irreversibilità

Procedo, come fatto nell'Esercizio 6, a determinare i da 1 a 4 in termini di T, p, h, s.

Ciò che cambia rispetto all'esercizio 6 sono i punti 2 e 4, rispettivamente a valle della turbina e della pompa.

Punto 2

Nell'ipotesi di **assenza di perdite** di carico al condensatore si ha:

$$p[2] = p[3] \quad (p[3] \text{ è la pressione al condensatore, dato noto: } p[3] = 0.08 \text{ bar})$$

Per il punto 2_s di fine espansione isoentropica, che si trova alla stessa pressione $p[2]$ del punto 2 reale, vale:

$$s_{is}[2] = s[1]$$

Da cui posso ricavare $h_{is}[2]$ tramite le funzioni di EES.

Dall'espressione del rendimento isoentropico della turbina si può poi ricavare l'entalpia $h[2]$ del punto 2 reale.

Calcolo $T[2]$, $s[2]$ e $x[2]$ tramite le funzioni di EES a partire dai valori di $h[2]$ e $p[2]$.



Esercizio 7 – Ciclo Rankine con irreversibilità

Punto 4

Nell'ipotesi di **assenza di perdite** di carico al gen. di vapore si ha:

$p[4] = p[1]$ ($p[1]$ è la pressione all'ingresso in turbina, dato noto: $p[1] = 80$ bar)

Per il punto 4_s di fine pompaggio isoentropico, alla stessa pressione $p[4]$ del punto 4 reale, vale:

$$s_{is}[4] = s[3]$$

Da cui posso ricavare $h_{is}[4]$ tramite le funzioni di EES.

Dall'espressione del rendimento isoentropico della pompa si può poi ricavare l'entalpia $h[4]$ del punto 4 reale.

Calcolo $T[4]$, $s[4]$ e $x[2]$ tramite le funzioni di EES a partire dai valori di $h[4]$ e $p[4]$.



Esercizio 7 – Ciclo Rankine con irreversibilità

Portata d'acqua di raffreddamento al condensatore

Bilancio di energia al condensatore:

$$Q_{cond} = \dot{m}_{raff} * c_{p_{water}} * (T_{w,out} - T_{w,in}) = m_{vapore} * (h_2 - h_3)$$

Dove $c_{p_{water}}$ è il calore specifico dell'acqua.

Per comodità, indico i punti di ingresso e uscita dell'acqua dal condensatore come 5 e 6 rispettivamente per poterli avere nella tabella *arrays* di EES:

$$T[5] = Tw_in = 15^{\circ}\text{C}$$

$$T[6] = TW_out = 35^{\circ}\text{C}$$



Esercizio 7 – risultati

I risultati che si ottengono su EES sono:

Unit Settings: [kJ]/[C]/[bar]/[kg]/[degrees]

$\eta_{ip} = 0,85$

$\eta_{it} = 0,85$

$\eta_{th} = 0,3144$

$m_{vapore} = 123,6$

$P_{NET} = 100000$

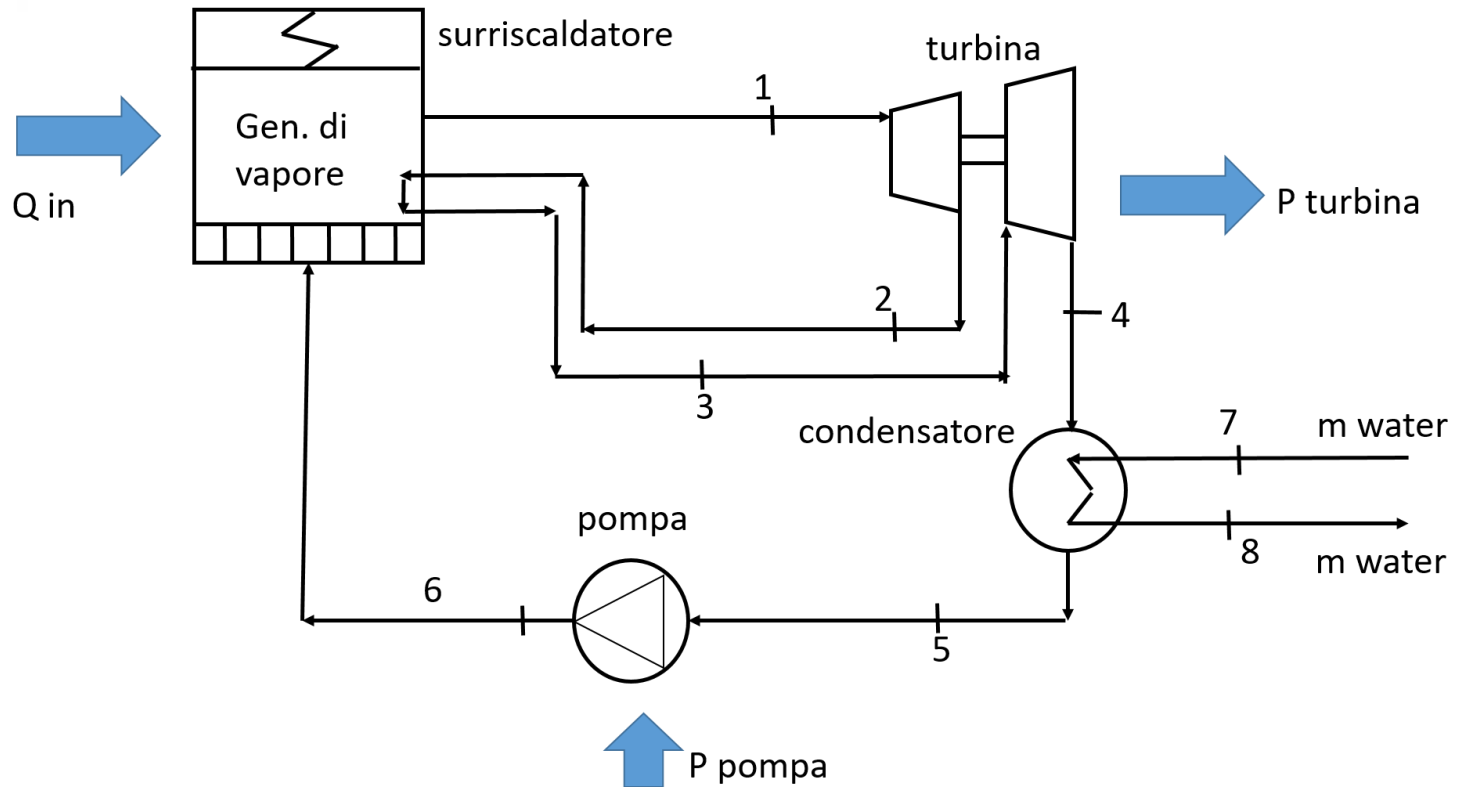
$P_{pompa} = 1170$

$P_{turbina} = 101170$

$Q_{in} = 318095$

	1	2	3	4	5	6	7
	h_i [kJ/kg]	p_i	s_i [kJ/kg-K]	T_i [C]	x_i	$h_{is,i}$ [kJ/kg]	$s_{is,i}$ [kJ/kg-K]
[1]	2758	80	5,743	295	1		
[2]	1939	0,08	6,202	41,49	0,7348	1794	5,743
[3]	173,7	0,08	0,5921	41,49	0		
[4]	183,2	80	0,5967	42,07		181,8	0,5921

Esercizio 8 – Ciclo di Hirn con riscaldamento

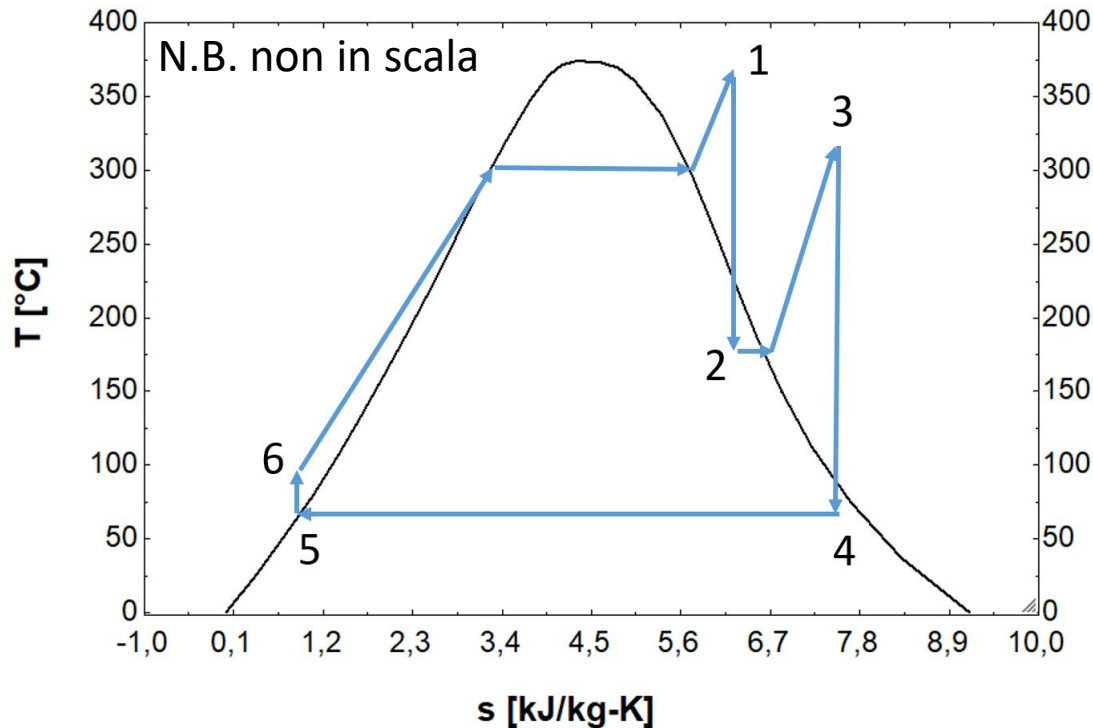


- $P[1] = 80 \text{ bar}$
- $T[1] = 480^\circ\text{C}$
- $P[2] = 7 \text{ bar}$

- $T[3] = 440^\circ\text{C}$
- $P[4] = 0.08 \text{ bar}$
- Potenza netta richiesta 100 MW

Si considera il caso di trasformazioni isoentropiche in turbina e pompa, con condensazione completa del vapore al condensatore.

Esercizio 8 – Ciclo di Hirn ideale con riscaldamento



$$\eta_{th} = \frac{P_{NET}}{\dot{Q}_{in}} = \frac{P_{turbina,1\ stadio} + P_{turbina,2\ stadio} - P_{pompa}}{\dot{m}(h_1 - h_6) + \dot{m}(h_3 - h_2)}$$



Esercizio 8 – Ciclo di Hirn ideale con riscaldamento

Procedo a determinare i da 1 a 5 in termini di T, p, h, s.

Punto 1

Essendo in presenza di surriscaldamento, il punto 1 non sarà più sulla curva di saturazione; è quindi necessario avere a disposizione il valore della temperatura, che insieme alla pressione costituisce il set di variabili indipendenti a partire dalle quali è possibile calcolare le altre variabili termodinamiche.

$P[1] = 80 \text{ bar}$ (noto)

$T[1] = 480 \text{ °C}$

Calcolo $s[1]$ e $h[1]$ tramite le funzioni di EES.

Punto 2

Per determinare il punto 2 si procede come fatto nell'esercizio 6, conoscendo la pressione $p[2]$ e considerando l'espansione ideale isoentropica.



Esercizio 8 – Ciclo di Hirn ideale con riscaldamento

Punto 3

$$T[3] = 440 \text{ }^\circ\text{C}$$

Nell'ipotesi in cui **non vi siano perdite di carico** negli scambi di calore:

$$p[3]=p[2]$$

Calcolo le altre proprietà termodinamiche a partire dalle funzioni EES.

Punto 4

Conoscendo la pressione al condensatore, nell'ipotesi in cui vengano **trascurate le perdite di carico negli scambiatori** e si consideri l'espansione nel secondo stadio della turbina **ideale isoentropica**, procedo al calcolo delle proprietà nel punto 4 analogamente a come effettuato per il punto 2.

Punto 5 e punto 6

Le proprietà termodinamiche a valle del condensatore e dopo la pompa vengono calcolate in modo analogo a quanto fatto nell'es. 6, trascurando le perdite di carico e considerando una pompa isoentropica.



Esercizio 8 – risultati

Unit Settings: [kJ]/[K]/[bar]/[kg]/[degrees]

$$\eta_{th} = 0,4034$$

$$P_{turbina,1st} = 39820$$

$$Q_{in,tot} = 247921$$

$$m_{vapore} = 65,62$$

$$P_{turbina,2st} = 60708$$

$$P_{NET} = 100000$$

$$Q_{in,23} = 40126$$

$$P_{pompa} = 527,9$$

$$Q_{in,61} = 207795$$

	1	2	3	4	5
	h_i [kJ/kg]	p_i	s_i [kJ/kg-K]	T_i	x_i
[1]	3349	80	6,659	753,2	
[2]	2742	7	6,659	438,1	0,9896
[3]	3353	7	7,757	713,2	
[4]	2428	0,08	7,757	314,6	0,9384
[5]	173,7	0,08	0,5921	314,6	0
[6]	181,8	80	0,5921	314,9	



Esercizio 9 – Ciclo di Hirn reale con riscaldamento

Per la prossima lezione: si consideri lo stesso impianto descritto nell'esercizio 8, ma si imposti un rendimento isoentropico per la turbina (entrambi gli stadi) e la pompa pari a 85%.

Si determini:

1. Rendimento termico (di primo principio dell'impianto)
2. Il calore fornito dal generatore di vapore per portare il vapore dal punto 6 al punto 1 e per portare il vapore dal punto 2 al punto 3
3. il calore che deve essere asportato al condensatore Q_{cond} .
4. Nell'ipotesi in cui l'acqua di raffreddamento al condensatore entri ad una temperatura $T[7]$ di 15°C ed esca alla temperatura $T[8]$ di 35°C, calcolare la portata di acqua di raffreddamento necessaria al condensatore.



Esercizio 9 – risultati

1. $\eta_{th} = 0,3507$
2. $Q_{in_61} = 245 \text{ MW}$; $Q_{in_23} = 40,2 \text{ MW}$;
3. $Q_{cond} = 185 \text{ MW}$
4. $m_{water} = 2211 \text{ kg/s}$



Esercizio 6 – SCRIPT

"Determino il punto 1"

$$p[1] = 80 \text{ [bar]}$$

$$x[1]=1 \text{ \{vapore saturo all'ingresso della turbina\}}$$

$$T[1] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[1]; x=x[1])$$

$$s[1] = \text{entropy}(\text{steam}; p=p[1]; x=x[1])$$

$$h[1]=\text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[1]; x=x[1])$$

"Determino il punto 2"

$$s[2] = s[1] \text{ \{IPOTESI: ciclo ideale senza irreversibilità\}}$$

$$p[2] = p[3] \text{ \{IPOTESI: no perdite di carico al condensatore\}}$$

$$T[2] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[2]; s=s[2])$$

$$h[2] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[2]; s=s[2])$$

$$x[2] = \text{quality}(\text{steam}; p=p[2]; s=s[2])$$

"Determino il punto 3"

$$p[3] = 0,08 \text{ [bar]}$$

$$x[3]=0 \text{ \{IPOTESI: condensazione completa; liquido saturo all'uscita dle condensatore\}}$$

$$T[3] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[3]; x=x[3])$$

$$h[3] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[3]; x=x[3])$$

$$s[3] = \text{entropy}(\text{steam}; p=p[3]; x=x[3])$$

"Determino il punto 4"

$$p[4]=p[1] \text{ \{IPOTESI: assenza di perdite di carico al generatore di vapore\}}$$

$$s[4]=s[3] \text{ \{IPOTESI: ciclo ideale senza irreversibilità\}}$$

$$T[4] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[4]; s=s[4])$$

$$h[4] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[4]; s=s[4])$$

"Calcolo della portata di vapore necessaria ad ottenere la potenza netta richiesta"

$$P_{\text{NET}} = 100 \cdot 10^3 \text{ [kW]}$$

$$P_{\text{NET}} = P_{\text{turbina}} - P_{\text{pompa}}$$

$$P_{\text{turbina}} = m_{\text{vapore}} \cdot (h[1] - h[2]) \text{ [kW]}$$

$$P_{\text{pompa}} = m_{\text{vapore}} \cdot (h[4] - h[3]) \text{ [kW]}$$

"Calcolo del calore fornito al sistema dal generatore di vapore"

$$Q_{\text{in}} = m_{\text{vapore}} \cdot (h[1] - h[4]) \text{ [kW]}$$

"Calcolo del rendimento termico del ciclo (rendimento di primo principio)"

$$\eta_{\text{th}} = P_{\text{NET}} / Q_{\text{in}}$$



Esercizio 7 – SCRIPT

"Determino il punto 1"

$$p[1] = 80 \text{ {bar}}$$

$$x[1]=1 \text{ {vapore saturo all'ingresso della turbina}}$$

$$T[1] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[1]; x=x[1])$$

$$s[1] = \text{entropy}(\text{steam}; p=p[1]; x=x[1])$$

$$h[1]=\text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[1]; x=x[1])$$

"Determino il punto 2"

$$p[2] = p[3] \text{ {IPOTESI: no perdite di carico al condensatore}}$$

$$s_{is}[2] = s[1] \text{ {il punto 2is si riferisce alla trasformazione ideale isoentropica in turbina}}$$

$$h_{is}[2]=\text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[2]; s=s_{is}[2])$$

$$\eta_{it} = 0,85 \text{ {valore dato del rendimento isoentropico della turbina}}$$

$$\eta_{it} = (h[1]-h[2]) / (h[1]-h_{is}[2]) \text{ {da quest'espressione riesco a ricavare il valore di } h[2]}$$

$$T[2] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[2]; h=h[2])$$

$$s[2] = \text{entropy}(\text{steam}; p=p[2]; h=h[2])$$

$$x[2] = \text{quality}(\text{steam}; p=p[2]; h=h[2])$$

"Determino il punto 3"

$$p[3] = 0,08 \text{ {bar}}$$

$$x[3]=0 \text{ {IPOTESI: condensazione completa; liquido saturo all'uscita dle condensatore}}$$

$$T[3] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[3]; x=x[3])$$

$$h[3] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[3]; x=x[3])$$

$$s[3] = \text{entropy}(\text{steam}; p=p[3]; x=x[3])$$

"Determino il punto 4"

$$p[4]=p[1] \text{ {IPOTESI: assenza di perdite di carico al generatore di vapore}}$$

$$s_{is}[4]=s[3] \text{ {il punto 4is si riferisce alla trasformazione ideale isoentropica nella pompa}}$$

$$h_{is}[4]=\text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[4]; s=s_{is}[4])$$

$$\eta_{ip}=0,85 \text{ {valore dato del rendimento isoentropico della pompa}}$$

$$\eta_{ip} = (h_{is}[4]-h[3]) / (h[4]-h[3]) \text{ {da quest'espressione riesco a ricavare il valore di } h[4]}$$

$$T[4] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[4]; h=h[4])$$

$$s[4]=\text{entropy}(\text{steam}; p=p[4]; h=h[4])$$

"Calcolo della portata di vapore necessaria ad ottenere la potenza netta richiesta"

$$P_{NET} = 100 \cdot 10^3 \text{ {kW}}$$

$$P_{NET} = P_{turbina} - P_{pompa}$$

$$P_{turbina} = m_{vapore} \cdot (h[1]-h[2]) \text{ {kW}}$$

$$P_{pompa} = m_{vapore} \cdot (h[4]-h[3]) \text{ {kW}}$$

"Calcolo del calore fornito al sistema dal generatore di vapore"

$$Q_{in} = m_{vapore} \cdot (h[1]-h[4]) \text{ {kW}}$$

"Calcolo del rendimento termico del ciclo (rendimento di primo principio)"

$$\eta_{th} = P_{NET} / Q_{in}$$



Esercizio 8 – SCRIPT

"Determino il punto 1"

$$p[1] = 80 \text{ {bar}}$$

$$T[1] = 480+273,15 \text{ {K}}$$

$$s[1] = \text{entropy}(\text{steam}; p=p[1]; T=T[1])$$

$$h[1] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[1]; T=T[1])$$

"Determino il punto 2"

$$s[2] = s[1] \text{ {IPOTESI: ciclo ideale senza irreversibilità}}$$

$$p[2] = 7 \text{ {bar}}$$

$$T[2] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[2]; s=s[2])$$

$$h[2] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[2]; s=s[2])$$

$$x[2] = \text{quality}(\text{steam}; p=p[2]; s=s[2])$$

"Determino il punto 3"

$$p[3] = p[2] \text{ {IPOTESI: perdite di carico trascurate}}$$

$$T[3] = 440+273,15 \text{ {K}}$$

$$h[3] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[3]; T=T[3])$$

$$s[3] = \text{entropy}(\text{steam}; p=p[3]; T=T[3])$$

"Determino il punto 4"

$$p[4] = 0,08 \text{ {bar}}$$

$$s[4] = s[3] \text{ {IPOTESI: ciclo ideale senza irreversibilità}}$$

$$T[4] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[4]; s=s[4])$$

$$h[4] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[4]; s=s[4])$$

$$x[4] = \text{quality}(\text{steam}; p=p[4]; s=s[4])$$

"Determino il punto 5"

$$p[5] = p[4] \text{ {IPOTESI: perdite di carico trascurate}}$$

$$x[5] = 0 \text{ {IPOTESI: condensazione completa fino a stato di liquido saturo}}$$

$$T[5] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[5]; x=x[5])$$

$$s[5] = \text{entropy}(\text{steam}; p=p[5]; x=x[5])$$

$$h[5] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[5]; x=x[5])$$

"Determino il punto 6"

$$p[6] = p[1] \text{ {IPOTESI: perdite di carico trascurate}}$$

$$s[6] = s[5] \text{ {IPOTESI: trasformazione isoentropica nella pompa}}$$

$$T[6] = \text{temperature}(\text{steam}; p=p[6]; s=s[6])$$

$$h[6] = \text{enthalpy}(\text{steam}; p=p[6]; s=s[6])$$

"Calcolo della portata di vapore necessaria ad ottenere la potenza netta richiesta"

$$P_{\text{NET}} = 100 \cdot 10^3 \text{ {kW}}$$

$$P_{\text{NET}} = P_{\text{turbina_1st}} + P_{\text{turbina_2st}} - P_{\text{pompa}}$$

$$P_{\text{turbina_1st}} = m_{\text{vapore}} \cdot (h[1] - h[2]) \text{ {kW}}$$

$$P_{\text{turbina_2st}} = m_{\text{vapore}} \cdot (h[3] - h[4]) \text{ {kW}}$$

$$P_{\text{pompa}} = m_{\text{vapore}} \cdot (h[6] - h[5]) \text{ {kW}}$$

"Calcolo del calore fornito al sistema dal generatore di vapore"

$$Q_{\text{in_61}} = m_{\text{vapore}} \cdot (h[1] - h[6]) \text{ {kW}}$$

$$Q_{\text{in_23}} = m_{\text{vapore}} \cdot (h[3] - h[2]) \text{ {kW}}$$

$$Q_{\text{in_tot}} = Q_{\text{in_61}} + Q_{\text{in_23}} \text{ {kW}}$$

"Calcolo del rendimento termico del ciclo (rendimento di primo principio)"

$$\eta_{\text{th}} = P_{\text{NET}} / Q_{\text{in_tot}}$$



Software Engineering Equation Solver (EES)



chiara.dall'armi@phd.units.it