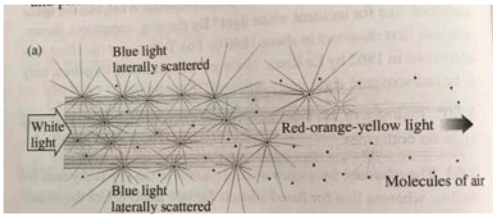
PROPAGAZIONE DELLA LUCE PER DIFFUSIONE ATOMICA NEI MEZZI

1. The process of transmission, reflection and refraction are macroscopic manifestations of scattering occurring on a submicroscopic level

APPUNTI DA HECHT CH. 4

Particelle $d < \sim \lambda/10$ → scattering di Rayleigh

- intensità $\propto \omega^4$
- scattering elastico
- stessa intensità avanti-dietro



When $d > 10\lambda$ ⇒ geometrical scattering (geometrical optics)

Definizione di interferenza:

"The superposition of two or more waves producing a resultant disturbance that is the sum of the overlapping wave contributions"

"Interference produces a redistribution of energy, out of the regions where it's destructive into the regions where it's constructive."

Transmission

light transmission through a homogeneous medium ⇒ Repetitive process of scattering and rescattering ↳ many phase shifts ⇒ global phase shift showing as an apparent shift of the phase velocity with respect to c ⇒ corresponding to $v = c/n$

N.B. photons exist only at c

$\boxed{\text{Recall here phase velocity and group velocity (see Saleh-Teich)}}$ ⇒ discuteremo poi...

REFLECTION

When a beam of light strikes the interface between two different media, some light is always scattered backward ⇒ reflection

Nota: • se la transizione tra i due mezzi è graduale, ad esempio si varia su una distanza $> \lambda$ allora la riflessione si attenua molto fino a sparire.
• se la transizione avviene su una distanza $\sim \lambda/4$ allora è in pratica una transizione netta.

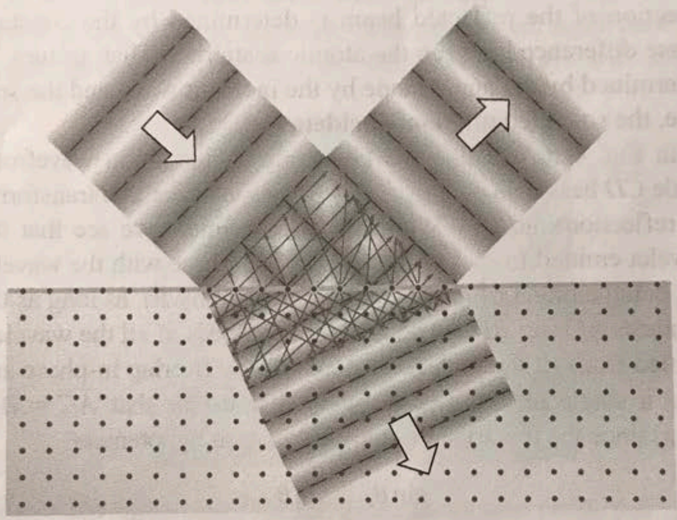


Figure 4.14 A plane wave sweeps in stimulating atoms across the interface. These radiate and reradiate, thereby giving rise to both the reflected and transmitted waves. In reality the wavelength of light is several thousand times the atomic size and spacing.

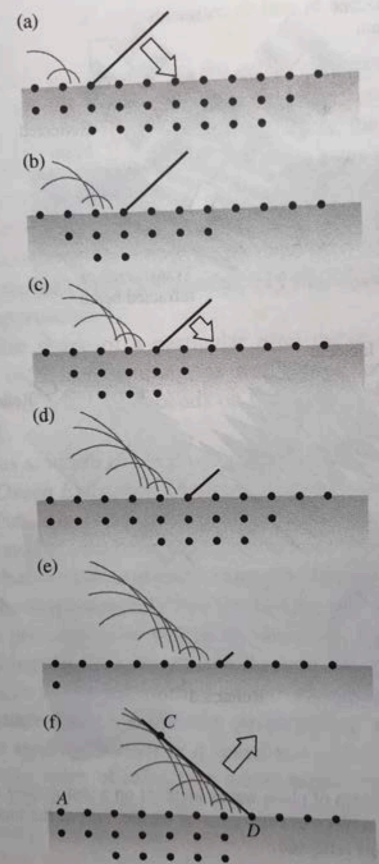


Figure 4.15 The reflection of a wave as the result of scattering.

Wavelet from A arrives in C as the atom in D, stimulated by the ray in B, emits → wavefront $\overline{CD}$ is completed

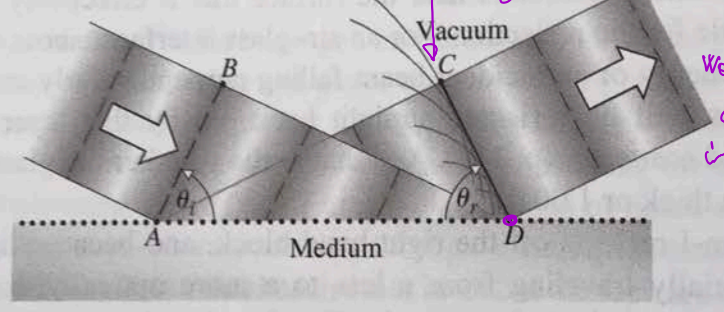


Figure 4.16 Plane waves enter from the left and are reflected off to the right. The reflected wavefront $\overline{CD}$ is formed of waves scattered by the atoms on the surface from A to D. Just as the first wavelet arrives at C from A, the atom at D emits, and the wavefront along $\overline{CD}$ is completed.

$\Rightarrow$ $\overline{AC} = \overline{BD} = v_i \Delta t$

$\overline{ABD}$ e $\overline{ACD}$ hanno l'ipotenusa $\overline{AD}$ in comune, per cui

$\overline{AC} = \overline{AD} \sin\theta_r$

$\overline{BD} = \overline{AD} \sin\theta_i$

$\Rightarrow \theta_i = \theta_r$ LEGGE DELLA RIFLESSIONE

RAY: A ray is a line drawn in space corresponding to the direction of flow of radiant energy mezzo omogeneo → raggi sono linee rette

mezzo isotropo → raggi $\perp$ ai fronti d'onda

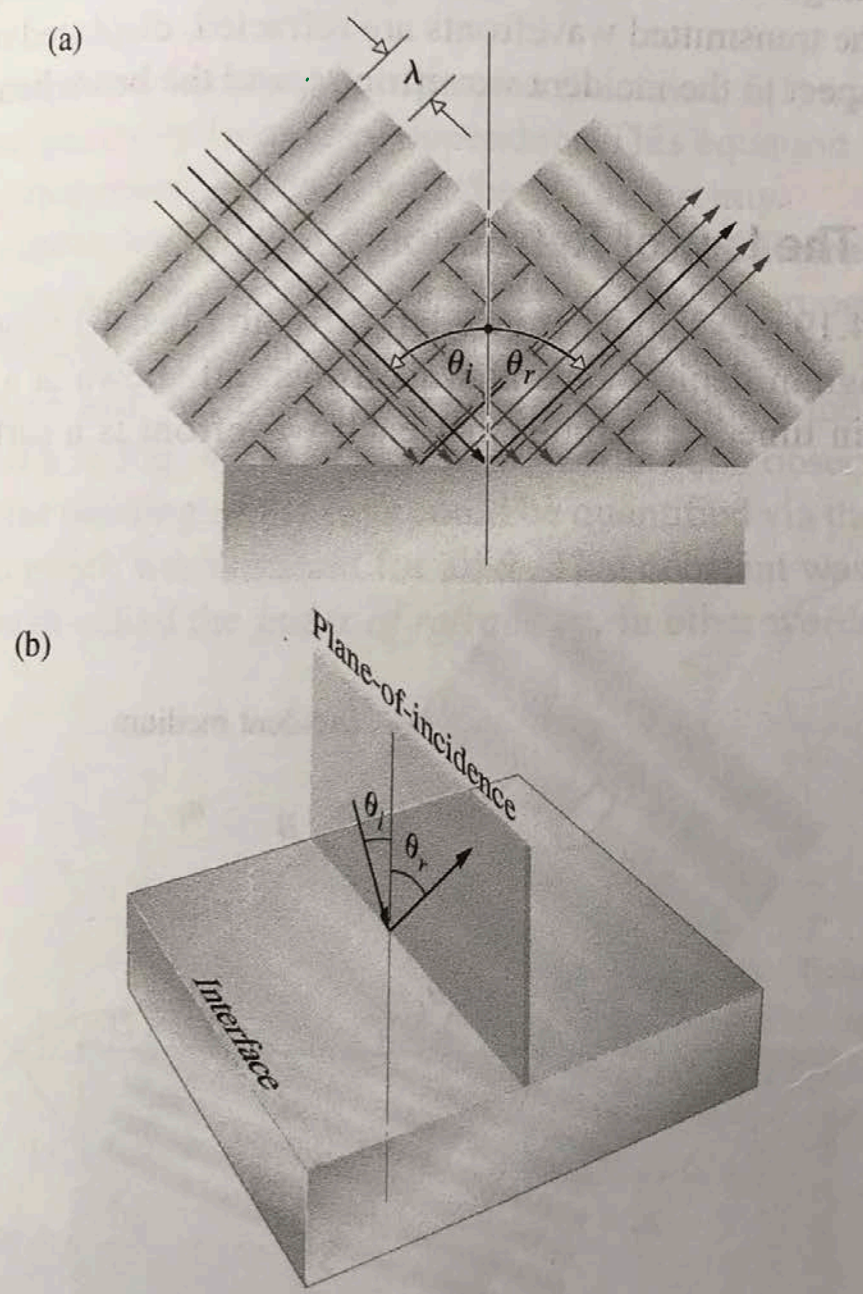


Figure 4.17 (a) Select one ray to represent the beam of plane waves. Both the angle-of-incidence θ_i and the angle-of-reflection θ_r are measured from a perpendicular drawn to the reflecting surface. (b) The incident ray and the reflected ray define the *plane-of-incidence*, perpendicular to the reflecting surface.

RIFRAZIONE

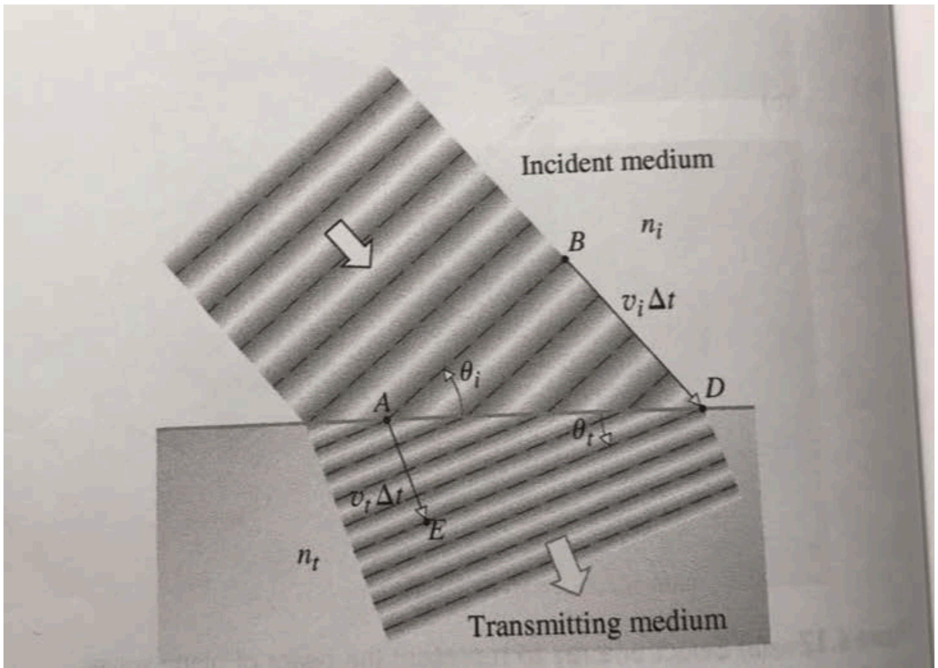


Figure 4.19 The refraction of waves. The atoms in the region of the surface of the transmitting medium reradiate wavelets that combine constructively to form a refracted beam. For simplicity the reflected wave has not been drawn.

Nel tempo Δt il raggio da B arriva in D

$$\overline{BD} = v_i \Delta t = \frac{c}{n_i}\Delta t$$

Nello stesso tempo Δt il fronte dell'onda emessa da A, quando il raggio da B parte, arriva in E

$$\overline{AE} = v_t \Delta t = \frac{c}{n_t}\Delta t$$

I triangoli $\overline{ADB}$ e $\overline{ADE}$ hanno a comune l'ipotenusa $\overline{AD}$:

$$\overline{AD}\sin\theta_i = v_i \Delta t$$

$$\overline{AD}\sin\theta_t = v_t \Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta_i}{v_i} = \frac{\sin\theta_t}{v_t}$$

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$

LEGGE DI SNELL

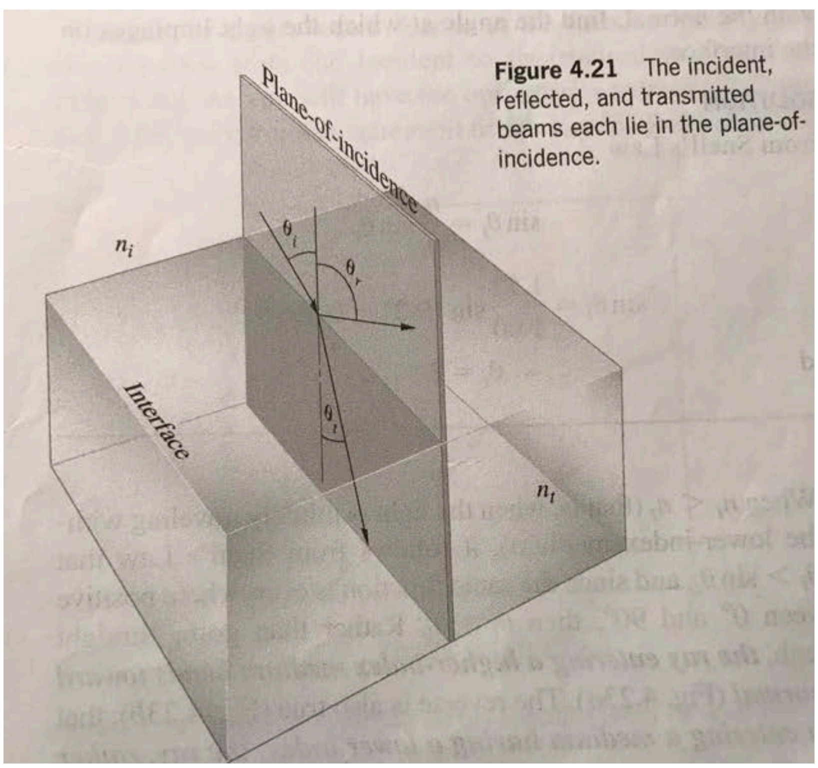


Figure 4.21 The incident, reflected, and transmitted beams each lie in the plane-of-incidence.

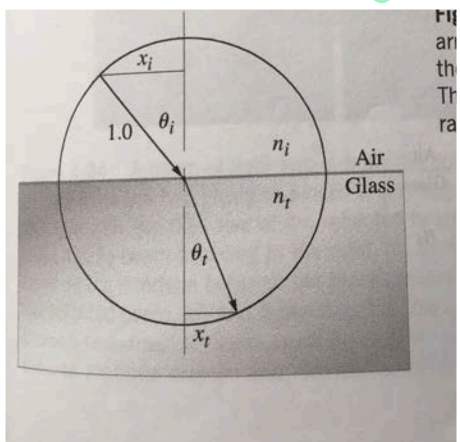


Figure 4.20 Descartes's arrangement for deriving the Law of Refraction. The circle is drawn with a radius of 1.0.

Sperimentalmente $\frac{x_i}{x_t}$ = costante = n_t

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = n_t \quad \text{se } n_i = 1$$

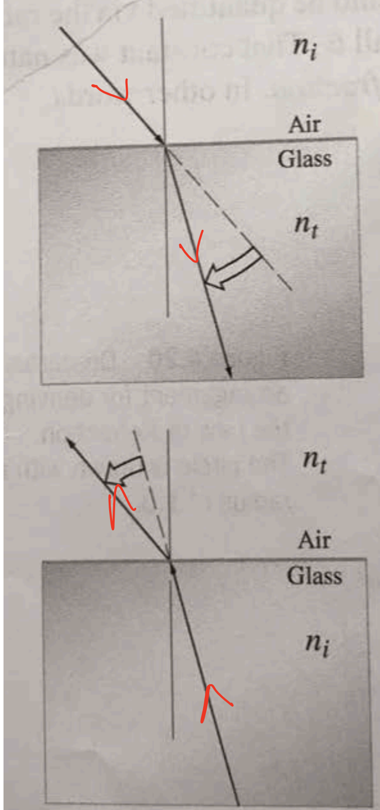


Figure 4.23 The bending of rays at an interface. (*a*) When a beam of light enters a more optically dense medium, one with a greater index of refraction ($n_i < n_t$), it bends toward the perpendicular. (*b*) When a beam goes from a more dense to a less dense medium ($n_i > n_t$), it bends away from the perpendicular.

Principio di reciprocità: il raggio compie lo stesso percorso se si inverte la direzione di propagazione

Nel fenomeno della rifrazione, succedono tre cose importanti quando il fascio luminoso attraversa l'interfaccia:

- cambia direzione
- nel mezzo con n maggiore la sezione trasversa del fascio è maggiore, quindi la densità di energia è minore
- la lunghezza d'onda varia $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ visto che la frequenza non varia, mentre la velocità varia $\lambda \nu = v \Rightarrow \lambda_0 \nu = c \quad \lambda \nu = \frac{c}{n} = \frac{\lambda_0}{n}$

PRINCIPIO DI HUYGENS

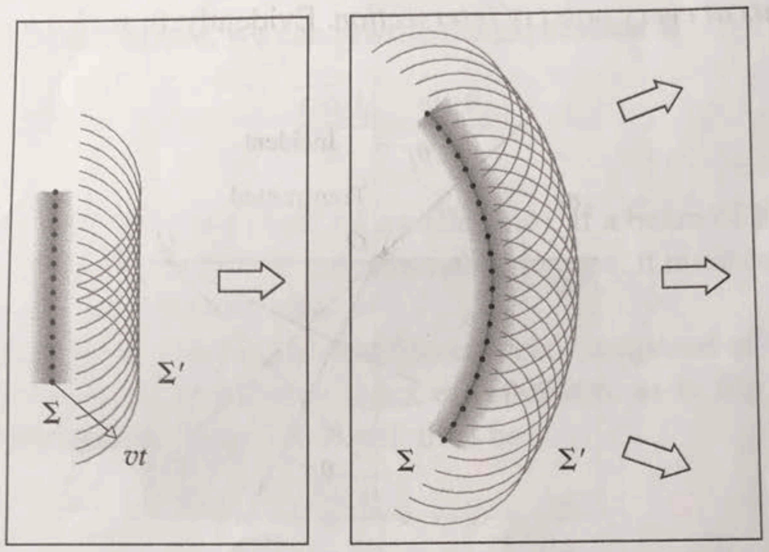


Figure 4.32 According to Huygens's Principle, a wave propagates as if the wavefront were composed of an array of point sources, each emitting a spherical wave.

COSTRUZIONE DI HUYGENS DEL RAGGIO RIFRATTO

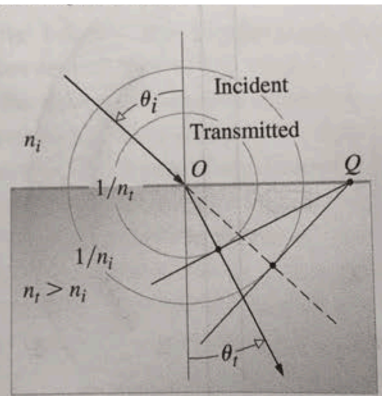


Figure 4.33 Huygens's method for constructing the refracted ray.

PRINCIPIO DI FERMAT

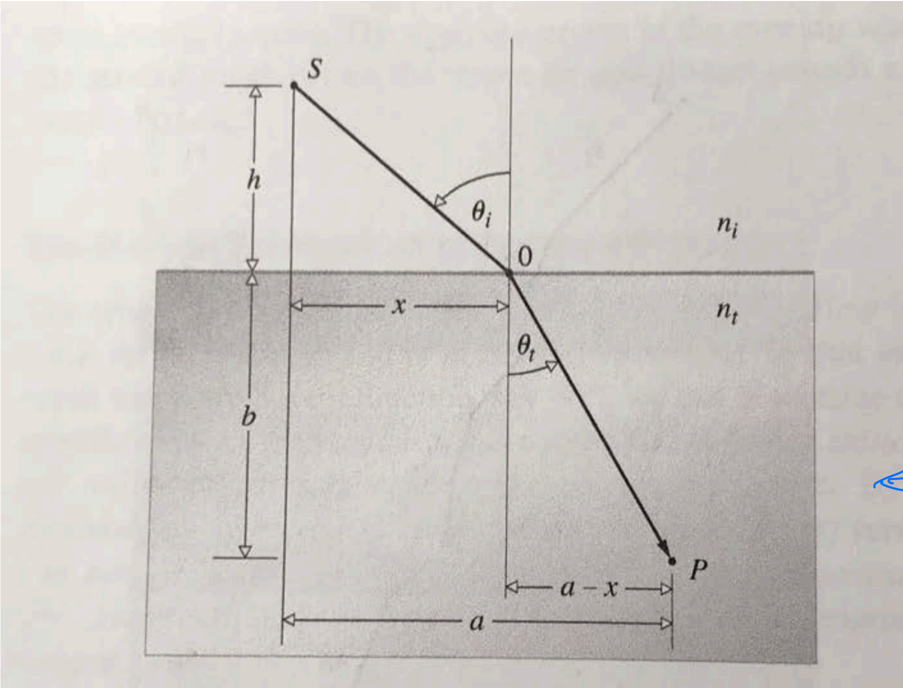


Figure 4.36 Fermat's Principle applied to refraction.

Tra tutti i possibili percorsi tra due punti, un raggio luminoso segue quello che richiede il tempo minore

Applichiamo alla rifrazione

O si sposta sull'interfaccia al variare di x

Il tempo di percorrenza tra S e P è dato da

$$t = \frac{\overline{SO}}{v_i} + \frac{\overline{OP}}{v_t} = \frac{(h^2+x^2)^{1/2}}{v_i} + \frac{[b^2+(a-x)^2]^{1/2}}{v_t}$$

Minimizziamo t rispetto ad x:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_i(h^2+x^2)^{1/2}} + \frac{-(a-x)}{v_t[b^2+(a-x)^2]^{1/2}} = 0 \quad \text{cioè}$$

$$\frac{\sin\theta_i}{v_i} + \frac{-\sin\theta_t}{v_t} = 0 \Rightarrow \text{legge di Snell}$$

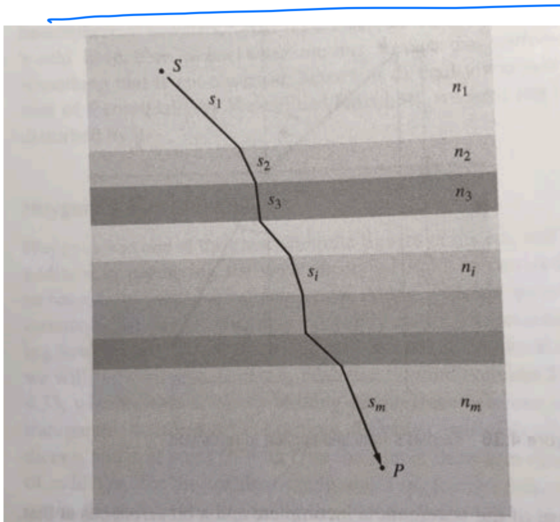


Figure 4.37 A ray propagating through a layered material.

Supponiamo ora di avere un materiale fatto a strati con differenti indici di rifrazione. Allora

$$t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \dots = \frac{1}{c}\underbrace{\sum_{i=1}^{m} n_i s_i}_{\text{"CAMMINO OTTICO"}}$$

In generale, per un mezzo non omogeneo $n = n(s)$ (funzione della posizione) e quindi

$$\text{CAMM. OTT} = \text{OPL} = \int_S^P n(s)\,ds$$

Riformuliamo allora il principio di Fermat nel modo seguente

Per andare da un punto S ad un punto P la luce segue il cammino che minimizza la lunghezza del cammino ottico (OPL).

FORMULAZIONE MODERNA DEL PRINCIPIO DI FERMAT SECONDO UN PRINCIPIO VARIAZIONALE

Per andare da un punto S ad un punto P, la luce percorre una lunghezza di cammino ottico (OPL) che sia stazionaria rispetto alle variazioni possibili del cammino stesso.

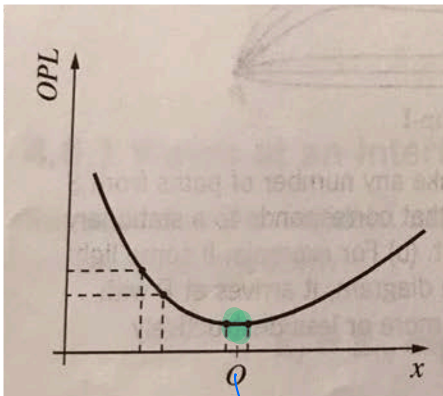


Figure 4.41 In the situation shown in Fig. 4.36 the actual location of point O corresponds to a path of minimum OPL.

L'OPL del raggio riflesso (v. sopra) ha un minimo per x nel punto O.

In realtà c'è un intervallo di punti dintorno ad O per cui l'OPL è ancora circa minimo

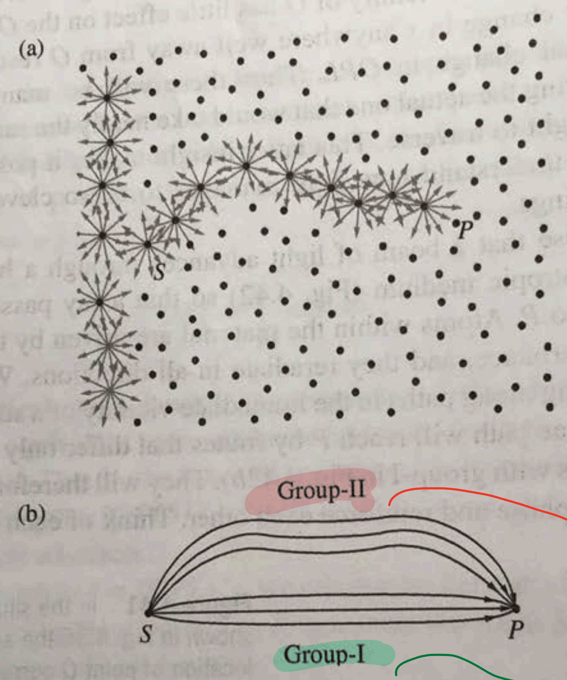


Figure 4.42 (*a*) Light can presumably take any number of paths from S to *P*, but it apparently takes only the one that corresponds to a stationary *OPL*. All other routes effectively cancel out. (*b*) For example, if some light takes each of the three upper paths in the diagram, it arrives at *P* with three very different phases and interferes more or less destructively.

atomi che eccitati riemettono onde sferiche. Solo quelle corrispondenti all'OPL "stazionario" interferiscono costruttivamente in P

arrivano sfasate e interferiscono distruttivamente

arrivano in fase e interferiscono costruttivamente

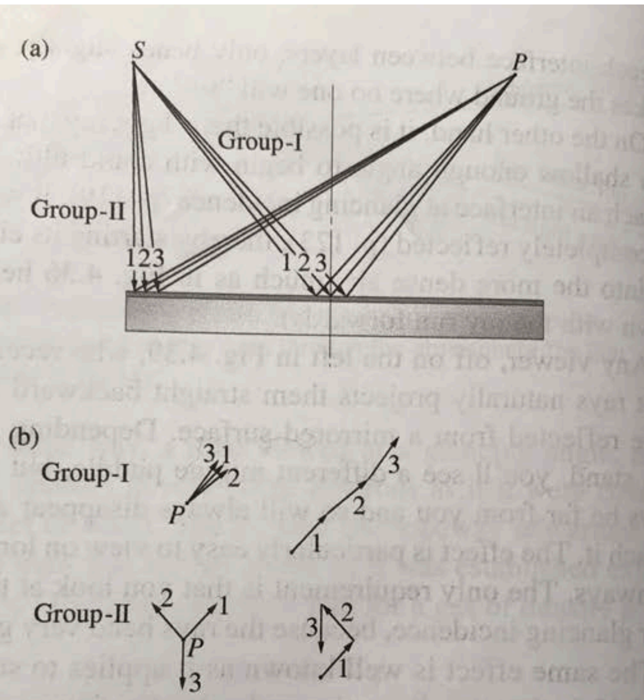
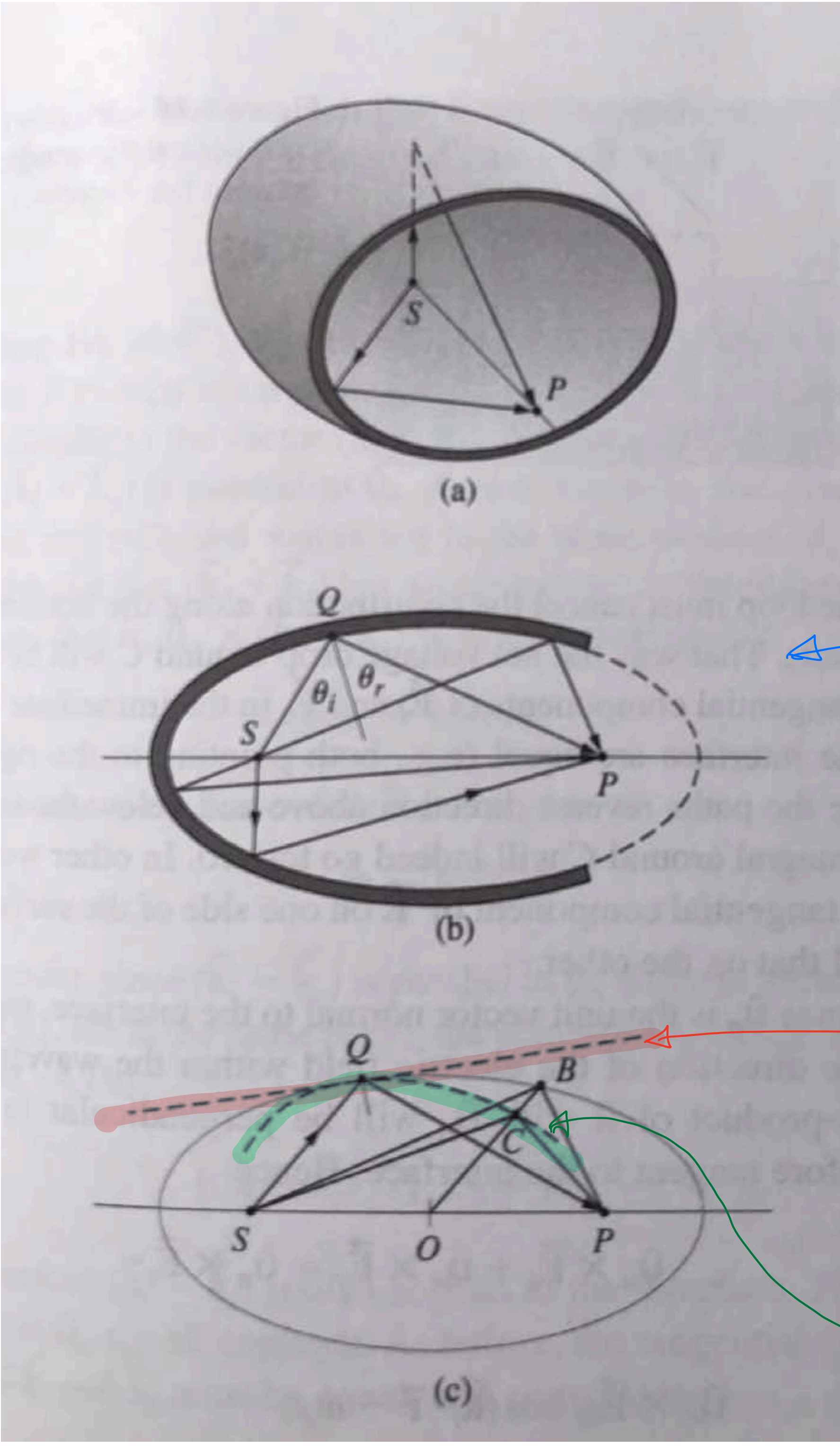


Figure 4.43 Rays reflecting off a plane mirror. Only those in group-I for which the *OPL* is stationary will correspond to waves that arrive at point *P* more or less in-phase. There phasors will add along an almost straight line, producing a substantial resultant wave amplitude (going from the tail of 1 to the tip of 3). The phasors for group-II have large phase-angle differences and so when added they essentially spiral around, producing a very small resultant wave amplitude (going from the tail of 1 to the tip of 3). Of course, we should really be drawing millions of very tiny phasors in each group and not just three relatively large ones.

Notare che abbiamo parlato di OPL "stazionario" e non semplicemente "minimo". Per illustrare questo concetto consideriamo una sorgente puntiforme posta nel fuoco S di un ellissoide ⇒ l'immagine si formerà nell'altro fuoco P



Per definizione tutte le distanze $\overline{SQP}$ sono uguali al variare di Q lungo l'ellisse ⇒ ci sono infiniti percorsi "stazionari"

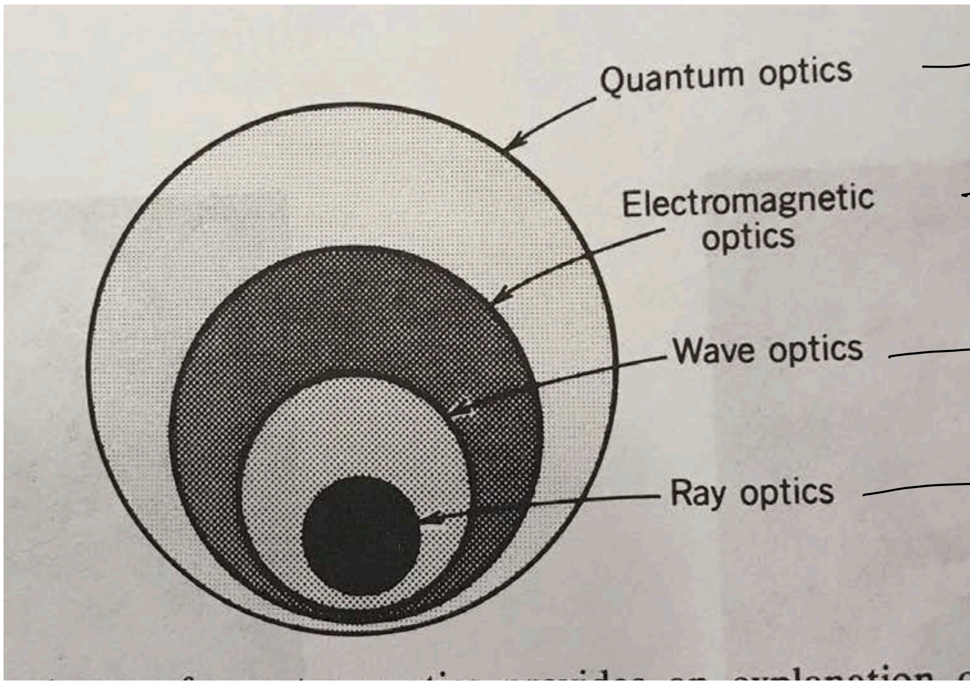
superficie riflettente piana tangente da Q all'ellisse

⇒ $\overline{SQP}$ è un minimo (relativo) secondo quanto visto sopra

Se la superficie riflettente è una curva interna all'ellisse, allora $\overline{SQP}$ è un massimo relativo.

In tutti i casi l'OPL è quello stazionario.

OTTICA GEOMETRICA (RAY OPTICS)



→ inclusione dei concetti quantistici

→ trattazione completa con e.m. classico

→ trattazione scalare

→ approssimazione a corte λ

"Postulati" dell'ottica geometrica

- La luce viaggia seguendo dei raggi che sono emessi da sorgenti e si possono osservare quando colpiscono un rivelatore

- Un mezzo ottico è caratterizzato da un indice di rifrazione $n \geq 1$ tale che $c_n = \frac{c_0}{n}$ ← velocità della luce in vuoto

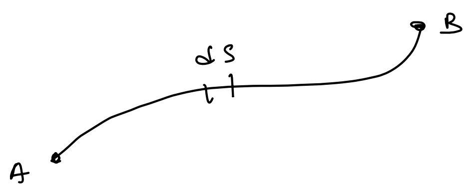
  velocità della luce nel mezzo

  Nel mezzo la luce attraversa una distanza d nel tempo $t = \frac{d}{c} = \frac{n d}{c_0}$

  la quantità $nd = OPL$ è detta "cammino ottico"

- In un mezzo non omogeneo $n = n(\vec{r})$, $\vec{r} = (x, y, z)$ quindi l'OPL tra due punti A e B è dato da

$$OPL = \int_A^B n(\vec{r})\, ds$$



Il tempo necessario per andare da A a B è sempre $t = \frac{OPL}{c_0}$

• Principio di Fermat

I Raggi che si propagano da A a B seguono un percorso tale che l'OPL sia un estremo relativamente ai possibili percorsi vicini, cioè un percorso tale che

$$\delta \int_A^B n(\vec{r})\,ds = 0$$

L'estremo può essere massimo, minimo o flesso. Di solito è un minimo e allora si dice che i raggi seguono il percorso di tempo minimo.
Se ci sono più percorsi che danno lo stesso tempo minimo i raggi li seguono tutti contemporaneamente.

SEMPLICI COMPONENTI OTTICI

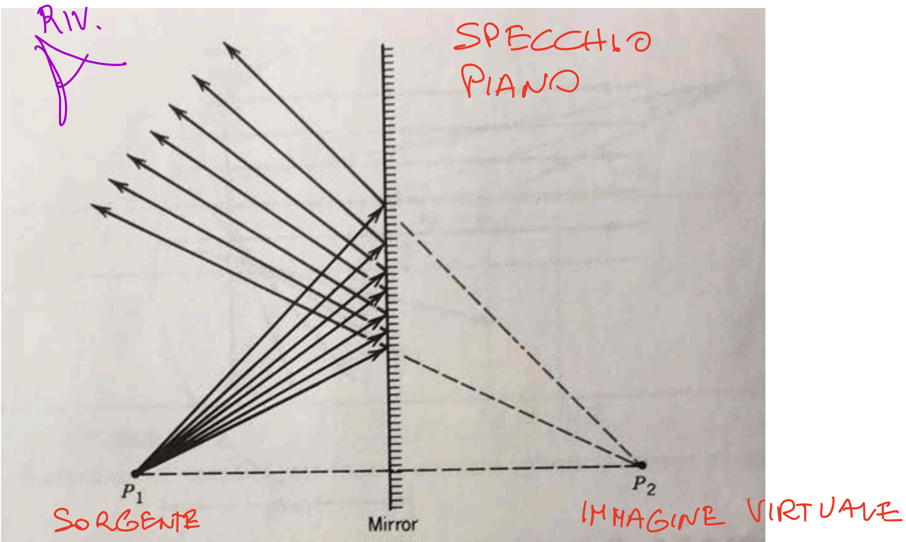


Figure 1.2-1 Reflection from a planar mirror.

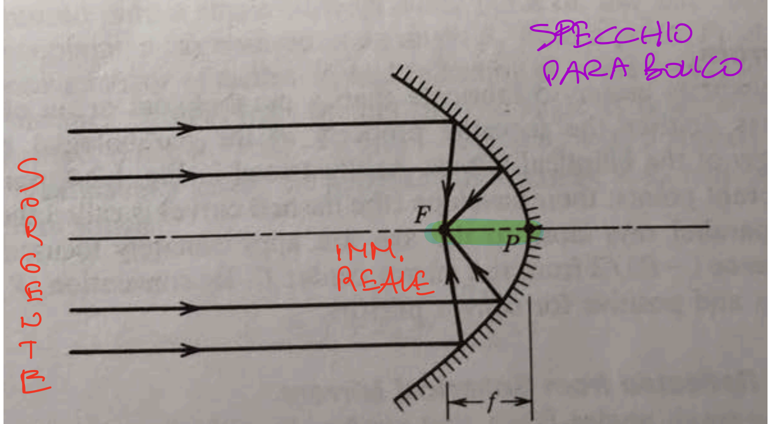


Figure 1.2-2 Focusing of light by a paraboloidal mirror.

$\overline{PF} = f =$ distanza focale

F → fuoco

SPECCHIO ELLITTICO

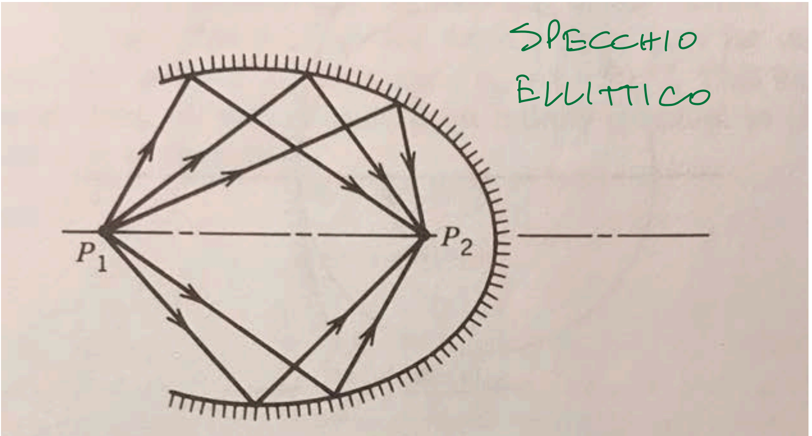


Figure 1.2-3 Reflection from an elliptical mirror.

I punti P_1 e P_2 sono detti "fuochi".

SPECCHIO SFERICO

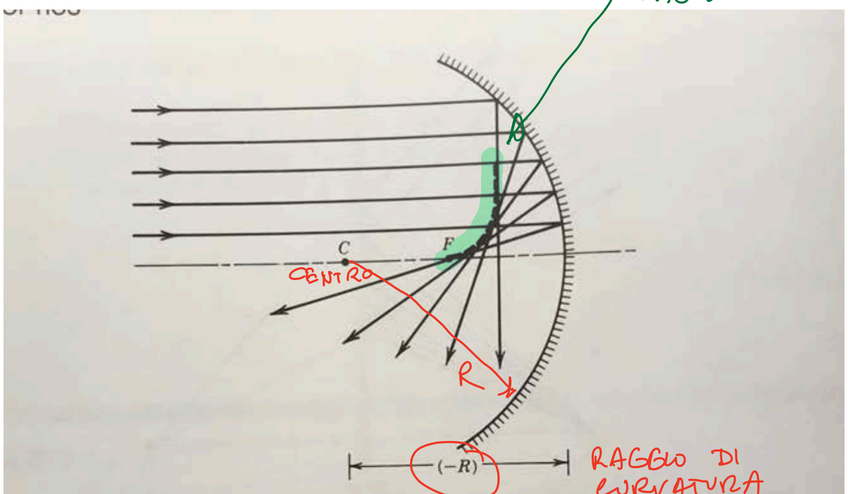


Figure 1.2-4 Reflection of parallel rays from a concave spherical mirror.

$R<0 \rightarrow$ specchio concavo (come in figura)

$R>0 \rightarrow$ specchio convesso

- Più facile da fabbricare rispetto allo specchio parabolico.
- I raggi paralleli incontrano l'asse ottico in punti differenti (aberrazione sferica). Il loro inviluppo è una curva detta "caustica".
- Tuttavia, i raggi parassiali sono approssimativamente concentrati nel punto F

$\overline{FC} = -\frac{R}{2}$ = distanza focale

INTERFACCE CURVE E LENTI

- Si usa la legge di Snell
- Si considerano solo raggi "parassiali"

PER L'INTERFACCIA CURVA O "DIOTTRO"

$$\Rightarrow \theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\theta_1 - \frac{n_2 - n_1}{n_2 R}\, y$$

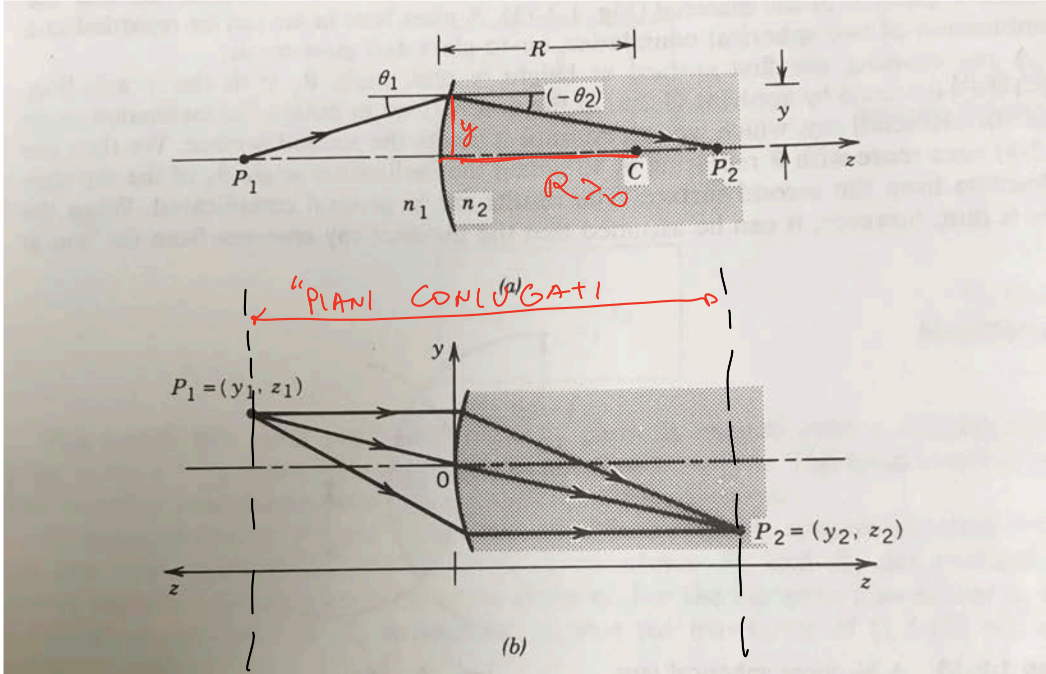


Figure 1.2-12 Refraction at a convex spherical boundary ($R > 0$).

$$\frac{n_1}{z_1} + \frac{n_2}{z_2} \approx \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$y_2 = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) y_1$$

INGRANDIMENTO

LENTI SOTTILI

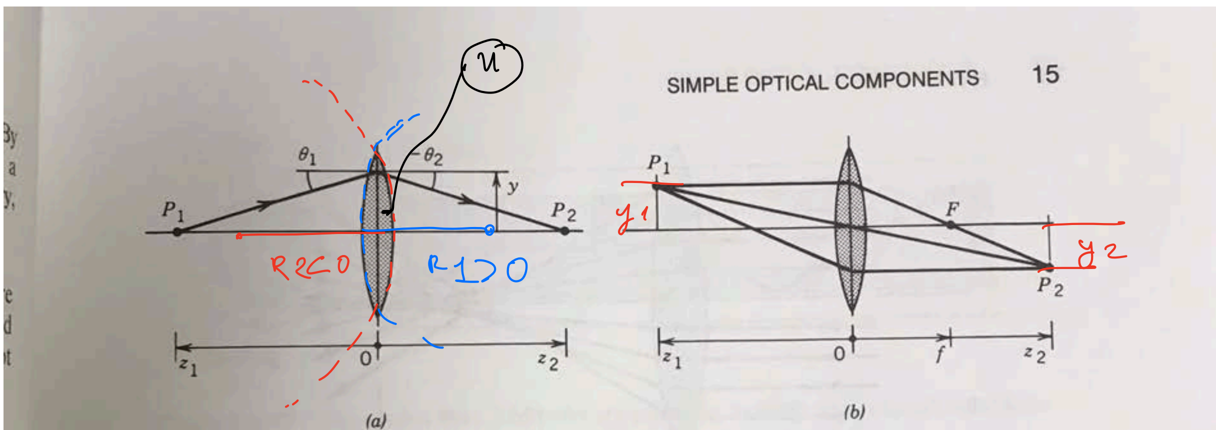


Figure 1.2-14 (*a*) Ray bending by a thin lens. (*b*) Image formation by a thin lens.

$$\underbrace{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{f}}_{\text{EQ. DELLA LENTE}}$$

$$\theta_2 = \theta_1 - \frac{y}{f}$$

con

$$\underbrace{\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}_{\text{LUNGHEZZA FOCALE}}$$

$$\underbrace{y_2 = -\frac{z_2}{z_1} y_1}_{\text{INGRANDIMENTO}}$$

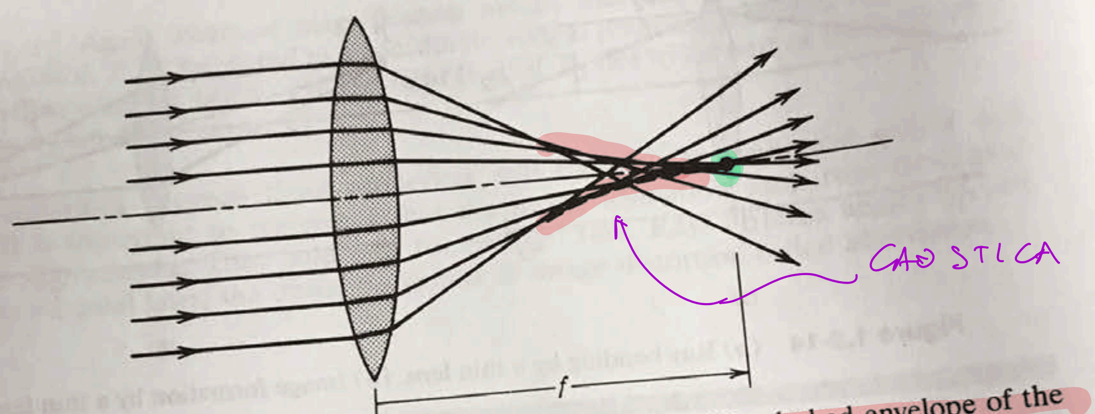


Figure 1.2-15 Nonparaxial rays do not meet at the paraxial focus. The dashed envelope of the refracted rays is called the caustic curve.

PRINCIPIO DELLA FIBRA OTTICA

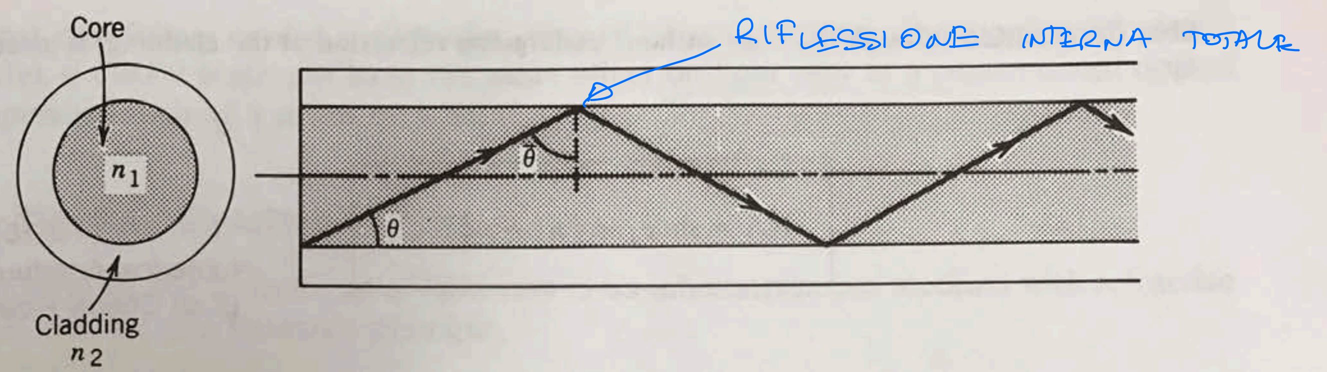


Figure 1.2-17 The optical fiber. Light rays are guided by multiple total internal reflections.

Per $\bar{\theta} = 90° - \theta > \theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ si ha riflessione interna totale e quindi trasporto in fibra.

Apertura numerica e accettanza di una fibra ottica

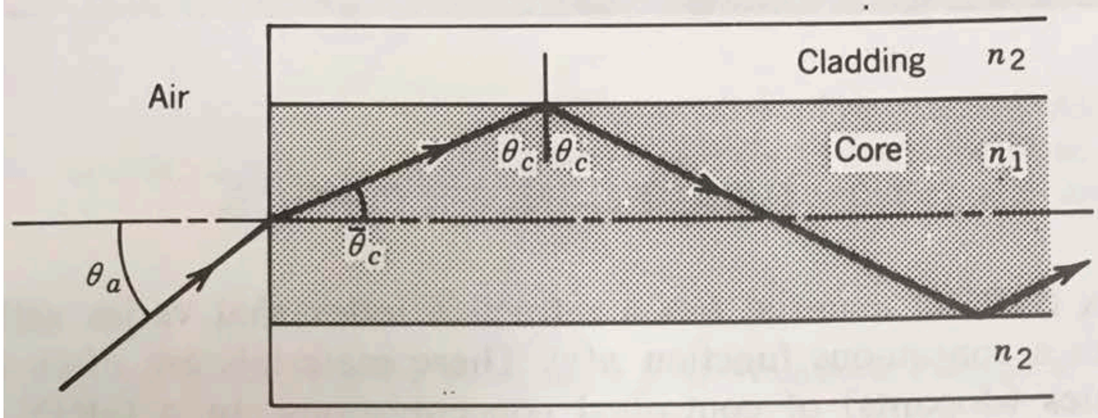


Figure 1.2-18 Acceptance angle of an optical fiber.

θ_a deve essere tale che ci sia riflessione interna totale con almeno θ_c

$$n_{air} \sin\theta_a = n_1 \sin\bar{\theta}_c = n_1 \sin(\pi - \theta_c)$$

$$= n_1 \cos\theta_c = n_1 \sqrt{1-\sin^2\theta_c} =$$

$$= n_1 \sqrt{1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Si definisce

APERTURA NUMERICA $= N.A. = \sin\theta_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

USI PRINCIPALI DELLE FIBRE OTTICHE

- ILLUMINAZIONE
- FOTO/VIDEO (IMAGING)
- **TELECOMUNICAZIONI**
- RICERCA
  - TRASMISSIONE DATI
  - RIVELATORI DI PARTICELLE (SciFi DETECTORS)
  - TRASPORTO SEGNALI LUMINOSI (ES. MUON G-2)

PROPAGAZIONE DELLA LUCE NELLE FIBRE OTTICHE

- Se la lunghezza d'onda della luce è piccola rispetto al diametro della fibra, la natura ondulatoria della luce non conta e si applica l'ottica geometrica ($\lambda << d$)

- Se invece $\lambda \sim d$ la propagazione avviene in maniera simile a quella delle microonde che si propagano nelle guide d'onda.

- Discutiamo per il momento il caso $\lambda << d$.

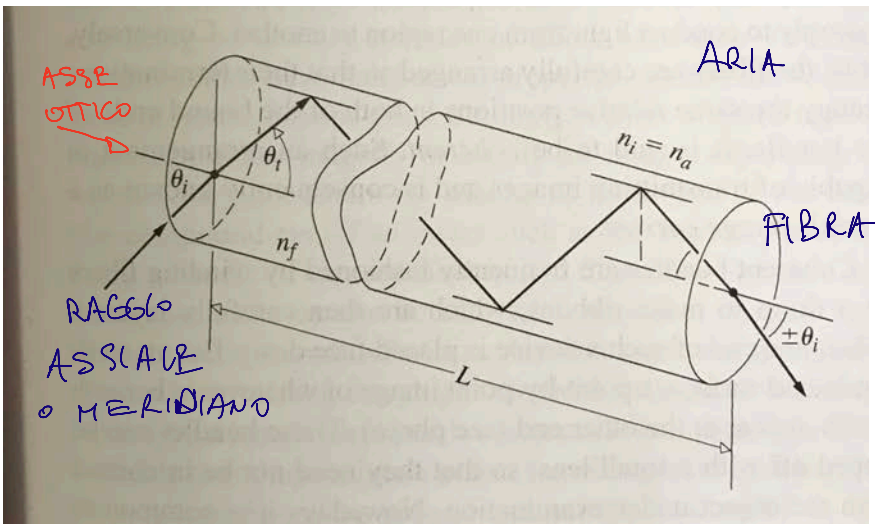


Figure 5.80 Rays reflected within a dielectric cylinder.

CASO "FIBRA NUDA"

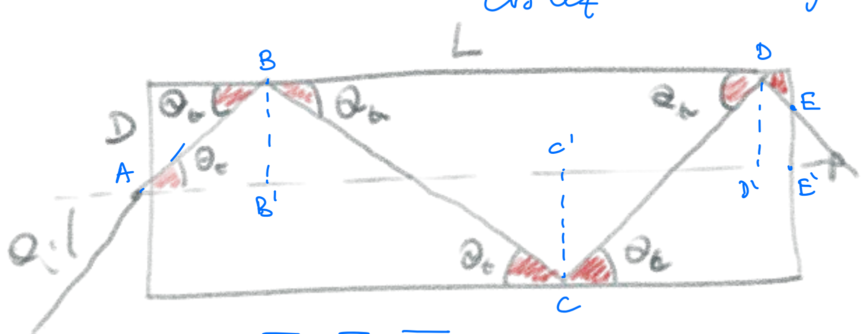
- la fibra è semplicemente un cilindro di materiale trasparente con $n_f > n_{aria}$
- consideriamo un RAGGIO ASSIALE ⇒ complanare con l'asse ottico centrale

→ Esce dall'altro estremo della fibra

D → diametro della fibra
L → lunghezza della fibra
θ_i → angolo di incidenza aria → fibra
θ_t → angolo di rifrazione all'interno della fibra

$$\sin\theta_i = n_f \sin\theta_t$$

Lunghezza del cammino percorso dal raggio $\ell = \frac{L}{\cos\theta_t}$ $(> L!)$



$$\ell = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE}$$

$$L = \overline{AB'} + \overline{B'C'} + \overline{C'D'} + \overline{D'E'} = \overline{AB}\cos\theta_t + \overline{BC}\cos\theta_t + \overline{CD}\cos\theta_t + \overline{DE}\cos\theta_t$$

$$= (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE})\cos\theta_t$$

$$= \ell \cos\theta_t$$

Segue allora $\ell = \dfrac{L}{\sqrt{1-\sin^2\theta_t}} = \dfrac{L}{\sqrt{1-\dfrac{\sin^2\theta_i}{n_f^2}}} = \dfrac{n_f L}{\sqrt{n_f^2 - \sin^2\theta_i}}$

e il numero di riflessioni è dato da

$$N_r = \left|\frac{\ell}{D/\sin\theta_t}\right|_{\text{intero}} \pm 1$$

lunghezza del percorso laterale del raggio

dipende da dove esce il raggio

$\ell = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} = 4\overline{AB} + \overline{DE}$

$D = 2\overline{AB}\sin\theta_t \Rightarrow \dfrac{D}{\sin\theta_t} = 2\overline{AB}$

$N_r = \left|\dfrac{4\overline{AB} + \overline{DE}}{2}\right|_{\text{int}} \pm 1 = 2 \pm 1$
$= 2+1 = 3$

Se $N_r \gg 1$, come succede spesso in pratica, allora

$$\boxed{N_r \simeq \left|\frac{\ell}{D/\sin\theta_t}\right|_{\text{intero}}}$$

<u>Esempio numerico</u>

$D = 100\ \mu m$ $\qquad$ $L = 1\ m$

$\theta_i = 30°$ $\qquad$ $n_f = 1.6$

$\ell = \dfrac{1.6}{\sqrt{(1.6)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = 1.053\ m$

$\sin\theta_t = \dfrac{\sin\theta_i}{1.6} = \dfrac{0.5}{1.6}$

$N_r = \dfrac{1.053\ m}{\dfrac{10^{-4} m \cdot 1.6}{0.5}} = 3290$ riflessioni per metro

→ Le fibre nude di solito non sono usate perché:

- impurità sulle superficie (polvere, olii, etc...) possono impedire la riflessione interna totale e causare perdite
- se molte fibre non impacchettate insieme ci può essere passaggio di luce da una all'altra ("cross-talk")
- la fibra nuda ha un grande angolo di accettanza $\sin\theta_e = \sqrt{n_f^2 - 1}$ ($\theta_e = 90°$ se $n_f = 1.6$ poiché $\sqrt{n_f^2-1} > 1$) e quindi "accoppia" molta luce, tuttavia supporta moltissimi "modi"(*) che la rendono inadatta alla trasmissione di segnale

(*) vedremo in seguito cosa sono i "modi"

Le fibre normalmente in uso hanno perciò un rivestimento con $n_c > 1$ e $n_c < n_f$ detto "CLADDING". Quest'ultimo ha anche la funzione di proteggere il nucleo ("core") della fibra e di aumentarne la resistenza meccanica.

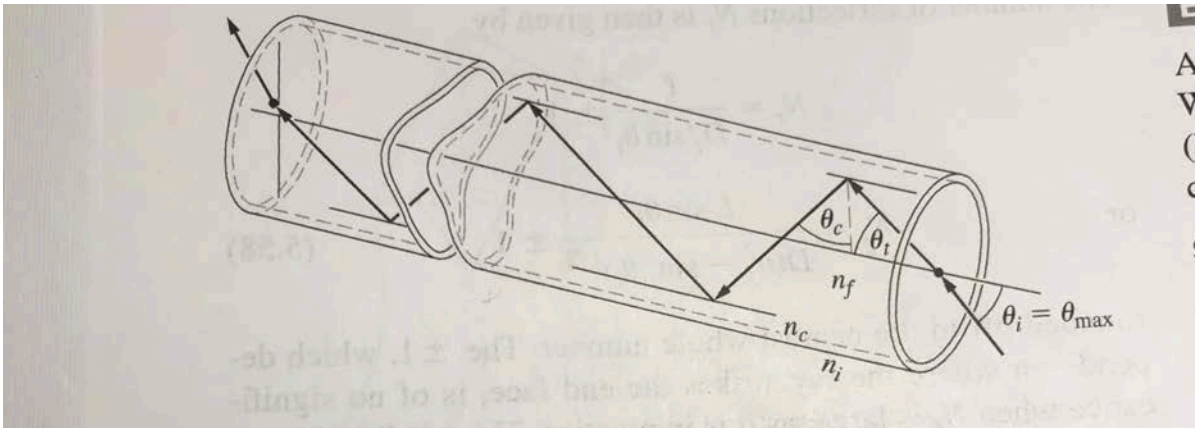


Figure 5.81 Rays in a clad optical fiber.

Figure 10.1-1 The trajectory of a meridional ray lies in a plane that passes through the fiber axis. The ray is guided if $\theta < \overline{\theta}_c = \cos^{-1}(n_2/n_1)$.

Figure 10.1-2 A skewed ray lies in a plane offset from the fiber axis by a distance R. The ray is identified by the angles θ and ϕ. It follows a helical trajectory confined within a cylindrical shell with inner and outer radii R and a, respectively. The projection of the ray on the transverse plane is a regular polygon that is not necessarily closed.

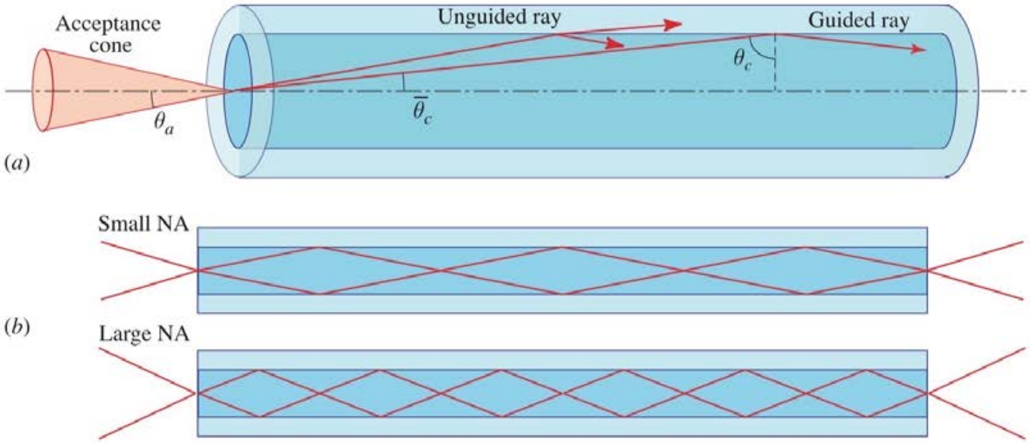


Figure 10.1-3 (*a*) The acceptance angle θ_a of a fiber. Rays within the acceptance cone are guided by total internal reflection. The numerical aperture NA $= \sin\theta_a$. The angles θ_a and $\overline{\theta}_c$ are typically quite small; they are exaggerated here for clarity. (*b*) The light-gathering capacity of a large NA fiber is greater than that of a small NA fiber.

- Più fibre ottiche possono essere riunite in un fascio o "bundle":
  - in maniera casuale → "bundle" incoerente → per illuminazione
  - mantenendo le posizioni relative all'ingresso e all'uscita del bundle → "bundle" coerente, → per il trasporto di immagini → endoscopi ad esempio

CLASSIFICAZIONE DELLE FIBRE.

A seconda dell'angolo di lancio nella fibra, ci possono essere moltissimi (centinaia o migliaia) di percorsi diversi che i raggi possono seguire all'interno della fibra. Questi percorsi si dicono "modi".

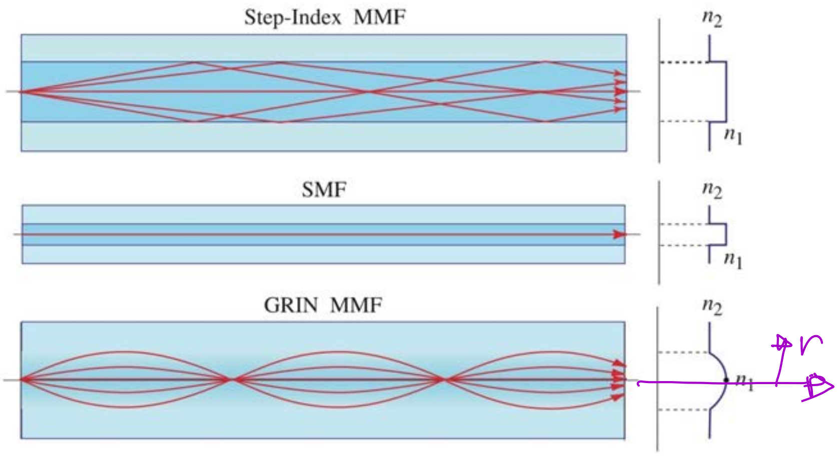


Figure 10.0-2 Geometry, refractive-index profile, and typical rays in a step-index multimode fiber (MMF), a single-mode fiber (SMF), and a graded-index multimode fiber (GRIN MMF).

MMF – Multi Mode Fiber

Molti modi differenti ciascuno dei quali corrisponde ad un diverso tempo di transito DIA. tipico ≈ 100 μm

SMF – Single Mode Fiber

Un solo modo ("percorso") possibile DIA. tipico ≈ 10 μm

GRIN MMF – Fibra a indice variabile

Molti modi differenti, ma con tempi di propagazione simili perché $n(r)$ decresce con r.

STEP-INDEX FIBER

$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \ll 1$ visto che di solito n_2 e n_1 sono vicini

Tipicamente: fibre di SiO_2 (vetro) ultrapuro trattate con dopanti (Ti, Ge, B):

$n_1 = 1.44 - 1.46$, $\Delta = 0.001 - 0.002$

Apertura numerica $NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \approx n_1 (2\Delta)^{1/2}$

DISPERSIONE INTERMODALE

In una fibra MMF step-index differenti modi si propagano con tempi diversi.

Siccome ogni modo è caratterizzato da una certa frequenza, un impulso, composto da più componenti con frequenze diverse, viene deformato nella propagazione lungo la fibra.

Questo limita la frequenza con la quale i dati possono essere trasmessi lungo la fibra.

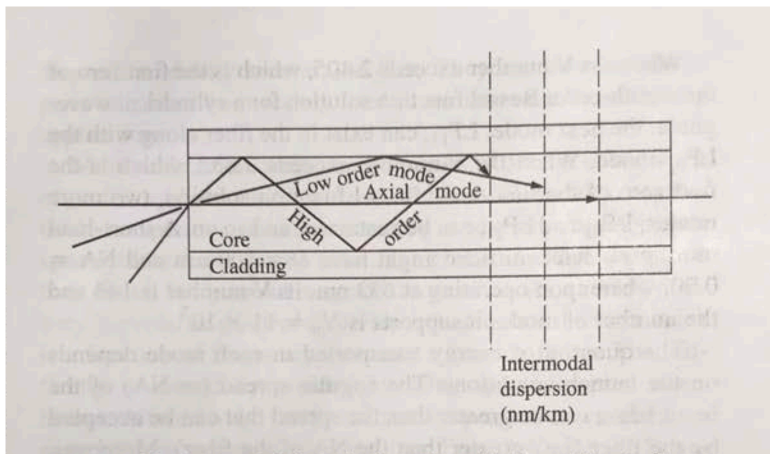


Figure 5.83 Intermodal dispersion in a stepped-index multimode fiber.

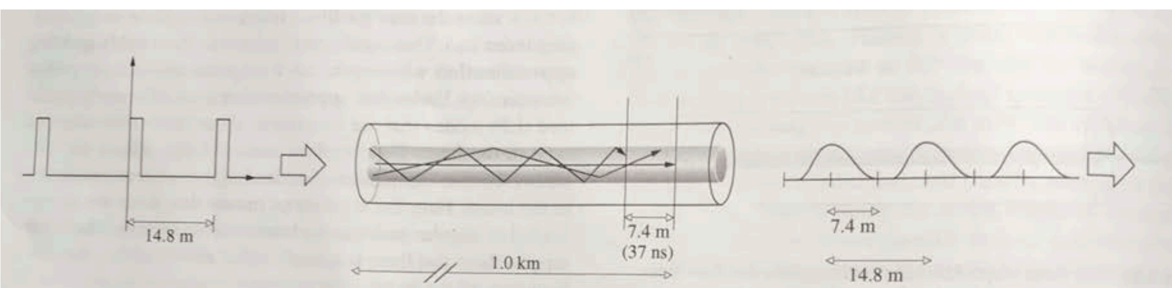


Figure 5.85 The spreading of an input signal due to intermodal dispersion.

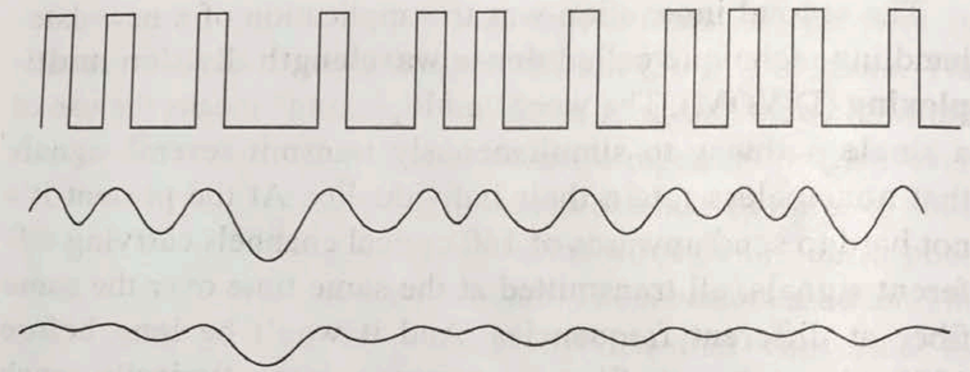


Figure 5.84 Rectangular pulses of light smeared out by increasing amounts of dispersion. Note how the closely spaced pulses degrade more quickly.

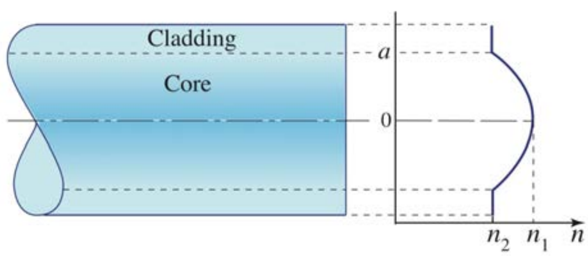
• Esiste anche la DISPERSIONE INTRAMODALE: deformazione di un impulso dovuta alla dipendenza $n(\omega)$ – (detta anche dispersione del materiale)

• Le fibre SMF non hanno ovviamente il problema della dispersione intermodale, tuttavia i piccoli diametro ed angolo di accettanza limitano l'intensità luminosa che possono trasportare –

• Una soluzione viene dalle fibre GRIN, in cui i tempi di percorrenza dei vari modi sono circa uguali

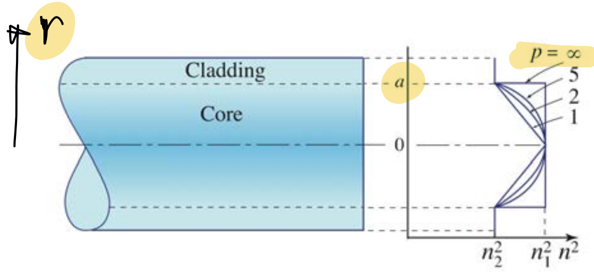
GRIN MMF – Graded Index Fibers

– L'indice di rifrazione è massimo al centro (sull'asse) e decresce gradualmente verso i lati, quindi la velocità di fase è minima al centro e massima verso i bordi ⇒ i modi con i percorsi più lunghi sono anche quelli che si propagano più rapidamente



Normalmente l'indice di rifrazione è costante per il cladding, mentre per il core

$$n^2(r) = n_1^2 \left[1 - 2\left(\frac{r}{a}\right)^p \Delta \right], \quad r \le a$$



$a \to$ raggio del core

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2 n_1^2} \simeq \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad \text{se } n_1 \approx n_2$$

$p =$ "grade profile parameter"
(Step-index $p = \infty$)

In una fibra GRIN
- raggi assiali → traiettorie piane oscillanti
- raggi sghembi → traiettorie elicoidali confinate

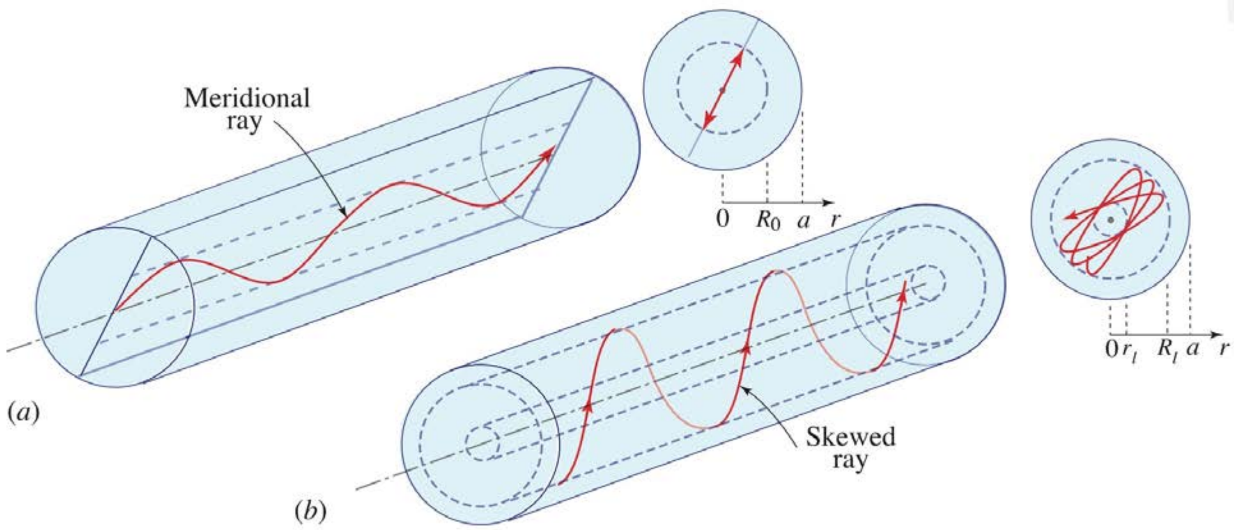


Figure 10.1-6 Guided rays in the core of a GRIN fiber. (*a*) A meridional ray confined to a meridional plane inside a cylinder of radius R_0. (*b*) A skewed ray follows a helical trajectory confined within two cylindrical shells of radii r_l and R_l. For a parabolic-index profile, the trajectory projects to a stationary ellipse, as in Fig. 1.3-7.

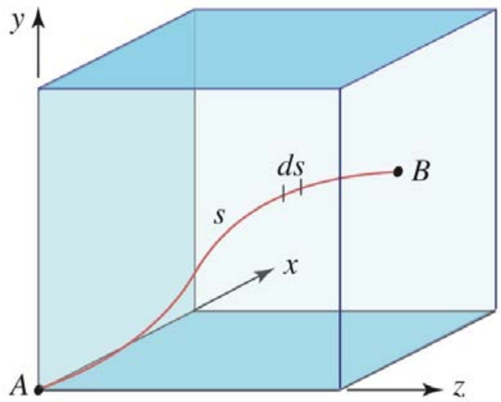
- Per i raggi assiali l'apertura numerica è data da $NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \simeq n_1 (2\Delta)^{1/2}$

- Per i raggi sghembi è data dal più grande angolo di incidenza tale che il raggio guidato non raggiunge il cladding

OTTICHE GRIN

Per determinare le traiettorie dei raggi che si propagano in un mezzo non omogeneo con indice di rifrazione $n(\vec{r})$ usiamo il principio di Fermat:

$$\delta \int_A^B n(\vec{r})\, ds = 0$$



• Se la traiettoria è descritta da tre funzioni

$$x(s),\ y(s),\ z(s)$$

si può dimostrare che deve valere

$$(\bullet)\ \begin{cases} \dfrac{d}{ds}\left(n\dfrac{dx}{ds}\right) = \dfrac{\partial n}{\partial x} \\[2ex] \dfrac{d}{ds}\left(n\dfrac{dy}{ds}\right) = \dfrac{\partial n}{\partial y} \\[2ex] \dfrac{d}{ds}\left(n\dfrac{dz}{ds}\right) = \dfrac{\partial n}{\partial z} \end{cases} \Longrightarrow \quad \vec{r} \equiv (x(s), y(s), z(s))$$

$$\boxed{\frac{d}{ds}\left(n\frac{d\vec{r}}{ds}\right) = \vec{\nabla} n}$$

EQUAZIONE DEI RAGGI

• L'equazione si può in linea di principio risolvere descrivendo la traiettoria con due funzioni $x(z)$ e $y(z)$, scrivere $ds = dz\left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]^{1/2}$ e sostituire $\Longrightarrow$ non banale!

APPROSSIMAZIONE PARASSIALE

• Se la traiettoria è quasi parallela all'asse z, si può scrivere $ds \simeq dz$, quindi le tre equazioni $(\bullet)$ diventano

$$\frac{d}{dz}\left(n\frac{dx}{dz}\right) \simeq \frac{\partial n}{\partial x} \qquad \frac{d}{dz}\left(n\frac{dy}{dz}\right) \simeq \frac{\partial n}{\partial y}$$

(la terza è un'identità)

EQUAZIONI DEI RAGGI PARASSIALI

- Se $n(x,y,z)$ è noto si possono risolvere
- Nel caso di un mezzo omogeneo n non dipende da x,y,z, quindi $\frac{d^2x}{dz^2}=0$, $\frac{d^2y}{dz^2}=0$ $\Rightarrow$ x e y sono funzioni lineari di z $\Rightarrow$ le traiettorie sono linee rette

Fibre GRIN

Prendiamo l'espressione

$$n^2(r) = n_1^2\left[1 - 2\left(\frac{r}{a}\right)^p \Delta\right], \quad r \le a$$

e riscriviamola come

$$n^2 = n_0^2\left[1 - \alpha^2(x^2+y^2)\right]^2$$

dove $p=2$, $\alpha^2 = \frac{2\Delta}{a^2}$, $r^2 = x^2+y^2$

Nell'approssimazione parassiale $\alpha^2(x^2+y^2) \ll 1$

per cui $\frac{d^2x}{dz^2} \simeq -\alpha^2 x \qquad \frac{d^2y}{dz^2} \simeq -\alpha^2 y$

$\Rightarrow$ x e y sono funzioni armoniche di z con periodo $\frac{2\pi}{\alpha}$. I valori della posizione iniziale (x_0, y_0) e degli angoli iniziali $\theta_{x_0} = \frac{dx}{dz}$, $\theta_{y_0} = \frac{dy}{dz}$ determinano ampiezza e fase delle funzioni.

Possiamo porre $x_0=0$ grazie alla simmetria circolare quindi

$$x(z) = \frac{\theta_{x_0}}{\alpha}\sin\alpha z$$

(*)

$$y(z) = \frac{\theta_{y_0}}{\alpha}\sin\alpha z + y_0\cos\alpha z$$

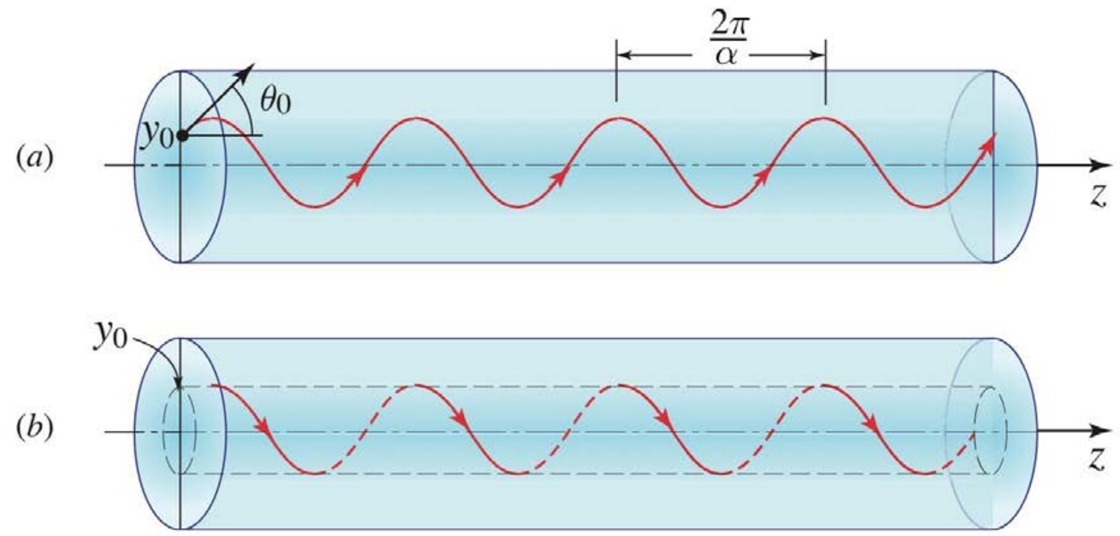


Figure 1.3-7 (a) Meridional and (b) helical rays in a graded-index fiber with parabolic index profile.

- Dalle espressioni (*) si vede che se $\theta_{x_0}=0$ (raggio assiale) il raggio continua in un piano passante per l'asse e segue una traiettoria sinusoidale (caso (a) in figura sopra)
- Se invece $\theta_{y_0}=0$ e $\theta_{x_0}=\alpha y_0$ allora

$$\left.\begin{aligned} x(z) &= y_0 \sin \alpha z \\ y(z) &= y_0 \cos \alpha z \end{aligned}\right\} \rightarrow$$ traiettoria elicoidale giacente nella superficie del cilindro di raggio y_0

- In entrambi i casi il raggio rimane confinato nella fibra.

FIBRE OTTICHE PER "MUON G-2"

$\lambda = 405$ nm

$V\text{-number} = \frac{\pi D NA}{\lambda_0} = \frac{\pi (400\times10^{-6})(0.22)}{405\times10^{-9}} = 682.27$

Number of modes $N_m = \frac{1}{2}(V\text{-number})^2 \simeq 2.33\times10^{5}$

molex®

High -OH
Deep UV Enhanced

Polymicro SILICA/ SILICA Optical Fiber FDP

For applications in the deep UV region (190nm - 325nm), effects of high levels of UV radiation on the transmission of a silica core optical fiber must be considered. Solarization changes depend on the type of fiber used as well as the intensity and spectral output of the UV source. These changes are wavelength dependent.

CHARACTERISTICS

Step index

Numerical aperture: 0.22 ± 0.02
full acceptance cone: 25.4 degrees

Operating wavelength down to to 190nm

Ultra high UV transmission

Ultra low UV solarization

Superior radiation resistance

Sterilizable and bio-compatible – USP class VI*

High laser damage threshold

High -OH silica core, doped silica cad

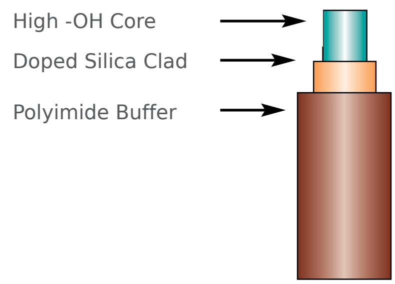
Polyimide buffer standard

Polyimide concentricity < 3µm

Custom core sizes, buffers and assemblies available

Proof tested to 100kpsi

Operating temperature: –65°C to +300°C

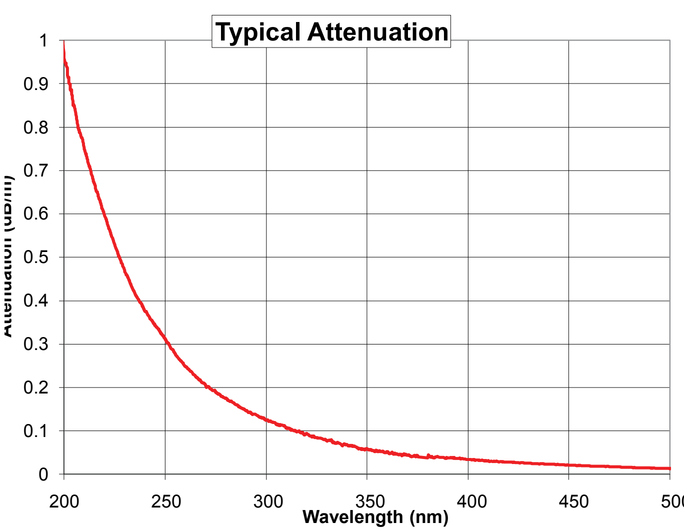


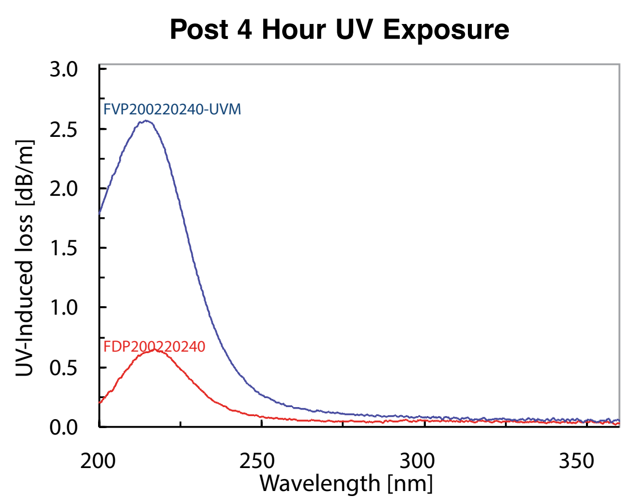
Specifications

Product Descriptor	Core (µm)	Clad (µm)	Buffer (µm)
FDP100110125	100 ± 3	110 ± 3	124 ± 3
FDP200220240	200 ± 4	220 ± 4	240 ± 5
FDP400440480	400 ± 8	440 ± 9	480 ± 7
FDP600660710	600 ± 10	660 ± 10	710 ± 10

Note: The items listed in this table are standard configurations and sizes. Other configurations may be available on request.

* The end manufacturer is responsible for bio-compatibility and sterilization testing and validation studies.





www.molex.com/polymicro

Order No. 987650-8942
Printed in USA/GF/2013.09

Polymicro SILICA/ SILICA Optical Fiber FV

High -OH

CHARACTERISTICS

Step index

Numerical aperture: 0.22 ± 0.02
Full acceptance cone: 25.4 degrees

UV-Vis-NIR transmission, 180nm to 1,150nm

Superior radiation resistance

High laser damage threshold

Sterilizable and bio-compatible – USP class VI*

High -OH silica core, doped silica clad

Polyimide buffer standard; silicone, acrylate, high-temperature acrylate also available.

Polyimide concentricity < 3µm

Sizes for bundling

Tighter tolerances available

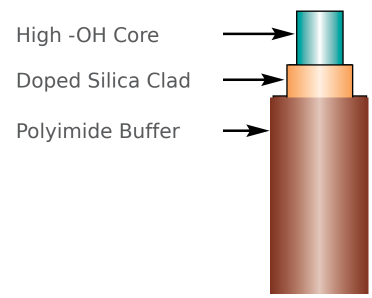
Temperature:
operating –65°C to +300°C
intermittent, up to 400°C

Proof tested to 100kpsi

Specifications

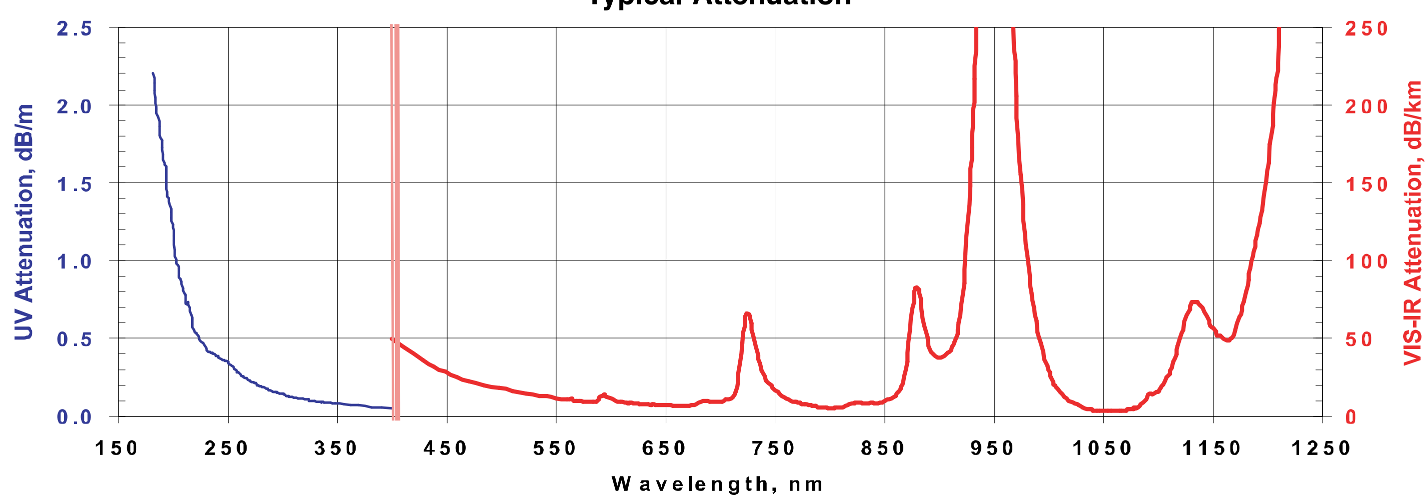
Product Descriptor	Core (µm)	Clad (µm)	Buffer (µm)
FVP050055065*	50 ± 2	55 ± 2	65 ± 2
FVP100110125**	100 ± 3	110 ± 3	124 ± 3
FVP150165195	150 ± 3	165 ± 3	195 ± 5
FVP200220240	200 ± 4	220 ± 4	239 ± 5
FVP300330370	300 ± 6	330 ± 7	370 ± 10
FVP400440480	400 ± 8	440 ± 9	480 ± 7
FVP600660710	600 ± 10	660 ± 10	710 ± 10
FVA8008801100***	800 ± 20	880 ± 15	1100 ± 30
FVP100120140	100 ± 3	120 ± 3	140 ± 4
FVP200240280	200 ± 4	240 ± 4	275 ± 5
FVP320385415	320 ± 8	385 ± 8	415 ± 10
FVA100010501250***	1000 ± 20	1050 ± 15	1250 ± 40

* Recommended for UV wavelengths only. Availability varies.
** Not recommended for wavelengths greater than 1000nm.
*** Acrylate buffer



Note: The items listed in this table are standard configurations and sizes. Other configurations may be available on request.

Typical Attenuation



* The end manufacturer is responsible for bio-compatibility and sterilization testing and validation studies.

www.molex.com/polymicro

Order No. 987650-8936 Printed in USA/GF/2013.09