

Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 25.09.19

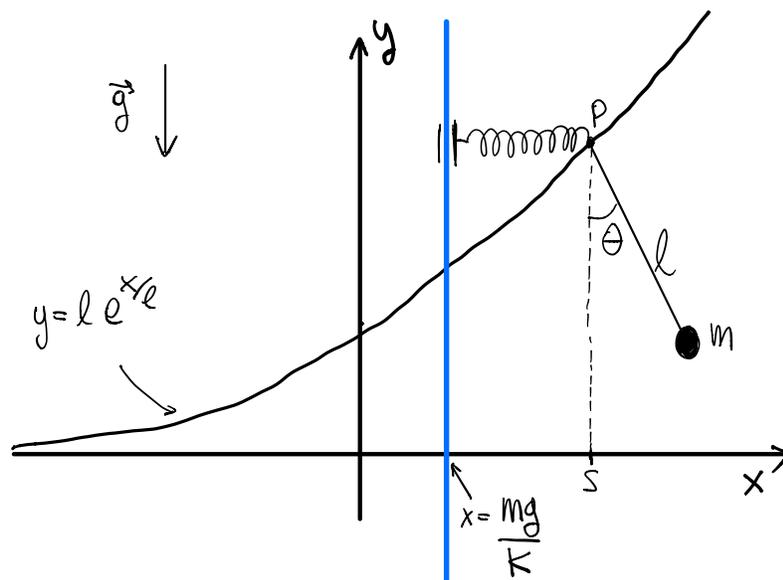
Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2018/2019

Esercizio 1

Si consideri il problema di un corpo soggetto ad un campo di forze centrali Kepleriano.

1. Si scriva la lagrangiana in coordinate cartesiane x, y, z e si spieghi perché il problema può essere ridotto a un corpo che si muove su un piano [2pt].
2. Si scriva la lagrangiana del problema piano in coordinate polari e si individui la coordinata ciclica [2pt].
3. Si trovi la lagrangiana ridotta a un solo grado di libertà, si scriva il potenziale efficace [2pt].
4. Si studi *dettagliatamente* il diagramma di fase per il problema unidimensionale [2pt].
5. Usando il diagramma di fase si spieghi il comportamento qualitativo che ci si aspetta per i diversi tipi di orbite sul piano [2pt].
6. Si scrivano le tre costanti del moto (due scalari e una vettoriale) per il problema Kepleriano sul piano [2pt].
7. *Facoltativo*: Si calcoli l'angolo di scattering per un'orbita iperbolica [1pt].

Esercizio 2

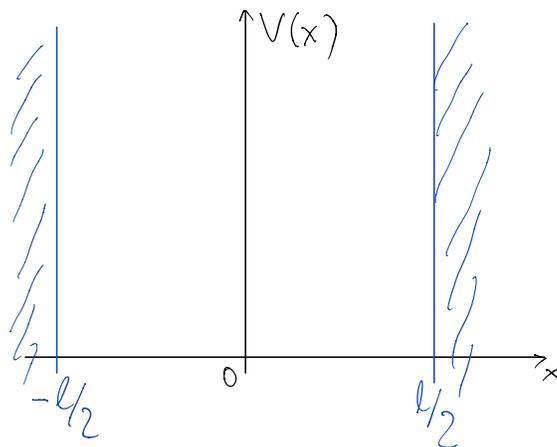


Si consideri il sistema in figura. Un punto materiale di massa m è vincolato a distanza ℓ dal punto P . Il punto P è vincolato a giacere sulla curva $y = \ell e^{x/\ell}$ ed è connesso alla retta $x = \frac{mg}{k}$ da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla (la molla è sempre parallela all'asse x). Sul sistema agisce la forza di gravità.

1. Scrivere la Lagrangiana L del sistema, usando come coordinate libere l'ascissa s del punto P e l'angolo θ in figura [2pt].
2. Ci sono coordinate cicliche? Se sì quali? [1pt]
3. Si trovino i punti di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità [3pt].
4. Linearizzare la Lagrangiana attorno al punto di equilibrio stabile [2pt]
5. Si assuma che $k = \frac{mg}{\ell}$. Si trovino le frequenze delle piccole oscillazioni attorno al punto di equilibrio stabile [2pt].
6. *Facoltativo: si calcolino i modi normali di oscillazione [1pt].*

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in una buca di potenziale infinita (vedi figura).



1. Si scriva l'equazione di Schroedinger unidimensionale indipendente dal tempo per un potenziale $V(x)$ generico [1pt].
2. Si risolva l'equazione di Schroedinger indipendente dal tempo nella regione permessa, indicando le opportune condizioni di raccordo [2pt].
3. Si trovino gli autovalori dell'Hamiltoniana [2pt].
4. *Facoltativo: senza risolvere l'equazione di Schroedinger, si dimostri che le soluzioni sono a parità definita [1pt].*
5. Calcolare il valor medio dell'impulso P nello stato di energia minima [2pt].
6. Calcolare il valor medio della posizione X nel primo stato eccitato [1pt].