

Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 16.09.2020

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2019/2020

Esercizio

Due punti materiali P_1 e P_2 di massa m sono vincolati secondo le seguenti relazioni parametriche:

$$\begin{cases} x_1 = R \cos \varphi \\ y_1 = R \sin \varphi \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = R \cos \psi \\ y_2 = R \sin \psi \\ z_2 = R \sin \psi \end{cases} \quad (1)$$

dove R è una *costante* fissata. I due punti sono legati da una *molla* di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Sul sistema agisce la *forza di gravità*.

1. Si trovi la Lagrangiana L del sistema in funzione delle coordinate libere φ, ψ e si scriva la matrice cinetica [2pt].
2. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema [1pt].
3. Sia $mg > kR$. Si trovino i punti di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità [2pt].
4. Si trovino le frequenze delle piccole oscillazioni attorno al punto $(\varphi, \psi) = (-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$ [1pt].
5. Si definisca cos'è una costante del moto per un sistema Lagrangiano. Cos'è una coordinata ciclica? Si spieghi perché il momento coniugato di una coordinata ciclica è una costante del moto [2pt].
6. Si consideri lo stesso sistema ma con $z_2 = h$ fissato. Si scriva la nuova Lagrangiana, e si scrivano due costanti del moto (spiegando nel dettaglio perché sono costanti del moto) [2pt].

[Lo scritto viene superato con un punteggio di almeno $\frac{6}{10}$.]