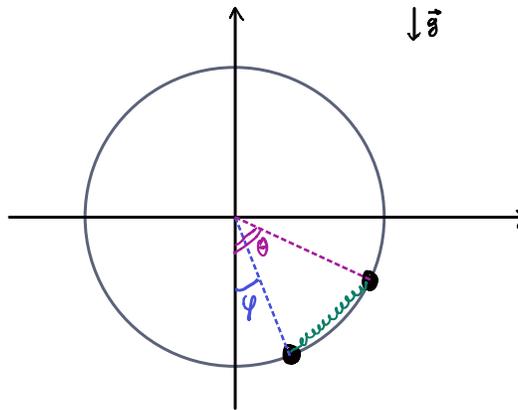


Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 15.02.2021

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2019/2020

Esercizio

Due punti materiali di massa m sono vincolati a giacere su una circonferenza verticale di raggio R (vedi figura). Inoltre i due punti materiali sono collegato tramite una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Sul sistema agisce la forza di gravità.



1. Si trovi la Lagrangiana L del sistema in funzione delle coordinate libere θ, φ [1pt].
2. Si scrivano le equazioni di Lagrange del sistema [1pt].
3. Si trovino i punti di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità [2,5pt].
4. Si trovino le frequenze delle piccole oscillazioni attorno al punto $(\theta, \varphi) = (0, 0)$ [1pt].

Si consideri lo stesso sistema in assenza di gravità ($g = 0$).

5. Trovare una trasformazione di coordinate tale che nel nuovo sistema di coordinate ci sia una coordinata ciclica. Si scriva la Lagrangiana nelle nuove coordinate [1pt].
6. Scrivere qual è la costante del moto associata alla coordinata ciclica. Dire di che grandezza fisica si tratta e perché [1pt].
8. Si calcoli la Lagrangiana del problema ridotto a un grado di libertà e la si espanda attorno al punto di equilibrio stabile [1pt].

Domanda di teoria:

9. Si dimostri l'equivalenza tra le equazioni di Lagrange e quelle di Hamilton, quando si può passare da una descrizione all'altra [1,5pt].

[Lo scritto viene superato con un punteggio di almeno $\frac{6}{10}$.]