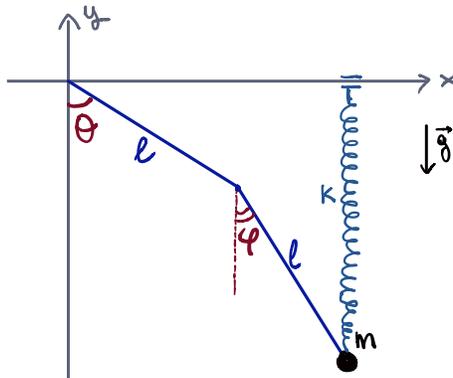


Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 25.01.2021

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2019/2020

Esercizio

Un punto materiale di massa m è vincolato all'estremità di un pendolo doppio, costituito da due barre di massa trascurabile e di lunghezza ℓ (vedi figura). Inoltre il corpo è collegato all'asse delle ascisse tramite una molla verticale, di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Sul sistema agisce la forza di gravità.



1. Si trovi la Lagrangiana L del sistema in funzione delle coordinate libere θ, φ e si scriva la matrice cinetica [1,5pt].
2. Quante e quali costanti del moto ci sono? [1pt].
3. Calcolare i momenti coniugati alle coordinate θ e φ [0,5pt].
4. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema [1pt].
5. Si trovino i punti di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità [2pt].
6. Ci sono dei punti nello spazio delle configurazioni in cui la matrice cinetica ha rango minore di 2? Se sì, si spieghi perchè questo avviene e il significato fisico [1pt].
7. Si trovino le frequenze delle piccole oscillazioni attorno ai punti di equilibrio stabili per i casi a) $\frac{mg}{k\ell} = 2$ and b) $\frac{mg}{k\ell} = \frac{1}{2}$ [1,5pt].
8. Si dia la definizione di costante del moto. Si definisca cos'è una coordinata ciclica e perché la sua presenza implica l'esistenza di una costante del moto, cioè una quantità che soddisfa completamente la definizione appena data. Infine si descriva come la presenza di una coordinata ciclica permette di ridurre il problema a uno con un numero inferiore di libertà [1,5pt].

[Lo scritto viene superato con un punteggio di almeno $\frac{6}{10}$.]