Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 29.09.22

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2021/2022

Esercizio 1

1. Dare la definizione di funzionale facendo un esempio esplicito. [1,5pt]

2. Dare la definizione di variazione di un funzionale e di punto di stazionarietà. Per l'esempio esplicito fornito al punto precedente, si calcolino le funzioni che rendono stazionario il funzionale scelto. [1,5pt]

Si consideri un sistema Lagrangiano a un grado di libertà, con coordinata libera q.

3. Scrivere il funzionale azione S e calcolare la sua variazione δS. [2pt]

4. Si enunci e si dimostri il "Principio di Hamilton". [3pt]

5. Si consideri l'oscillatore armonico unidimensionale: *a)* si scriva l'equazione del moto e la rispettiva soluzione; *b)* si scriva il funzionale S di tale sistema e se ne calcoli la variazione δS, mostrando che quest'ultima si annulla sulle soluzioni al punta a. [2pt]

6. Si usi il principio di Hamilton per dimostrare che "Lagrangiane che differiscono per una derivata totale sono equivalenti". [2pt]

7. *Facoltativo: Si usi il principio di Hamilton per dimostrare la proprietà di invarianza delle equazioni di Lagrange per cambiamenti di coordinate. [1pt]*

Esercizio 2

Si consideri il sistema meccanico illustrato in figura. Una circonferenza di raggio R (e di massa trascurabile) giace sul piano $\hat{r}z$ con centro C sull'asse $\hat{r}$ e un estremo sull'origine O. Il piano $\hat{r}z$ è libero di ruotare attorno all'asse z. Un punto materiale di massa m è vincolato a giacere sulla circonferenza. Esso è collegato al punto O da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Sul sistema agisce la forza di gravità.

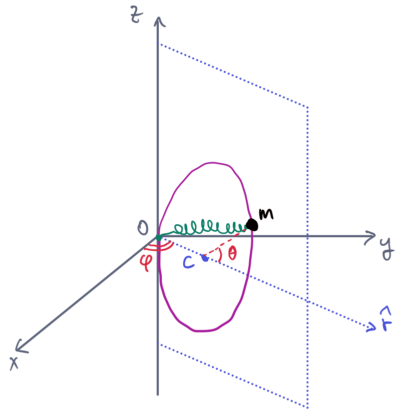
1. Scrivere la Lagrangiana, usando come coordinate libere gli angoli θ e φ in figura [2pt].

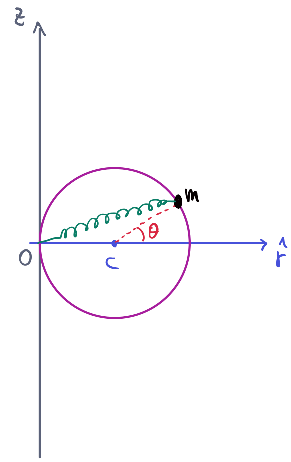
2. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema [1pt].

3. Individuare la coordinata ciclica e scrivere la corrispondente costante del moto. Scrivere inoltre la lagrangiana del problema ridotto a un grado di libertà [2pt].

4. Scrivere il potenziale efficace e studiare i punti di equilibrio al variare dei parametri del problema ridotto, discutendone la stabilità [3pt].

5. Disegnare e studiare il diagramma di fase del problema ridotto (in tutti i casi qualitativamente diversi). Spiegare a quali traiettorie del sistema originale corrispondono i moti del problema ridotto [2pt].



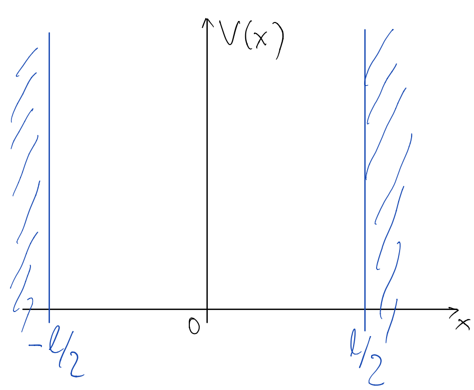


6. Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni attorno ai punti di equilibrio stabili del problema ridotto [1pt].

7. *Facoltativo: scrivere la soluzione delle equazioni al punto 2 corrispondente al punto di equilibrio stabile del sistema ridotto [1pt].*

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in una buca di potenziale infinita (vedi figura).



1. Si risolva l'equazione di Schroedinger indipendente dal tempo nella regione permessa, indicando le opportune condizioni di raccordo [2pt].

2. Si dica perchè le soluzioni descrivono stati fisici del problema [1pt].

3. Si trovino gli autovalori dell'Hamiltoniana [2pt].

4. Calcolare il valor medio dell'impulso P nello stato di energia minima [1pt].

5. Si consideri il sistema nel primo stato eccitato: calcolare la probabilità che la particella venga misurata nell'intervallo $[-\frac{\ell}{2}, 0]$ [1pt].