

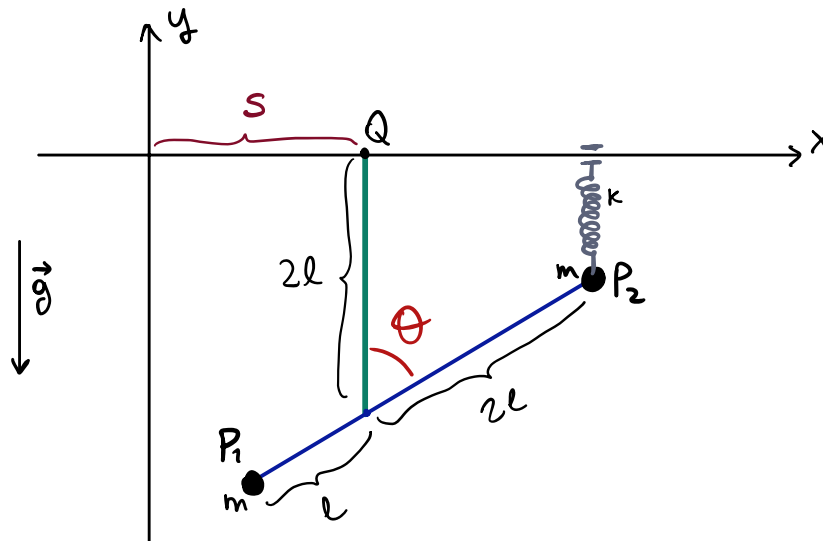
## Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 22.01.24

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2022/2023

### Esercizio 1

1. Si definisca cosa si intende per *costante del moto* in un sistema Lagrangiano [2pt].
2. Si enunci e si dimostri il teorema di Nöther, giustificando tutti i passaggi della dimostrazione [5pt].
3. Si consideri la Lagrangiana  $L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - V(\sqrt{x^2 + y^2})$ . Questa Lagrangiana è invariante sotto una simmetria continua: quale? Si *utilizzi il teorema di Nöther* per scrivere la costante del moto relativa a tale simmetria [2pt].
4. Che relazione intercorre tra le costanti del moto e le parentesi di Poisson in un sistema Hamiltoniano? [1pt]
5. Si consideri un punto materiale che si muove senza vincoli in tre dimensioni. Che simmetria è legata alla conservazione della quantità di moto? Utilizzando il formalismo Hamiltoniano, di dimostri che la quantità di moto genera tale simmetria [2pt].
6. *Facoltativo: Si spieghi perché un punto materiale in tre dimensioni soggetto a una forza centrale è un sistema integrabile* [1pt].

### Esercizio 2



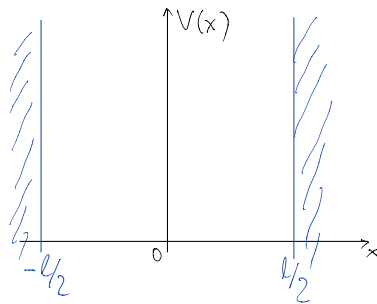
Due punti materiali  $P_1$  e  $P_2$  di massa  $m$  sono vincolati agli estremi di una barra di lunghezza  $3\ell$  e massa trascurabile come in Figura. La barra è impernata, nel punto a distanza

$\ell$  da  $P_1$  e  $2\ell$  da  $P_2$ , a una seconda barra di lunghezza  $2\ell$ ; questa seconda barra è vicolata a stare verticalmente ed il suo punto superiore  $Q$  giace sull'asse delle ascisse. Il punto  $Q$  è libero di muoversi lungo l'asse delle  $x$ . Il punto  $P_2$  è connesso all'asse  $x$  da una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo nulla (che rimane sempre parallela all'asse  $y$ ). Sul sistema agisce la gravità.

1. Scrivere la Lagrangiana del sistema, usando come coordinate libere l'angolo  $\theta$  e l'ascissa  $s$  di  $Q$  (vedi Figura) [2pt].
2. Scrivere la matrice cinetica del sistema e dimostrare che essa è definita positiva [1pt].
3. Scrivere l'equazione di Lagrange del sistema relativa alla coordinata  $\theta$ . [1pt].
4. Sotto che simmetria il sistema è invariante? Qual è la costante del moto ad essa associata? [1pt]
5. Individuare la coordinata ciclica e scrivere la Lagrangiana ridotta a un grado di libertà. [1pt]
6. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema ridotto, discutendone la stabilità [4pt].
7. Si ponga  $k = \frac{mg}{9\ell}$ . Calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni del problema ridotto attorno al punto di equilibrio stabile [1pt].
8. *Facoltativo:* Si ponga  $k = \frac{mg}{2\ell}$ . Si tracci il grafico dell'energia potenziale efficace e il diagramma di fase [1pt].

### Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in una buca di potenziale infinita (vedi figura).



1. Si risolva l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo, indicando le opportune condizioni di raccordo [2pt].
2. Si trovino gli autovalori dell'Hamiltoniana [2pt].
3. Si calcoli il valor medio dell'energia nello stato fondamentale [1pt].
4. Si calcoli il valor medio dell'impulso  $P$  nel secondo livello energetico [1pt].
5. Si consideri il sistema in un autostato dell'Energia: qual è la probabilità che la particella venga misurata nell'intervallo  $[0, \frac{\ell}{2}]$ ? Perché? [1pt]