

Sistemi

Prof. Fulvio Babich
babich@units.it

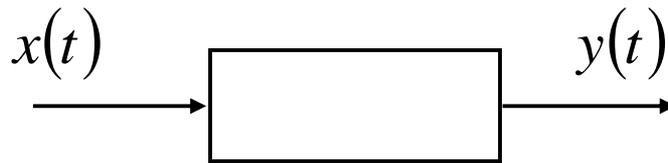


- sistemi a tempo continuo
- sistemi a tempo discreto
- proprietà dei sistemi
- analisi dei sistemi LTI (lineari tempo – invarianti)

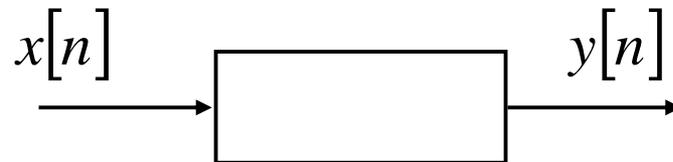


Sistema

qualsiasi processo che trasforma un segnale in un altro segnale



Sistema tempo - continuo



Sistema tempo - discreto



a) memoria

Sistemi senza memoria:

$\forall t_0, y(t_0)$ dipende soltanto da $x(t) \quad t = t_0$

$\forall n_0, y[n_0]$ dipende soltanto da $x[n] \quad n = n_0$

Esempio:

Sistema N. 1 $y[n] = \sin\left(\frac{\pi}{8} x[n]\right)$

sistema senza memoria

Sistema N. 2 $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$

sistema con memoria



b) causalità

Un sistema è causale se:

$\forall t_0, y(t_0)$ dipende soltanto da $x(t) \quad t \leq t_0$

$\forall n_0, y[n_0]$ dipende soltanto da $x[n] \quad n \leq n_0$

Esempio:

Sistema N. 1
$$y[n] = \frac{1}{3} \{x[n-1] + x[n] + x[n+1]\}$$

sistema non causale

Sistema N. 2
$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

sistema causale



c) stabilità

Un sistema è stabile se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall t \quad |x(t)| < M \\ \forall n \quad |x[n]| < M \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \forall t \quad |y(t)| < B \\ \forall n \quad |y[n]| < B \end{array} \right.$$

Esempio:

Sistema N. 1

$$y(t) = x^2(t - 2)$$

sistema stabile

Sistema N. 2

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

sistema instabile



d) tempo - invarianza

Un sistema è tempo – invariante se:

$$\left. \begin{array}{l} x(t) \rightarrow y(t) \\ x[n] \rightarrow y[n] \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{red arrow}} \left\{ \begin{array}{l} x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0) \quad \forall t, \quad \forall t_0 \\ x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0] \quad \forall n, \quad \forall n_0 \end{array} \right.$$

Esempi:

$y(t) = \sin[x(t)]$

$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \\ x_2(t) = x_1(t-t_0) \end{array} \right\}$

 $\left\{ \begin{array}{l} y_1(t) = \sin[x_1(t)] \\ y_2(t) = \sin[x_1(t-t_0)] \\ = y_1(t-t_0) \end{array} \right.$

tempo - invariante

$y(t) = t x(t)$

$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \\ x_2(t) = x_1(t-t_0) \end{array} \right\}$

 $\left\{ \begin{array}{l} y_1(t) = t x_1(t) \\ y_2(t) = t x_1(t-t_0) \\ \neq y_1(t-t_0) = (t-t_0) x_1(t-t_0) \end{array} \right.$

tempo - variante



e) linearità

Un sistema è lineare se:

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array} \right\} \longrightarrow ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$$

$$\forall a, b, x_1(t), x_2(t)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1[n] \rightarrow y_1[n] \\ x_2[n] \rightarrow y_2[n] \end{array} \right\} \longrightarrow ax_1[n] + bx_2[n] \rightarrow ay_1[n] + by_2[n]$$

$$\forall a, b, x_1[n], x_2[n]$$

Proprietà di un sistema lineare:

$$x(t) = 0 \longrightarrow y(t) = 0$$



La linearità di un sistema suggerisce la seguente strategia per la sua analisi:

- a) Rappresentazione del segnale di ingresso come **combinazione lineare** di N funzioni base $x_i(t)$, cui corrispondono **risposte note** $y_i(t)$

$$x(t) = \sum_{i=1}^N a_i x_i(t)$$

- b) La risposta del sistema a $x(t)$ corrisponderà a :

$$y(t) = \sum_{i=1}^N a_i y_i(t)$$



Scelte “importanti” per le funzioni base $x_i(t)$:

1a) $x_i(t) = \delta(t - \tau_i)$ $\left(\sum_{i=1}^N \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \right)$ Analisi nel dominio del tempo per segnali e sistemi tempo - continuo

2a) $x_i(t) = e^{j\omega_i t} = e^{j2\pi f_i t}$ $\left(\sum_{i=1}^N \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \right)$ Analisi nel dominio della frequenza per segnali e sistemi tempo - continuo
Trasformata di Fourier

3a) $x_i(t) = e^{s_i t}$ $\left(\sum_{i=1}^N \Rightarrow \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} \right)$ Analisi nel dominio della frequenza complessa per segnali e sistemi tempo - continuo
Trasformata di Laplace



Scelte “importanti” per le funzioni base $x_i[n]$

$$1b) \quad x_i[n] = \delta[n - i]$$

Analisi nel dominio del tempo per segnali e sistemi tempo - discreto

$$2b) \quad x_i[n] = e^{j\Omega_i n} \left(\sum_{i=1}^N \Rightarrow \int_{\langle 2\pi \rangle} \right)$$

Analisi nel dominio della frequenza per segnali e sistemi tempo - discreto

Trasformata di Fourier

$$3b) \quad x_i[n] = z_i^n \left(\sum_{i=1}^N \Rightarrow \oint_C \right)$$

Analisi nel dominio della frequenza complessa per segnali e sistemi tempo - discreto

Trasformata Z



- principali proprietà dei sistemi
 - memoria
 - causalità
 - stabilità
 - linearità
 - tempo - invarianza
- analisi dei sistemi LTI:
 - nel dominio del tempo
 - nel dominio della frequenza

