

Teoria dei segnali

Prova scritta 11-1-2022

- 1) Determinare le soluzioni complesse dell'equazione: $e^{z^3-j} = 1$.
- 2) Il segnale $x(t) = \text{rect}\left(\frac{t-1}{2}\right)$ è applicato all'ingresso di un sistema lineare che risponde all'impulso $\delta(t-\tau)$ con la funzione $h(t,\tau) = \sin(\tau)u(t-\tau)$. Calcolare la relativa risposta $y(t)$.
- 3) Determinare il periodo e lo sviluppo in serie di Fourier della sequenza $x[n] = \cos(\pi n/2) + \sin(2\pi n/3)$.

- 4) Si consideri la funzione $H(z) = \frac{1}{z^2 + \frac{1}{4}}$

Quanti sono i sistemi LTI tempo discreto che possono avere questa $H(z)$ quale funzione di trasferimento?

Di essi uno è stabile. Si valuti la sua risposta impulsiva.

- 5) Due variabili aleatorie X e Y hanno la seguente densità di probabilità congiunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{c} & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- a) Determinare il valore della costante c.
 - b) Verificare se X e Y sono indipendenti.
 - c) Determinare il valor medio e la varianza di X e di Y.
 - d) (facoltativo) Determinare il valor medio di X+Y.
- 6) Un processo aleatorio stazionario $\{x(t)\}$ con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \begin{cases} 10^{-4} & |f| < 100 \text{ Hz} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

è posto all'ingresso di un sistema LTI avente la seguente risposta in frequenza

$$H(f) = \frac{1}{100\pi + j\pi f}$$

Sia $\{y(t)\}$ il processo di uscita.

- (a) Quanto vale $E[x^2(t)]$?
- (b) Quanto vale $E[y^2(t)]$?