## Teoria dei segnali

### Prova scritta 2-9-2024

- 1) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione:  $z^2 + \text{Im}\{z\} + 2z^* = 0$  (Im indica la parte immaginaria e \* indica il complesso coniugato).
- 2) Determinare le proprietà (memoria, causalità, stabilità, linearità, tempo invarianza) del sistema descritto dalla relazione  $y(t)=x(t^2)$ .
- Un sistema LTI tempo discreto, causale e stabile, risponde al segnale  $x[n] = \left(\frac{2}{3}\right)^n u[n]$  con il segnale  $y[n] = n\left(\frac{2}{3}\right)^n u[n]$ . Ricavare la risposta in frequenza del sistema e la sua risposta impulsiva (suggerimento: si utilizzi la proprietà che esprime la trasformata di nx[n]).
- La funzione di trasferimento, H(z), di un sistema LTI tempo discreto è data da una funzione razionale nella variabile z. Si sa che tale funzione ha un polo in z=5/4, e che la sua risposta impulsiva h[n] soddisfa la relazione:  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < M \quad \text{(numero reale positivo)}.$

Può h[n] essere (giustificare la risposta):

- a) di durata finita?
- b) Un segnale destro?
- c) Un segnale sinistro?
- d) Un segnale bilaterale?
- Si consideri la trasmissione di una pagina WEB su Internet. Per semplicità, si adotti il seguente modello. Se la pagina contiene immagini (evento I), il numero di pacchetti, N, necessario per trasmettere la pagina è uniformemente compreso tra 1 e 8. Se la pagina non contiene immagini (evento T) N è uniformemente comprese tra 1 e 2. Si ipotizzi che la probabilità che la pagina contenga immagini sia p=1/4.
  - a) Determinare la  $P_N(n)$  (probabilità che la trasmissione richieda *n* pacchetti).
  - b) Determinare il valor medio di *N*, E[*N*].
  - c) Determinare la probabilità condizionata  $P_{N|n \le 5}(n)$ .
- 6) Un processo aleatorio ha tre realizzazioni distinte,  $x_1(t)=t$ ,  $x_2(t)=1-t$ ,  $x_3(t)=-1$ , ognuna caratterizzata da una probabilità pari a 1/3. Dire, con solo riferimento al valor medio, se il sistema è stazionario e/o regolare.

## Teoria dei segnali

### Prova scritta 2-9-2024

- 1) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione:  $z^2 \text{Im}\{z\} + 2z^* = 0$  (Im indica la parte immaginaria e \* indica il complesso coniugato).
- 2) Determinare le proprietà (memoria, causalità, stabilità, linearità, tempo invarianza) del sistema descritto dalla relazione y(t)=x(1-t).
- Un sistema LTI tempo discreto, causale e stabile, risponde al segnale  $x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$  con il segnale  $y[n] = n\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ . Ricavare la risposta in frequenza del sistema e la sua risposta impulsiva (suggerimento: si utilizzi la proprietà che esprime la trasformata di nx[n]).
- La funzione di trasferimento, H(z), di un sistema LTI tempo discreto è data da una funzione razionale nella variabile z. Si sa che tale funzione ha un polo in z=3/4, e che la sua risposta impulsiva h[n] soddisfa la relazione:  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < M \quad \text{(numero reale positivo)}.$

Può h[n] essere (giustificare la risposta):

- a) di durata finita?
- b) Un segnale destro?
- c) Un segnale sinistro?
- d) Un segnale bilaterale?
- Si consideri la trasmissione di una pagina WEB su Internet. Per semplicità, si adotti il seguente modello. Se la pagina contiene immagini (evento I), il numero di pacchetti, N, necessario per trasmettere la pagina è uniformemente compreso tra 1 e 8. Se la pagina non contiene immagini (evento T) N è uniformemente comprese tra 1 e 3. Si ipotizzi che la probabilità che la pagina contenga immagini sia p=1/4.
  - a) Determinare la  $P_N(n)$  (probabilità che la trasmissione richieda *n* pacchetti).
  - b) Determinare il valor medio di *N*, E[*N*].
  - c) Determinare la probabilità condizionata  $P_{N|n \le 5}(n)$ .
- 6) Un processo aleatorio ha tre realizzazioni distinte,  $x_1(t)=t$ ,  $x_2(t)=2-t$ ,  $x_3(t)=-2$ , ognuna caratterizzata da una probabilità pari a 1/3. Dire, con solo riferimento al valor medio, se il sistema è stazionario e/o regolare.

# Teoria dei segnali

### Prova scritta 2-9-2024

- 1) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione:  $\left(z^*\right)^2 + \operatorname{Im}\{z\} \frac{z}{2} = 0$  (Im indica la parte immaginaria e \* indica il complesso coniugato).
- 2) Determinare le proprietà (memoria, causalità, stabilità, linearità, tempo invarianza) del sistema descritto dalla relazione y(t)=x(2t).
- Un sistema LTI tempo discreto, causale e stabile, risponde al segnale  $x[n] = \left(\frac{3}{4}\right)^n u[n]$  con il segnale  $y[n] = n\left(\frac{3}{4}\right)^n u[n]$ . Ricavare la risposta in frequenza del sistema e la sua risposta impulsiva (suggerimento: si utilizzi la proprietà che esprime la trasformata di nx[n]).
- La funzione di trasferimento, H(z), di un sistema LTI tempo discreto è data da una funzione razionale nella variabile z. Si sa che tale funzione ha un polo in z=-3/4, e che la sua risposta impulsiva h[n] soddisfa la relazione:  $\sum_{n=-\infty} |h[n]| < M \quad \text{(numero reale positivo)}.$

Può h[n] essere (giustificare la risposta):

- a) di durata finita?
- b) Un segnale destro?
- c) Un segnale sinistro?
- d) Un segnale bilaterale?
- Si consideri la trasmissione di una pagina WEB su Internet. Per semplicità, si adotti il seguente modello. Se la pagina contiene immagini (evento I), il numero di pacchetti, N, necessario per trasmettere la pagina è uniformemente compreso tra 1 e 10. Se la pagina non contiene immagini (evento T) N è uniformemente comprese tra 1 e 2. Si ipotizzi che la probabilità che la pagina contenga immagini sia p=1/4.
  - a) Determinare la  $P_N(n)$  (probabilità che la trasmissione richieda *n* pacchetti).
  - b) Determinare il valor medio di N, E[N].
  - c) Determinare la probabilità condizionata  $P_{N|n \le 5}(n)$ .
- 6) Un processo aleatorio ha tre realizzazioni distinte,  $x_1(t)=t$ ,  $x_2(t)=2-t$ ,  $x_3(t)=-1$ , ognuna caratterizzata da una probabilità pari a 1/3. Dire, con solo riferimento al valor medio, se il sistema è stazionario e/o regolare.