

Esame di Analisi Matematica 1 del 6/2/2025
Prof. Alessandro Fonda - CdL Fisica e Matematica
Versione B

Promemoria.

- a) Scrivere Nome e Cognome (in questo ordine) su ogni foglio che consegnate.
- b) Sul primo foglio, specificare il vostro CdL (Fisica o Matematica).
- c) Non è necessario consegnare la brutta copia.
- d) Potete tenere per voi il testo del compito.

Esercizio 1. Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \tan(x^2 - 1) + x^2 - 1}{\sinh(x^4 - 1)},$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^8 e^x}{3x^4 - 1}.$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = (|x| - 1)e^x.$$

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile infinite volte tale che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x \sin x] = 0.$$

Dimostrare che:

- (a) Esiste una successione $(x_n)_n$ per cui $\lim_n f(x_n) = +\infty$, ed esiste una successione $(\tilde{x}_n)_n$ per cui $\lim_n f(\tilde{x}_n) = -\infty$.
- (b) La funzione f è suriettiva ma non iniettiva.
- (c) L'insieme $\{x \in \mathbb{R} : f(x) = 0\}$ è costituito da infiniti elementi.
- (d) Per ogni intero $n \geq 1$, l'insieme $\{x \in \mathbb{R} : f^{(n)}(x) = 0\}$ è costituito da infiniti elementi (qui $f^{(n)}$ indica la derivata n -esima di f).

Esercizio 4. Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_0^\pi \cos x \sin^3 x \, dx,$$
$$\int_{-1}^1 x^3 (\sin(x^2) + 2x) \, dx.$$