

Esame di Analisi Matematica 1 del 6/2/2025
Prof. Alessandro Fonda - CdL Fisica e Matematica
Versione C

Promemoria.

- a) Scrivere Nome e Cognome (in questo ordine) su ogni foglio che consegnate.
- b) Sul primo foglio, specificare il vostro CdL (Fisica o Matematica).
- c) Non è necessario consegnare la brutta copia.
- d) Potete tenere per voi il testo del compito.

Esercizio 1. Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \sin(x^2 - 1) + x^2 - 1}{\exp(x^4 - 1) - 1},$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 e^x}{7x^2 - 1}.$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = (1 - |x|)e^x.$$

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile infinite volte tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x \sin x] = 0.$$

Dimostrare che:

- (a) Esiste una successione $(x_n)_n$ per cui $\lim_n f(x_n) = +\infty$, ed esiste una successione $(\tilde{x}_n)_n$ per cui $\lim_n f(\tilde{x}_n) = -\infty$.
- (b) La funzione f è suriettiva ma non iniettiva.
- (c) L'insieme $\{x \in \mathbb{R} : f(x) = 0\}$ è costituito da infiniti elementi.
- (d) Per ogni intero $n \geq 1$, l'insieme $\{x \in \mathbb{R} : f^{(n)}(x) = 0\}$ è costituito da infiniti elementi (qui $f^{(n)}$ indica la derivata n -esima di f).

Esercizio 4. Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_0^\pi \sinh(x) \cosh^3(x) dx,$$
$$\int_{-1}^1 x^3 (5x - \sin(x^2)) dx.$$