

Teoria dei segnali
Prova scritta 26 agosto 2025

- 1) Determinare il numero reale a , Tale che $z=j$ sia radice del polinomio $P(z) = z^4 - z^3 - 5z^2 - z + a$.
Determinare le altre radici di $P(z)$ utilizzando il valore di a determinato in precedenza.
- 2) Determinare la risposta all'ingresso $x[n] = 2^{-n}u[n]$ del sistema avente risposta impulsiva $h[n] = u[-n]$.
- 3) Si determini l'espressione dei coefficienti Y_k della trasformata discreta di Fourier (DFT) della sequenza $y[n] = x(n/9)$, dove $x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1/4 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$. Si calcolino i valori dei coefficienti $Y_0, Y_1, \dots, Y_{N-1}$.

- 4) Si consideri la funzione

$$H(z) = \frac{1 - z^{-3}}{z^{-2} + 4}.$$

- a) Determinare i poli e disegnarli nel piano complesso.
- b) Quanti sono i sistemi LTI tempo discreto associabili a questa funzione?
- c) Qualcuno di loro è stabile?
- d) Se sì, determinare i primi 4 termini della risposta impulsiva del sistema stabile.
- 5) Una variabile aleatoria discreta V ha la seguente densità di probabilità:

$$f(v) = cv^2 \sum_{i=1}^4 \delta(v-i)$$

- a) determinare la costante c ;
- b) determinare la probabilità che $V \in \{x^2 \mid x = 1, 2, 3, \dots\}$;
- c) determinare la probabilità che V sia un numero pari;
- d) calcolare $P[V > 2]$.
- 6) La generica realizzazione di un processo aleatorio ha la seguente espressione:

$$x(t) = A \cos(2\pi f t + \varphi)$$

in cui A , f e φ sono tre variabili aleatorie tra loro indipendenti.

A può assumere soltanto i valori $+1$ e -1 in maniera equiprobabile.

f può assumere soltanto i valori f_0 e $2f_0$ in maniera equiprobabile.

φ è uniformemente distribuita tra $-\pi$ e $+\pi$.

Calcolare valor medio e funzione di autocorrelazione del processo.

Che tipo di processo è $x(t)$?

Teoria dei segnali
Prova scritta 26 agosto 2025

- 1) Determinare il numero reale a , Tale che $z = j$ sia radice del polinomio $P(z) = z^4 + 2z^3 - 7z^2 + 2z + a$. Determinare le altre radici di $P(z)$ utilizzando il valore di a determinato in precedenza.
- 2) Determinare la risposta all'ingresso $x[n] = 3^n u[-n]$ del sistema avente risposta impulsiva $h[n] = u[n]$.
- 3) Si determini l'espressione dei coefficienti Y_k della trasformata discreta di Fourier (DFT) della sequenza $y[n] = x(n/11)$, dove $x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1/4 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$. (Scegliere un opportuno valore di N). Si calcolino i valori dei coefficienti $Y_0, Y_1, \dots, Y_{N-1}$.

- 4) Si consideri la funzione

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{z^{-2} + 4}.$$

- a) Determinare i poli e disegnarli nel piano complesso.
- b) Quanti sono i sistemi LTI tempo discreto associabili a questa funzione?
- c) Qualcuno di loro è stabile?
- d) Se sì, determinare i primi 4 termini della risposta impulsiva del sistema stabile.
- 5) Una variabile aleatoria discreta V ha la seguente densità di probabilità:

$$f(v) = cv^2 \sum_{i=1}^4 \delta(v-i)$$

- a) determinare la costante c ;
- b) determinare la probabilità che $V \in \{x^2 \mid x = 1, 2, 3, \dots\}$;
- c) determinare la probabilità che V sia un numero pari;
- d) calcolare il valor medio di V .
- 6) La generica realizzazione di un processo aleatorio ha la seguente espressione:

$$x(t) = A \cos(2\pi f t + \varphi)$$

in cui A , f e φ sono tre variabili aleatorie tra loro indipendenti.

A può assumere soltanto i valori $+1$ e -1 in maniera equiprobabile.

f può assumere soltanto i valori f_0 e $2f_0$ in maniera equiprobabile.

φ è uniformemente distribuita tra $-\pi$ e $+\pi$.

Calcolare valor medio e funzione di autocorrelazione del processo.

Che tipo di processo è $x(t)$?