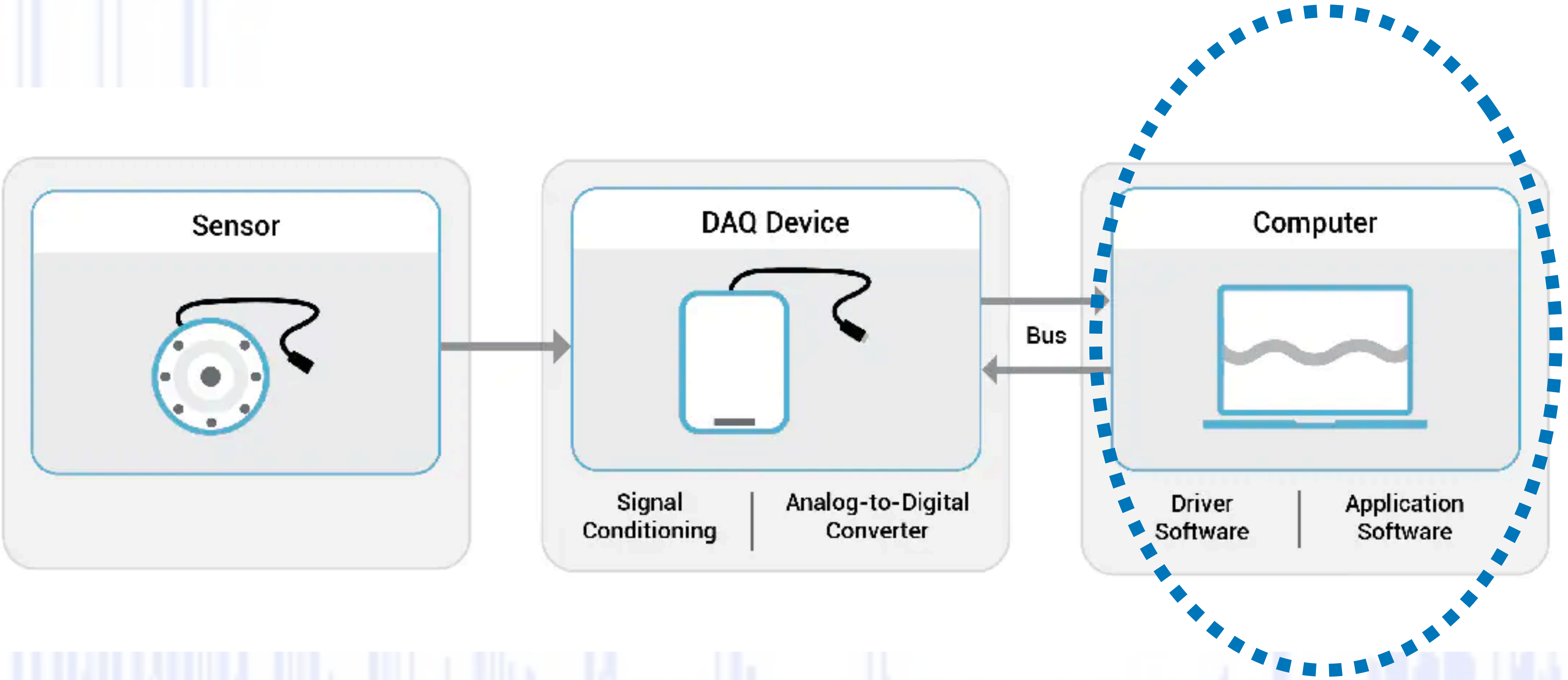
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

meccanica delle vibrazioni

laurea magistrale
ingegneria meccanica

parte 4.2
Strumenti e metodi sperimentali

Luigi BREGANT
bregant@units.it


Sensor
DAQ Device
Signal Conditioning
Analog-to-Digital Converter
Bus
Computer
Driver Software
Application Software

Concetti che potete riprender dal corso di Misure Meccaniche e Collaudi

Analisi statistica

Introduzione alla probabilità. Variabili casuali, densità di probabilità e distribuzioni.

Valore atteso e varianza. Legge dei Grandi Numeri ed il Teorema del Limite Centrale.

Incertezza

Definizioni e normativa. Calcolo incertezza di Tipo A e incertezza di tipo B.

Verifica di ipotesi.

p-value e statistica del test, Errore di tipo I e Errore di tipo II

Scelta del test statistico Z-test, T-test, test chi-quadro, F-test, test ANOVA, Chi-Square Goodness-of-Fit Test, Test di Kolmogorov-Smirnov, Test sui dati accoppiati – test di indipendenza (dati gaussiani)

Concetti che potete riprender dal corso di Misure Meccaniche e Collaudi

Analisi dei dati

Dati sezionali (cross-sectional data), Serie storiche (time series), Dati longitudinali (panel data)

Indicatori statistici

Outliers

Rappresentazione dei dati

Elaborazione dei dati

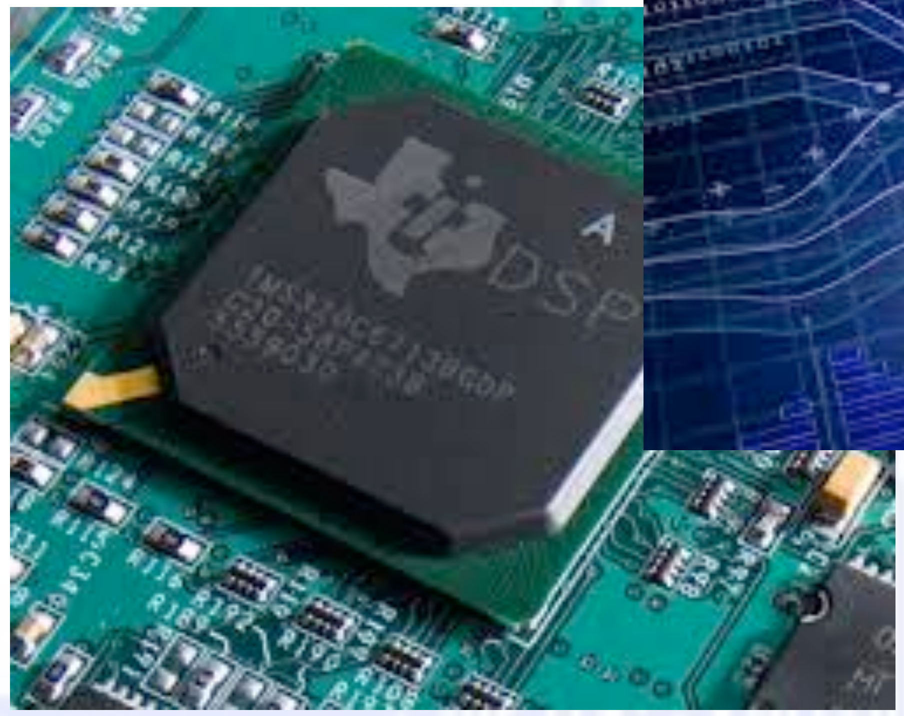
Regressione semplice. Regressione polinomiale. Regressione Lineare multipla. Regressione di processi gaussiani (regressione non lineare).

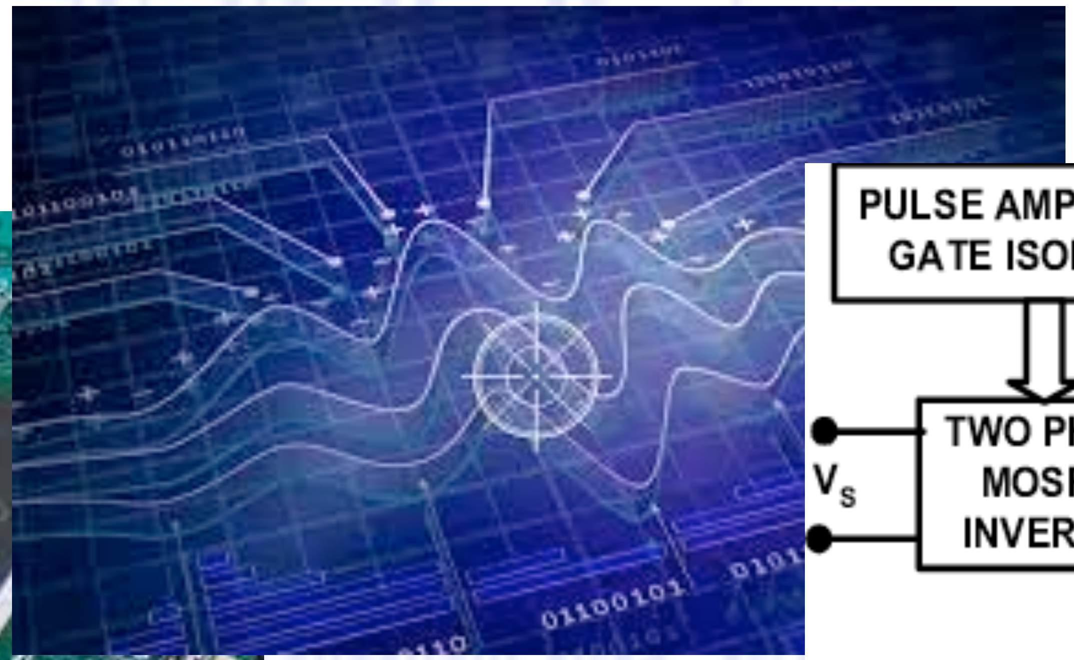
Autocorrelazione e autocorrelazione parziale

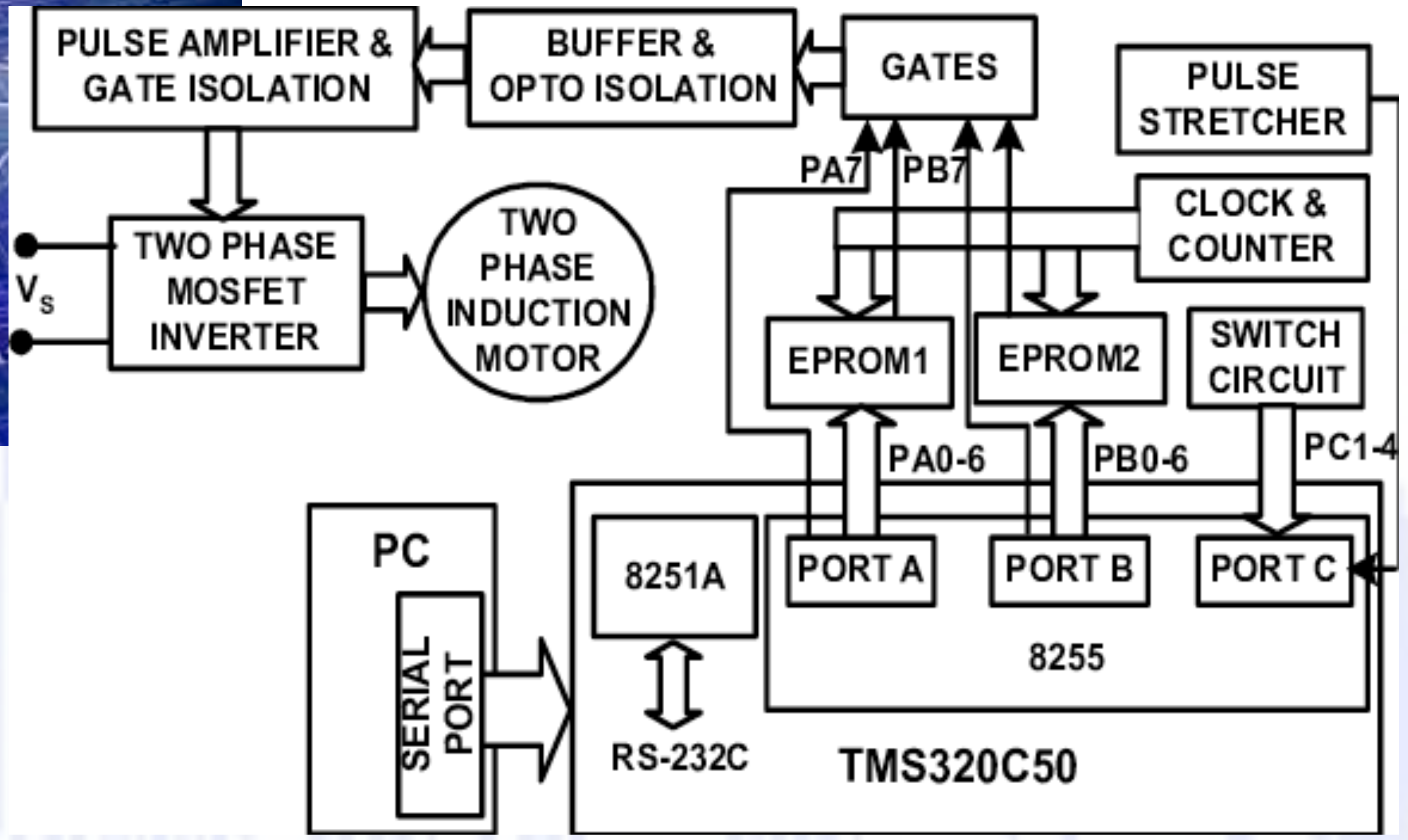
Approccio deterministico, stocastico MA, AR ARMA, SARIMA, GARCH

Arriviamo infine all’analisi del segnale vera e propria, l’estrazione delle informazioni utili dal dati acquisiti!

Questo è il regno della DSP: digital segna processing
che come dic eil nome stesso si occupa di :
DIGITAL > segnali digitali
SIGNAL > segnali che contengono informazioni (altrimenti parliamo di rumore)
PROCESSING > processamento per l’estrazione delle informazioni (valori statistici, trasformate…)







schema alimentazione
PWM

date un occhio ad es. a
http://www.dspguide.com/

DSP due cenni storici:

nasce negli anni ’60 (sviluppo calcolatori)

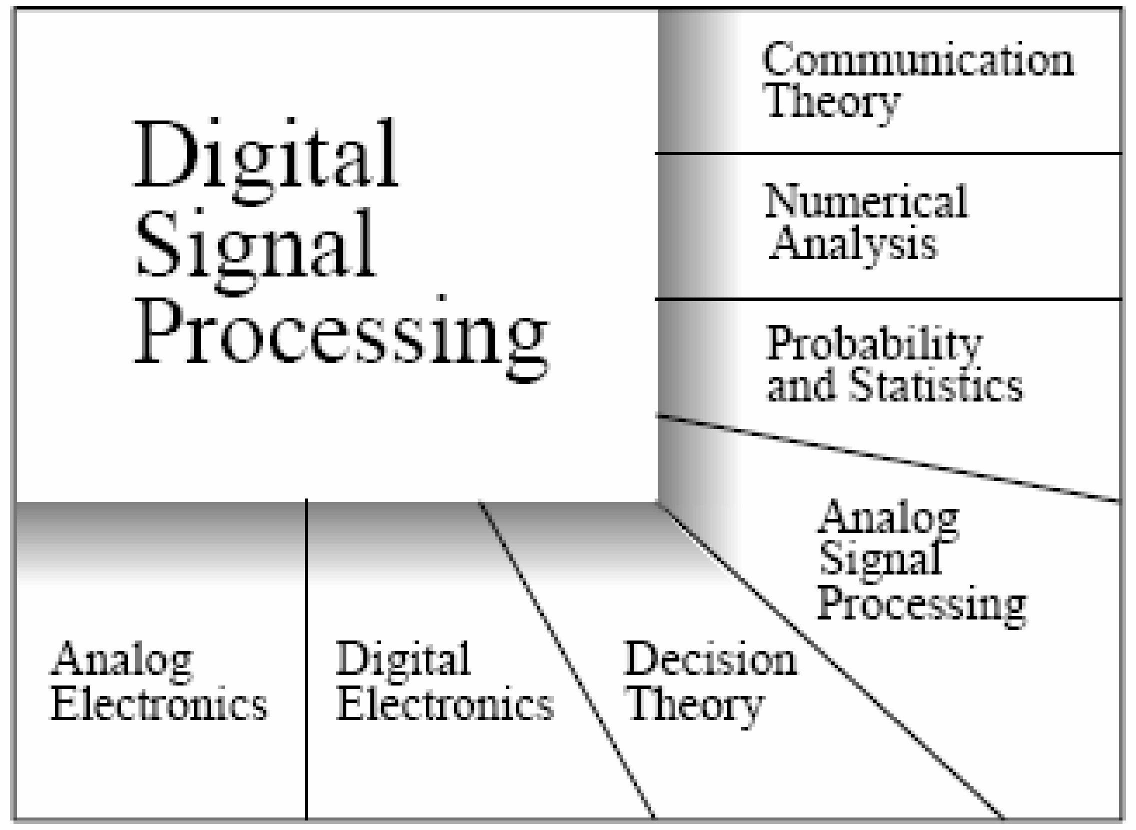
- radar & sonar (applicazioni militari e strategiche)
- esplorazione petrolifera (app. economiche)
- esplorazione spaziale (dati irriproducibili)
- immagini mediche (salvare viite umane)

esplode negli anni ’90 (sviluppo miniaturizzazione)

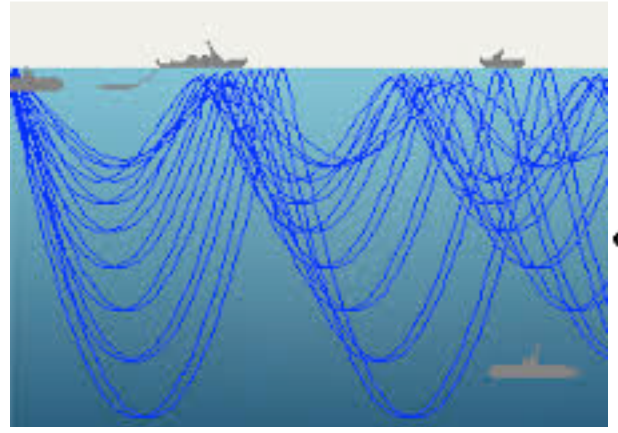
- lettori CD /MP3
- portatili / cellulari / tablet
- riconoscimento / generazione suoni
- riconoscimento / generazione immagini
- gaming
- …

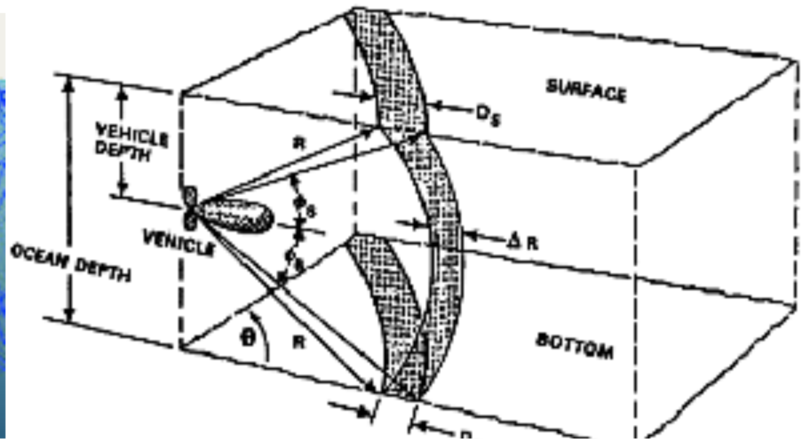
DSP è multidisciplinare!

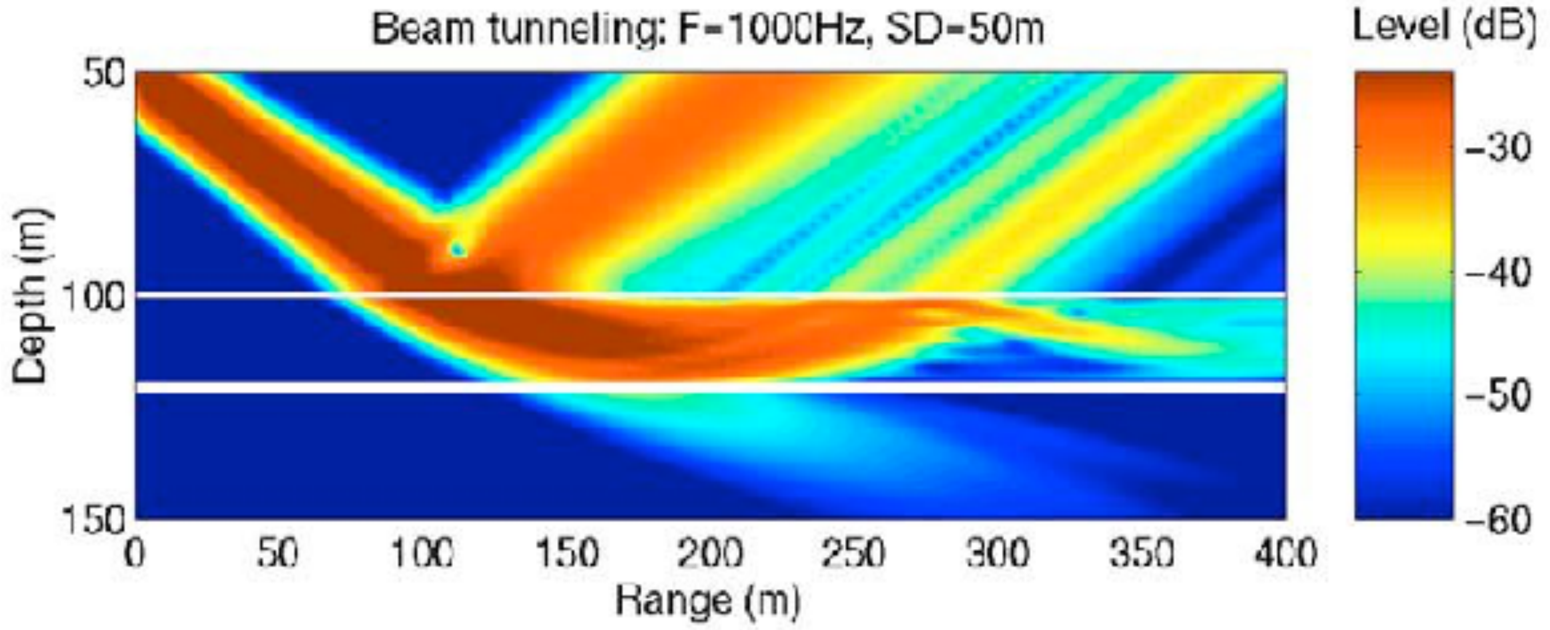
per ogni disciplina ci sono algoritmi specifici
ma gli aspetti generali possono essere spiegati senza formule!



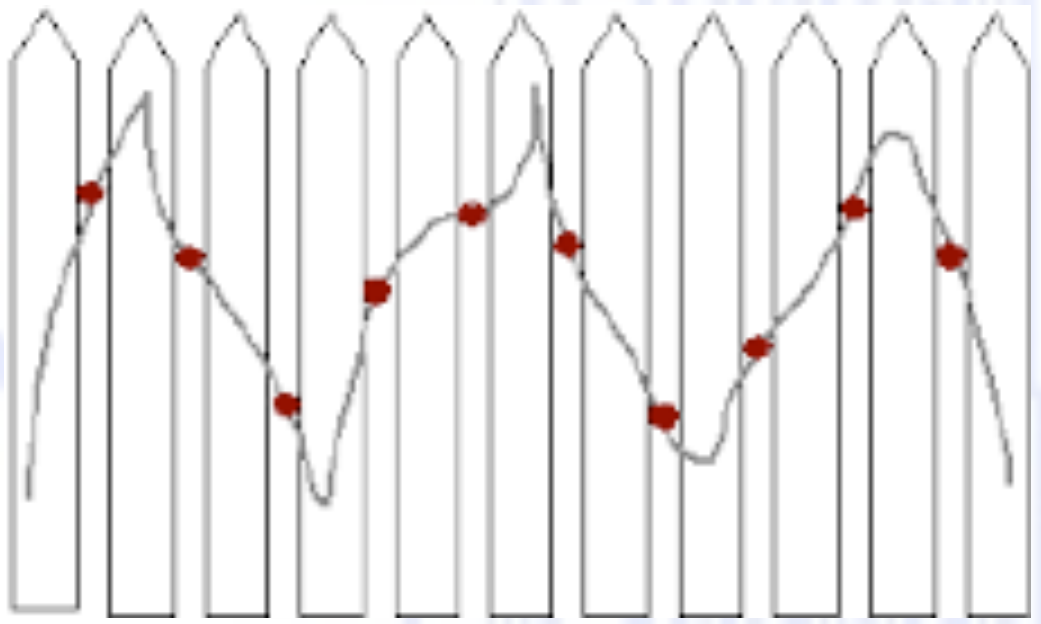
Modello per propagazione
onde sonore in acqua

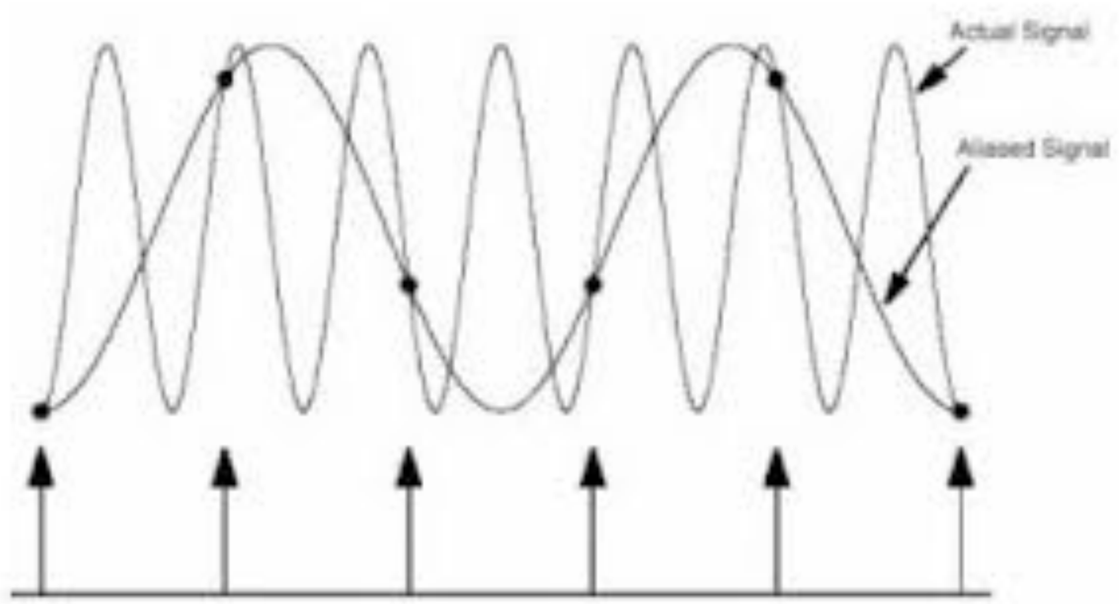


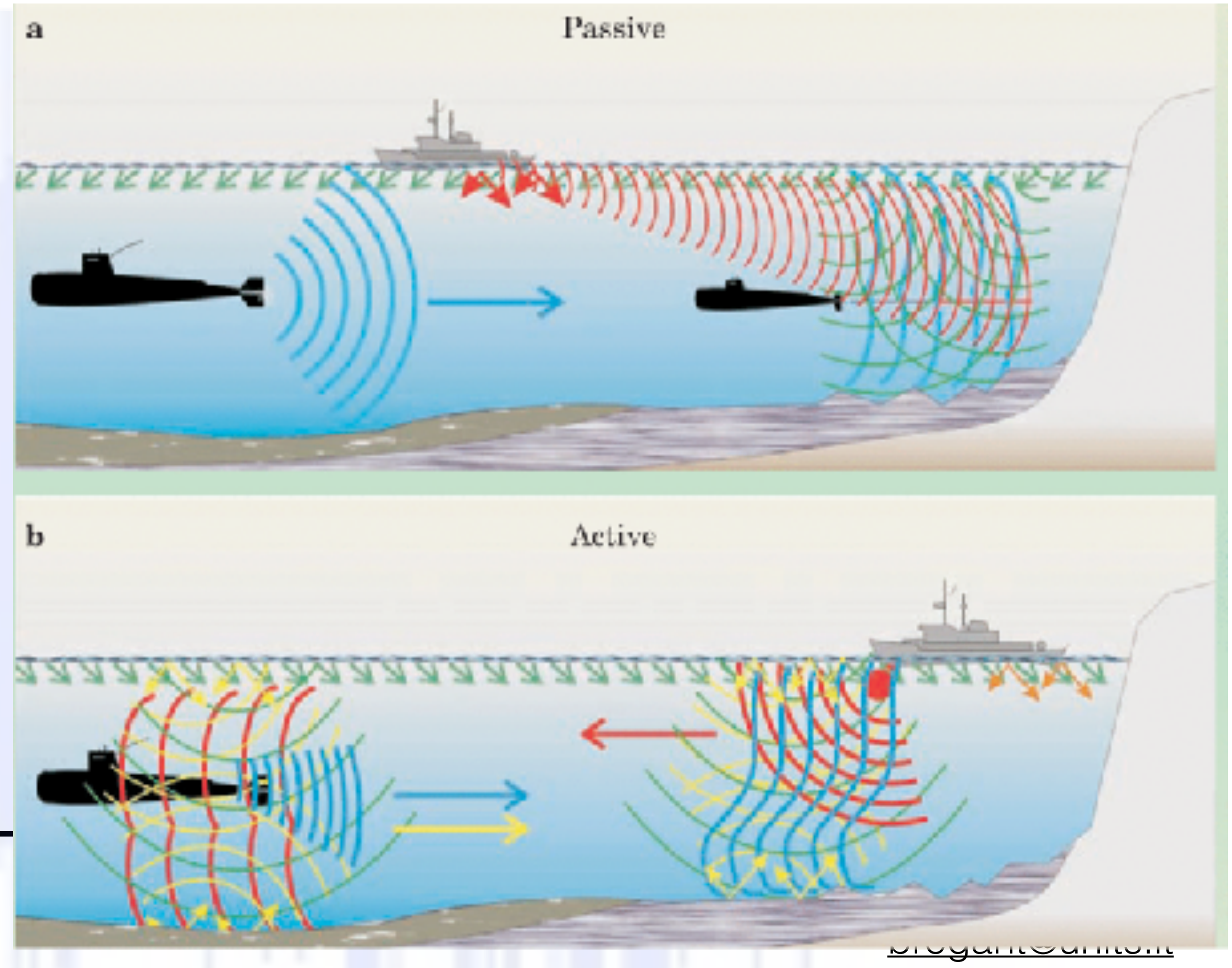




Effetto della frequenza
di campionamento

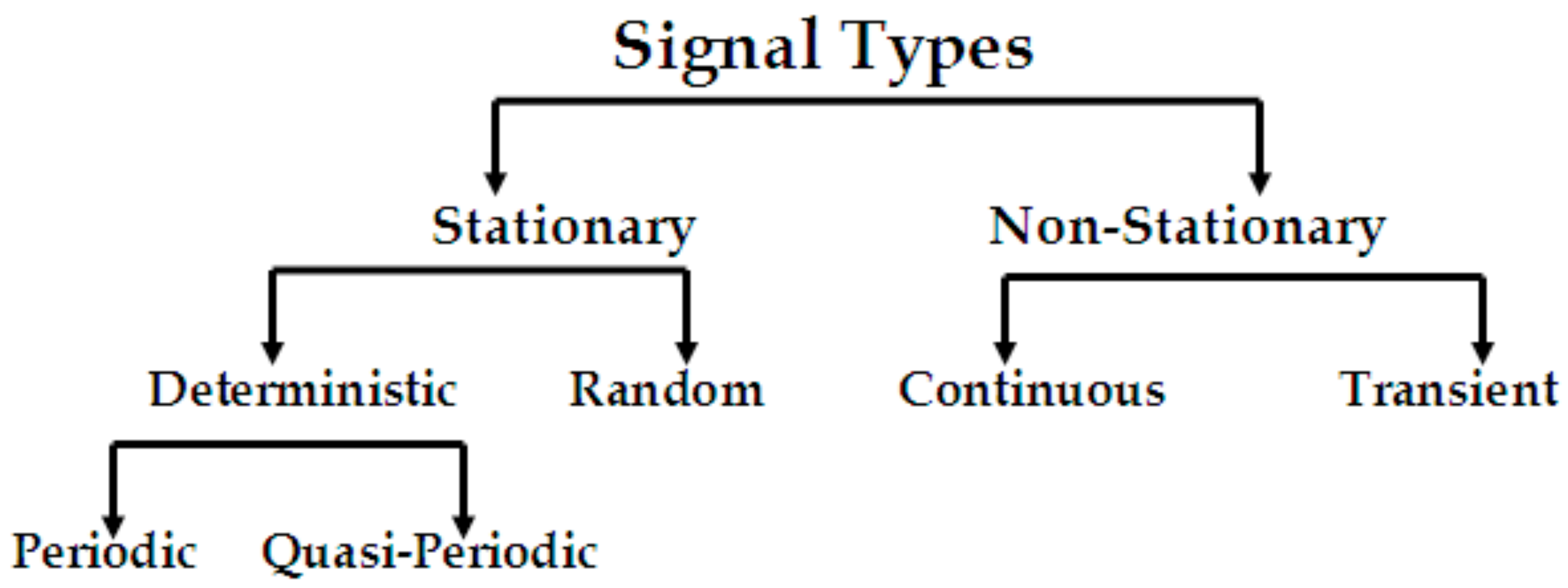


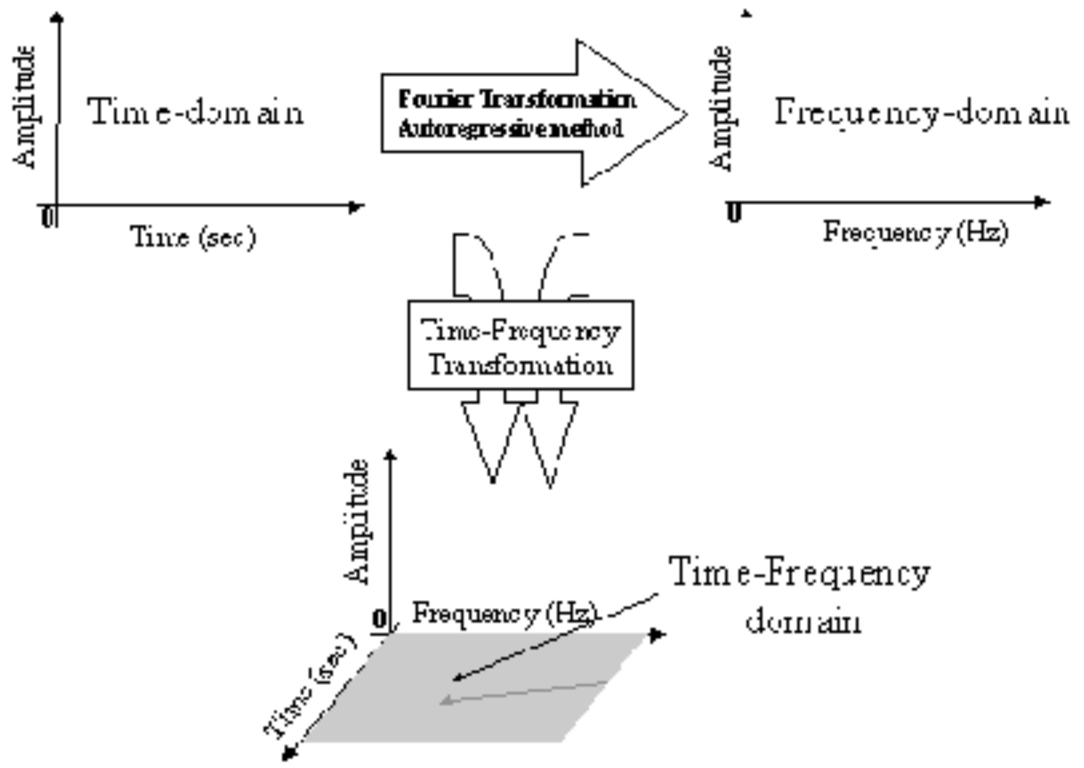


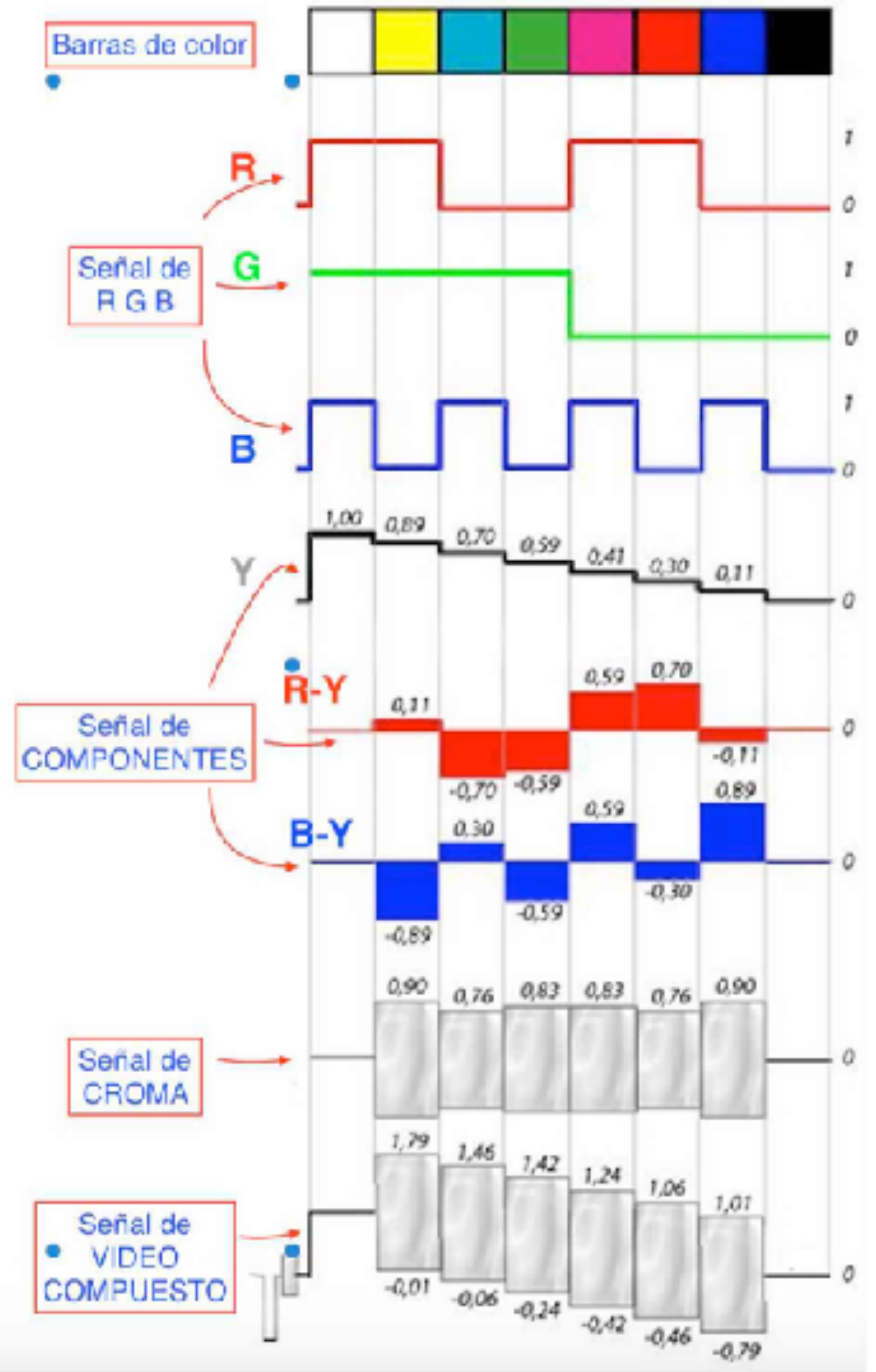


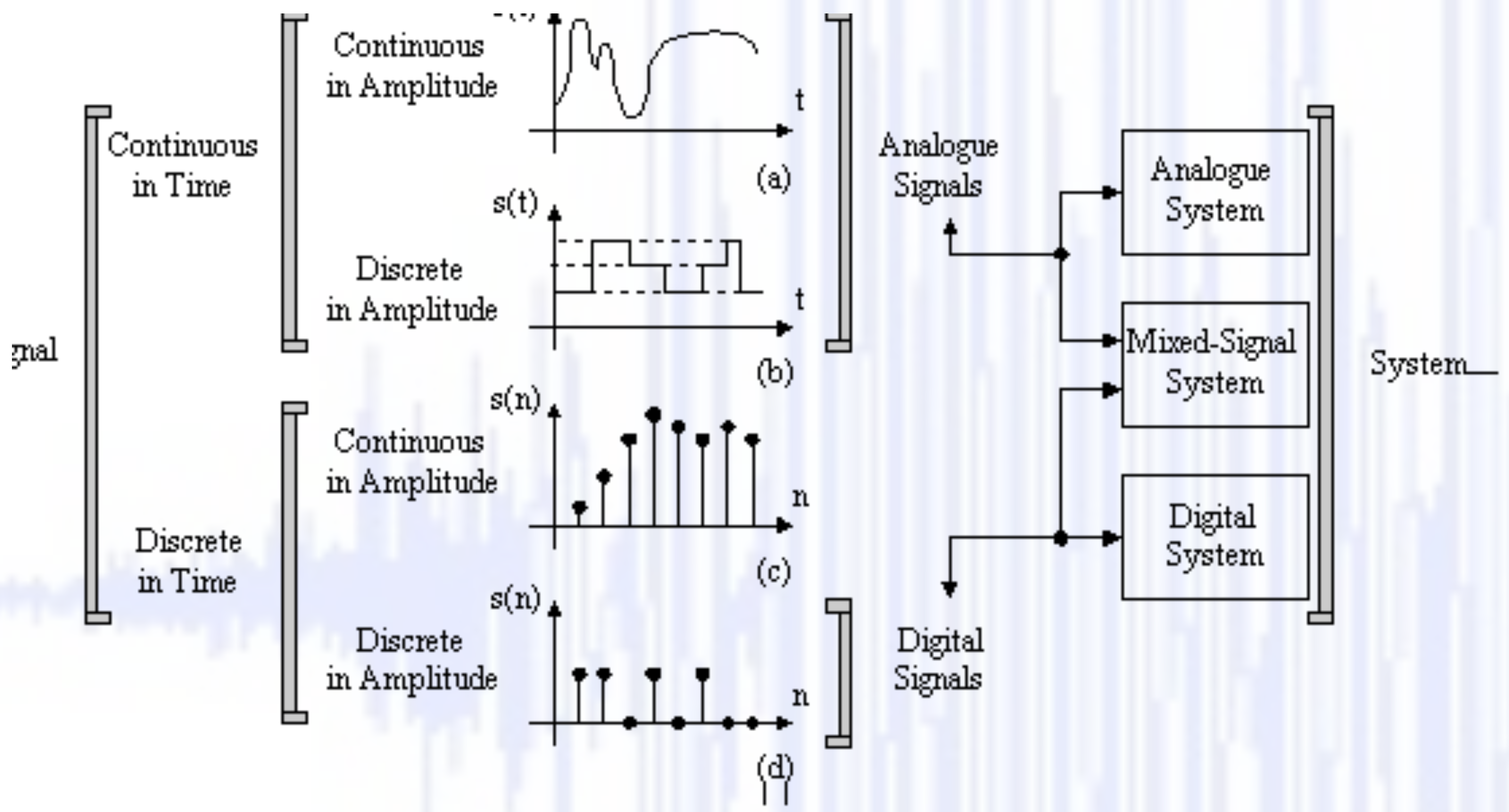
DSP è dipendente dal tipo di segnale che si analizza!

Ci sono molteplici metodologie di classificazione del segnale,
le tecniche DSP utilizzabili dipendono fortemente dalle caratteristiche del segnale processato



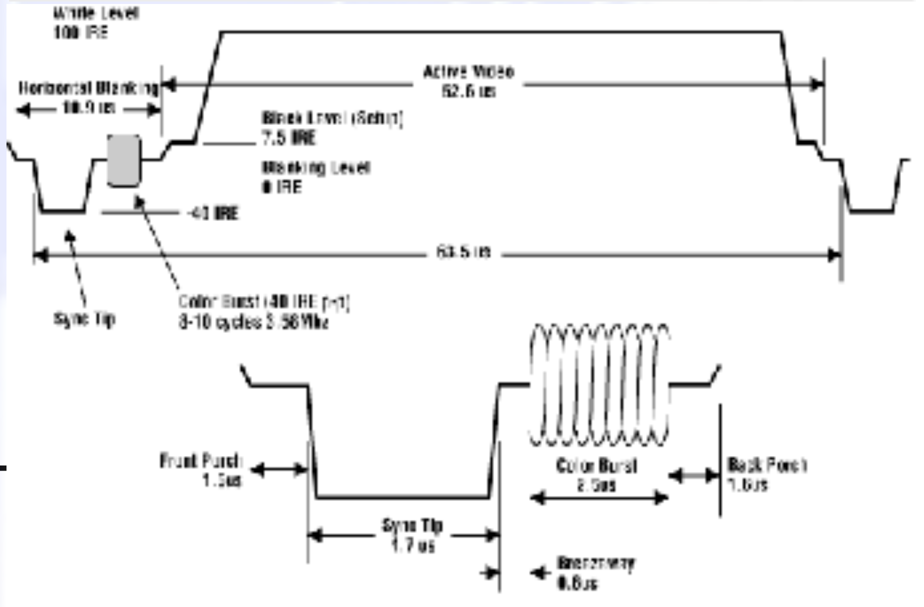




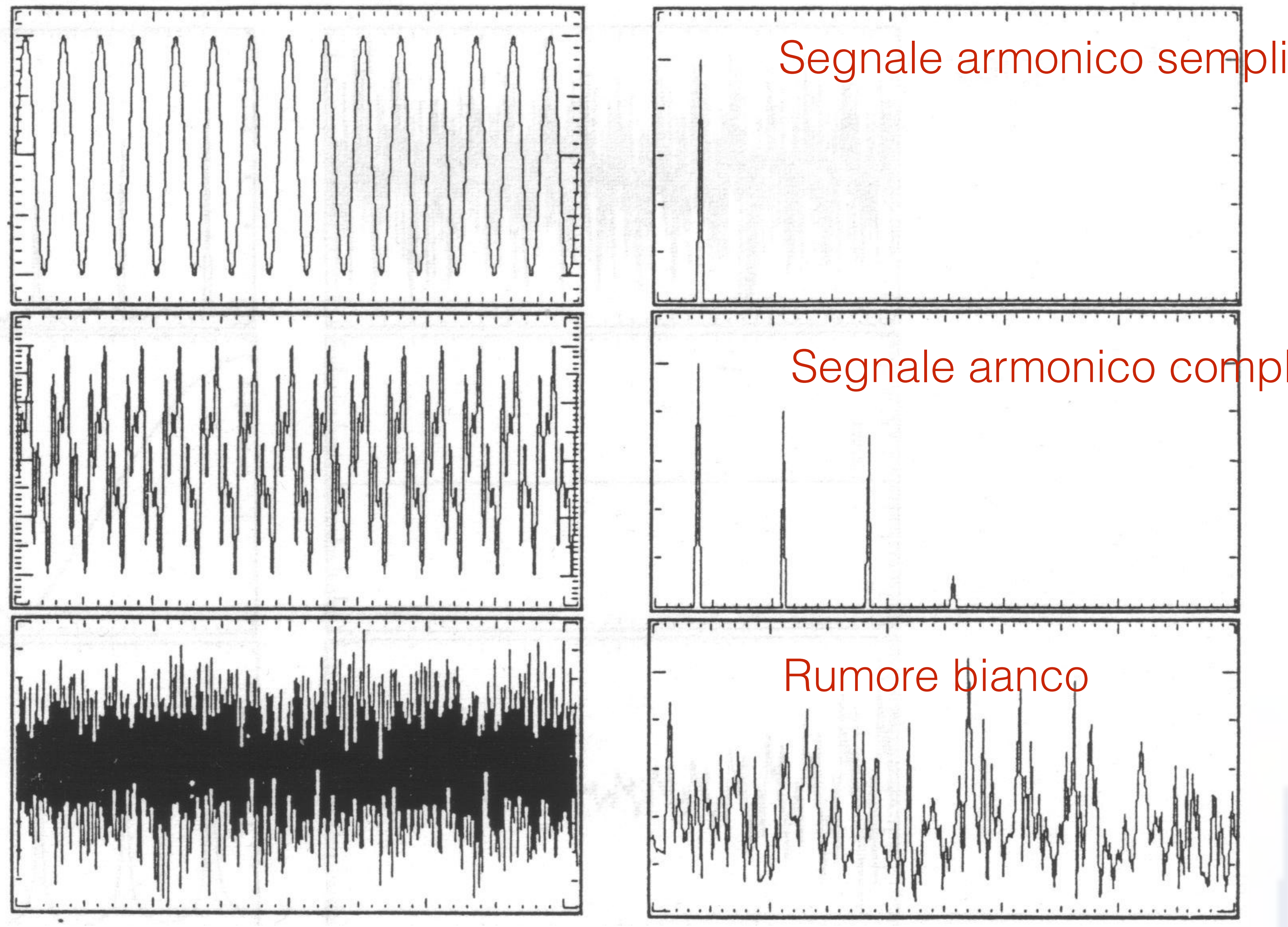


NB Nel corso MDV solo segnali monodimensionali equispaziati !

es. segnale video

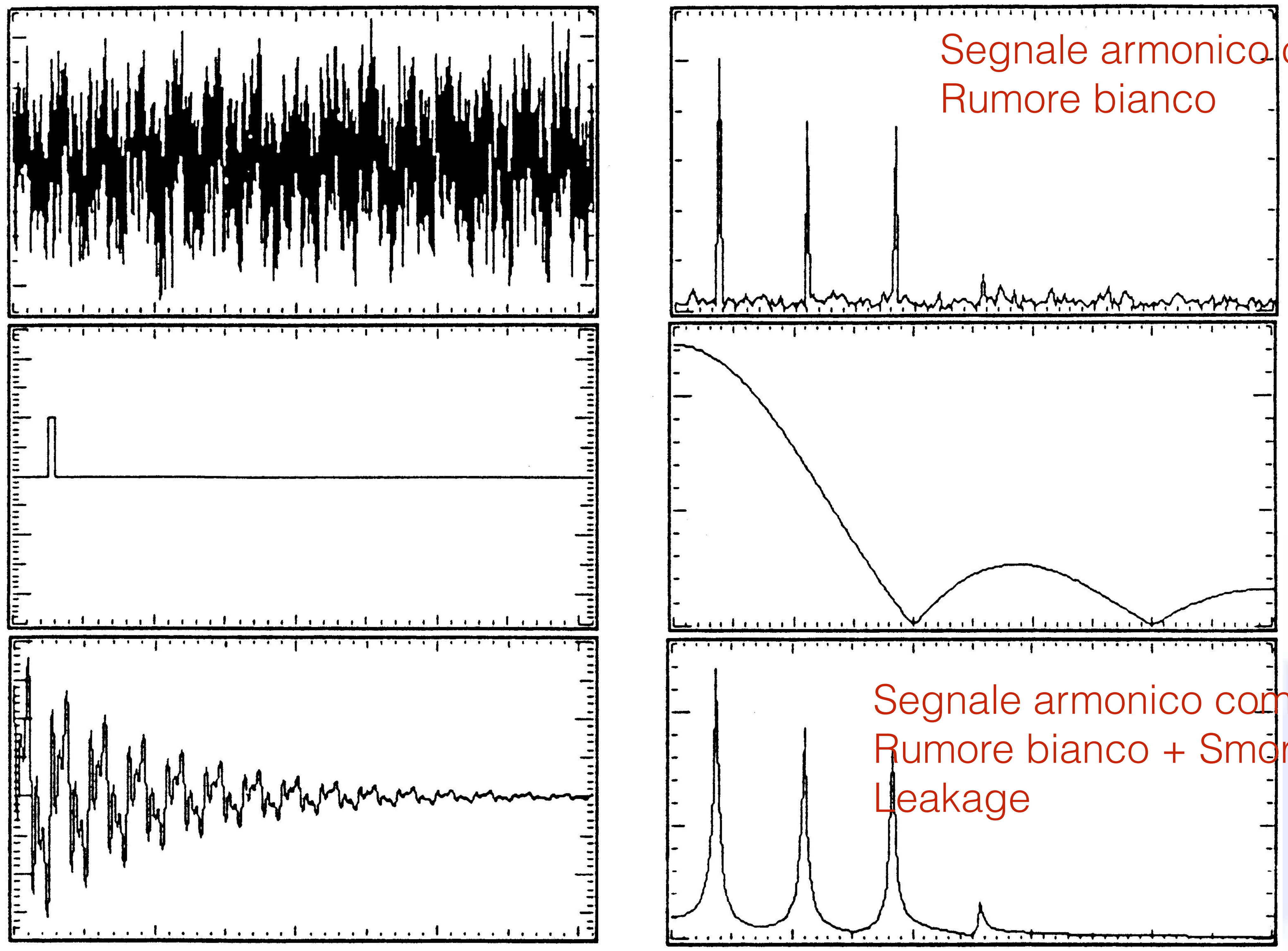


Un esempio del vantaggio fornito da DSP (trasformazione t>f)



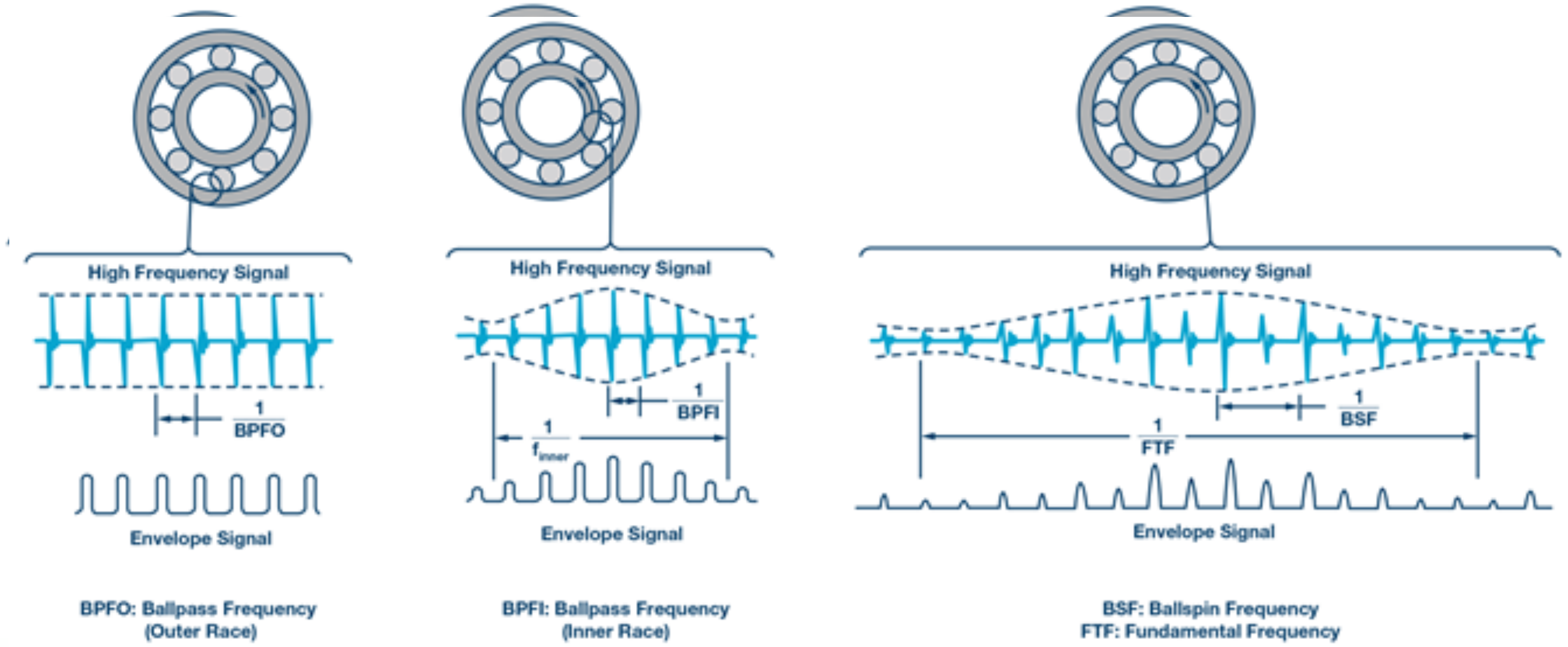
Tempo Frequenza

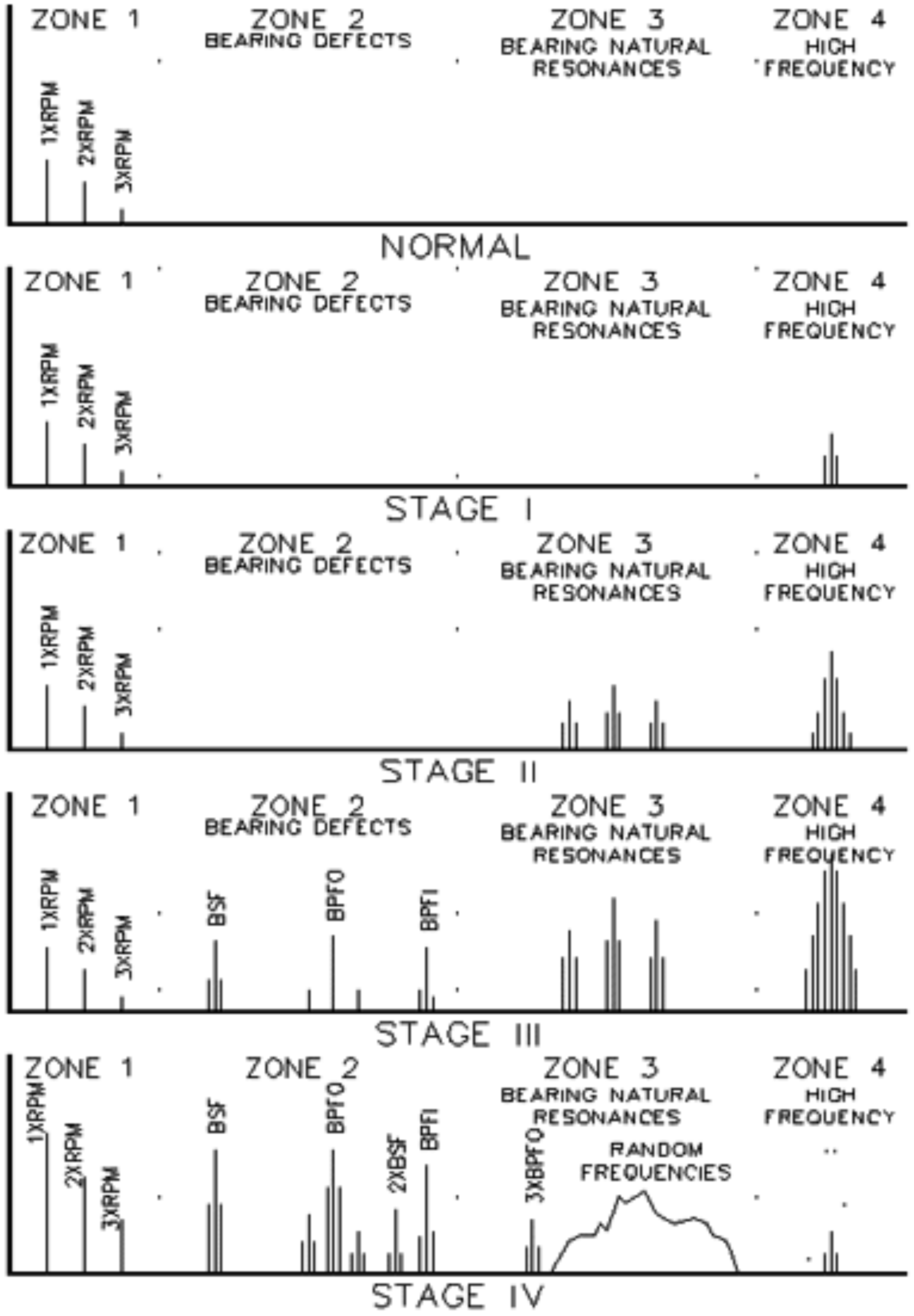
Tempo Frequenza



Un esempio del vantaggio fornito da DSP (analisi in f)

La vibrazione misurata su un cuscinetto
da le informazioni sul suo stato di salute,
e sulla posizione di eventuali danneggiamenti





L'analisi in frequenza permette di
fare la diagnosi e la prognosi del danno!

I più facili elementi dia valutazione di un segnale sono gli indicatori statistici quali

Massimo, Minimo, Scarto, Varianza, Valor Medio…

Moda

RMS

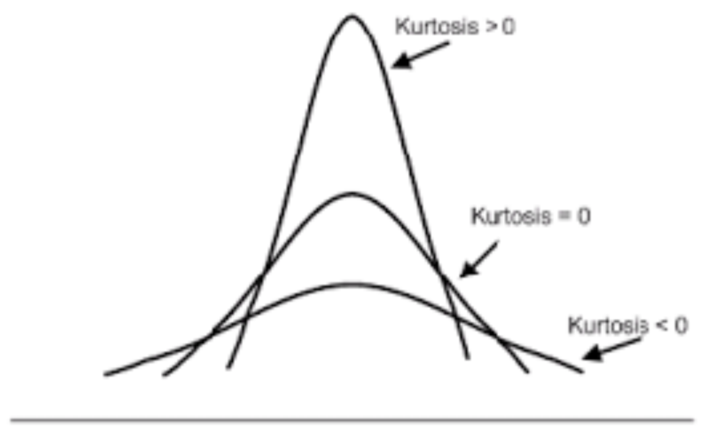
Skewness

Kurtosis

..

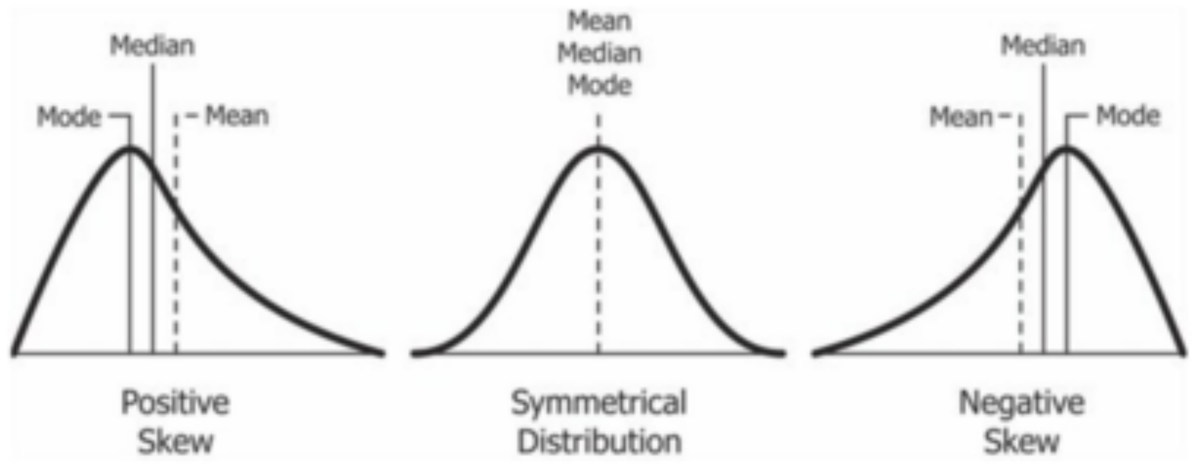
$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[x(t)\right]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i(t)^2}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\overline{x}\right]^2}{N}$$



$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\overline{x}\right]^3}{N}\left(\frac{1}{\sigma_x^3}\right)$$

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\overline{x}\right]^4}{N}\left(\frac{1}{\sigma_x^4}\right)$$



che descrivono il segnale acquisito su un certo numero di campioni N acquisisti in un intervallo di tempo T

Domande :
nelle formule si usa N o N-1?
come si fa a sapere se N è statisticamente significativo?
due medie calcolate su N1 e N2 campioni hanno lo stesso peso statistico?
RMS è filtrato in frequenza?

Alcuni concetti fondamentali (tutti in neretto) da ricordare quando si analizzano segnali dinamici, quindi acquisiti ad alta frequenza (indicativamente >1kHz)

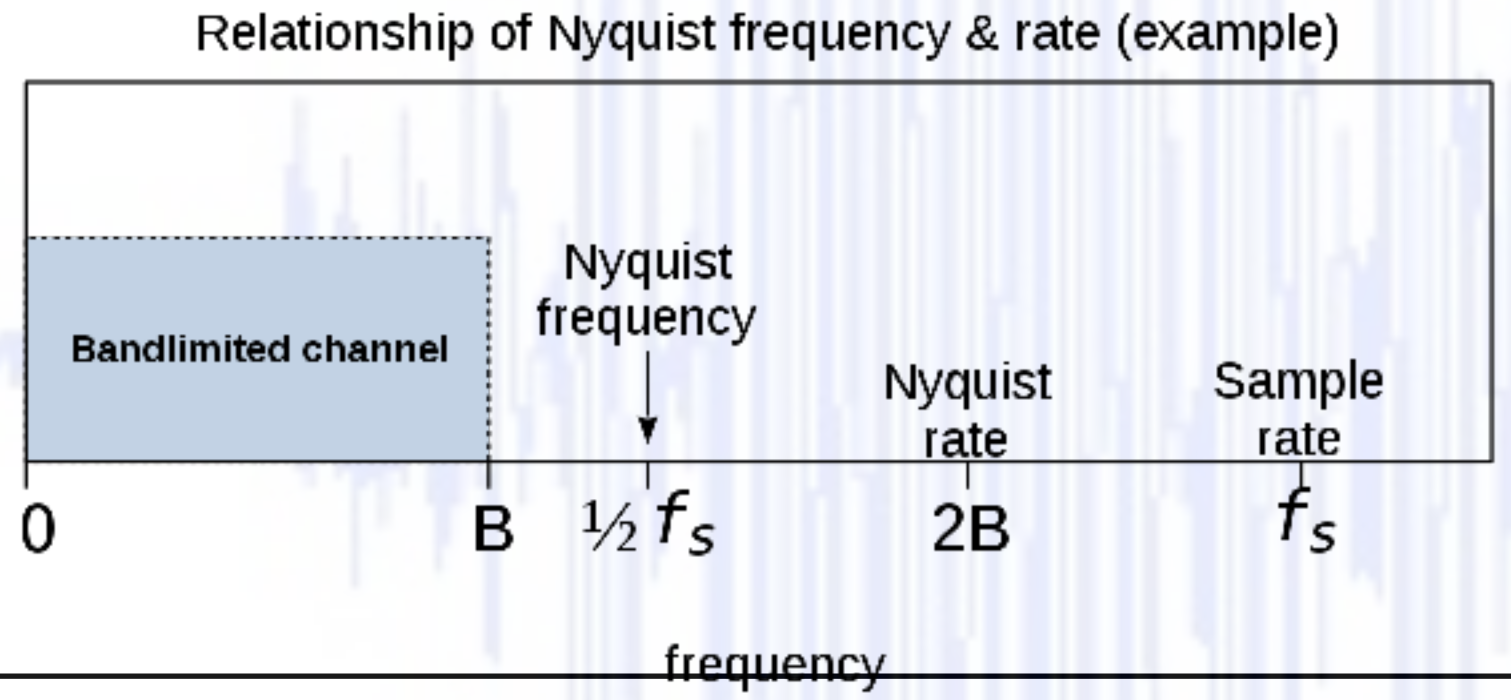
Harry Nyquist
1889-1976

Teorema di campionamento (o di Shannon, o di Nyquist) (1940 circa)

.. un segnale è correttamente campionabile se non contiene componenti in frequenza maggiori della metà della frequenza di campionamento..

altrimenti detta..

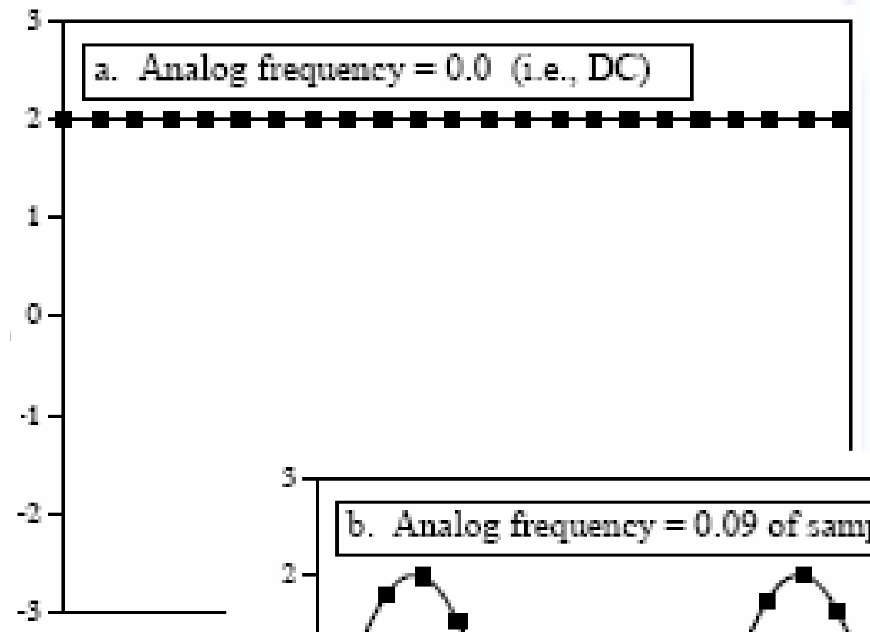
si possono rilevare correttamente le componenti del segnale fino al massimo della metà della frequenza di campionamento



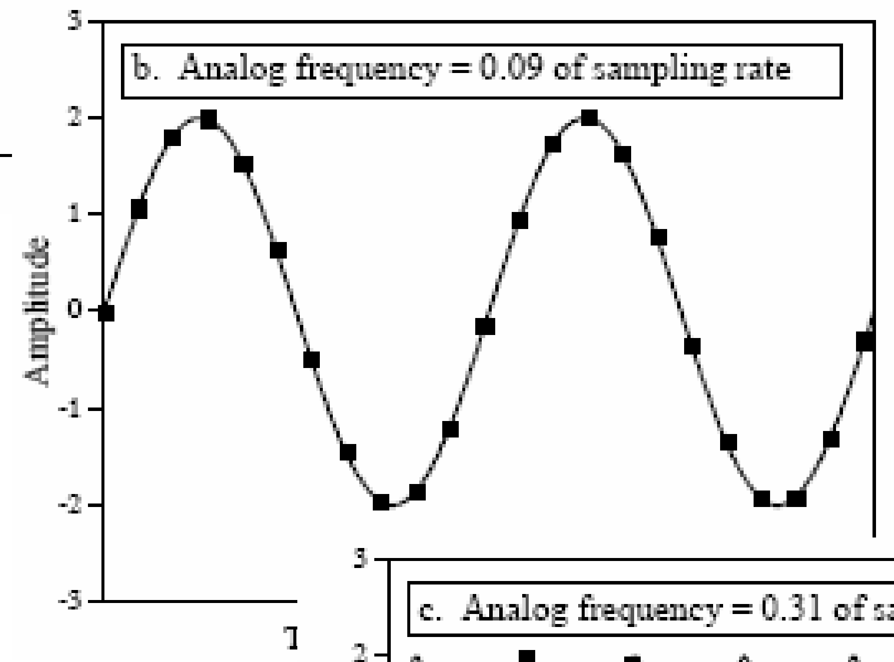
(…idealmente.. in realtà per le proprietà dei filtri.. le componenti del segnale si ritengono corrette fino a circa $0.8*f_s/2$…)

Questo significa che per acquisire un segnale con una componente a 2500Hz, devo acquisirlo ad almeno 5000Hz, meglio ancora se lo campiono a 7000Hz!

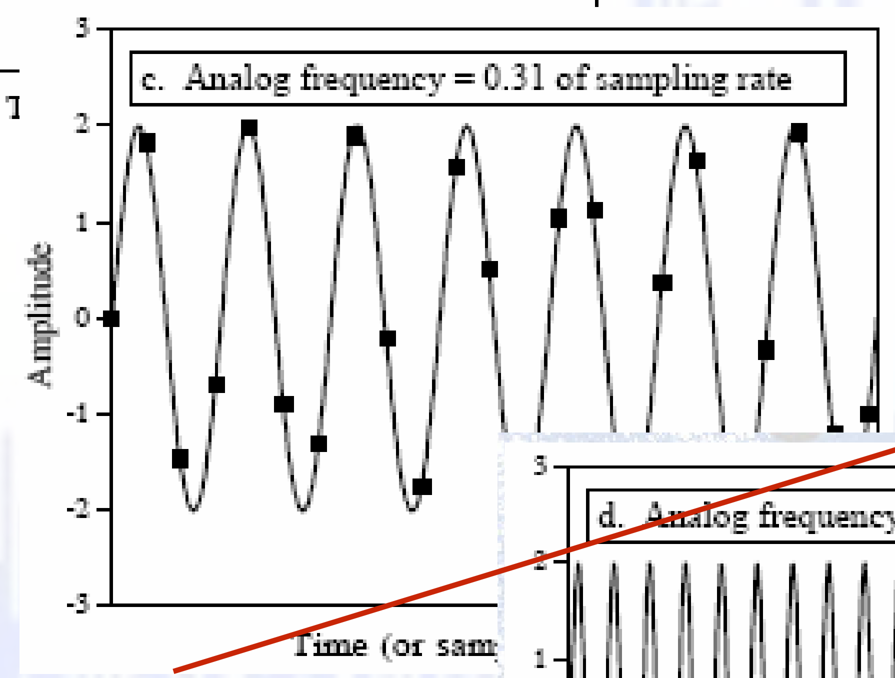
Se non si opera cosi si verifica l'**ALIASING** (distorsione da campionamento lento), vediamone l'effetto:



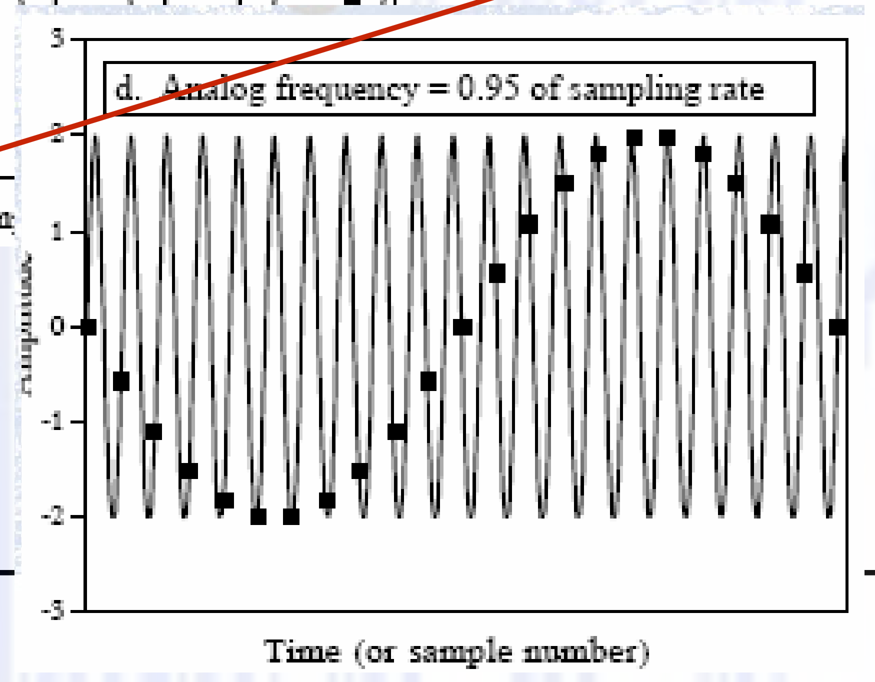
segnale costante..
ben campionato



segnale armonico..
bene campionato f_s=11.11f



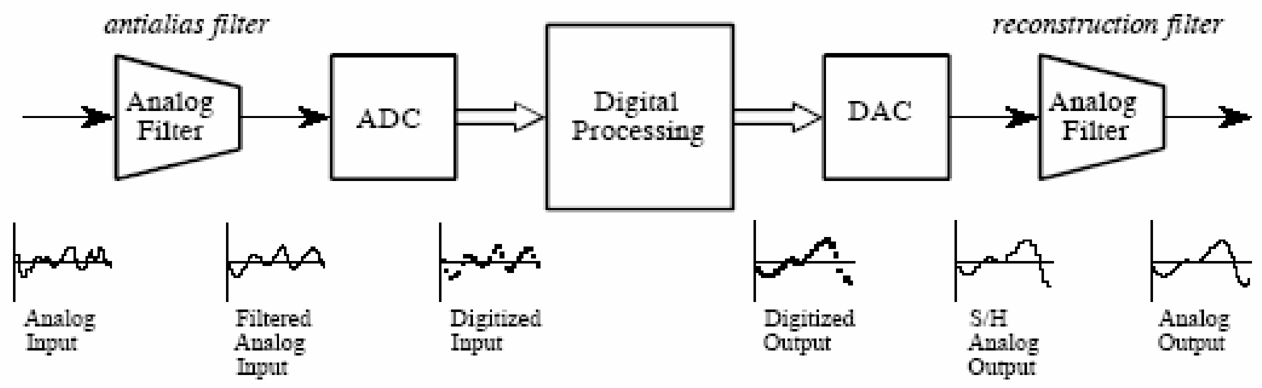
segnale armonico..
ben campionato f_s=3.23f



segnale armonico..
mal campionato f_s=**1.05**f

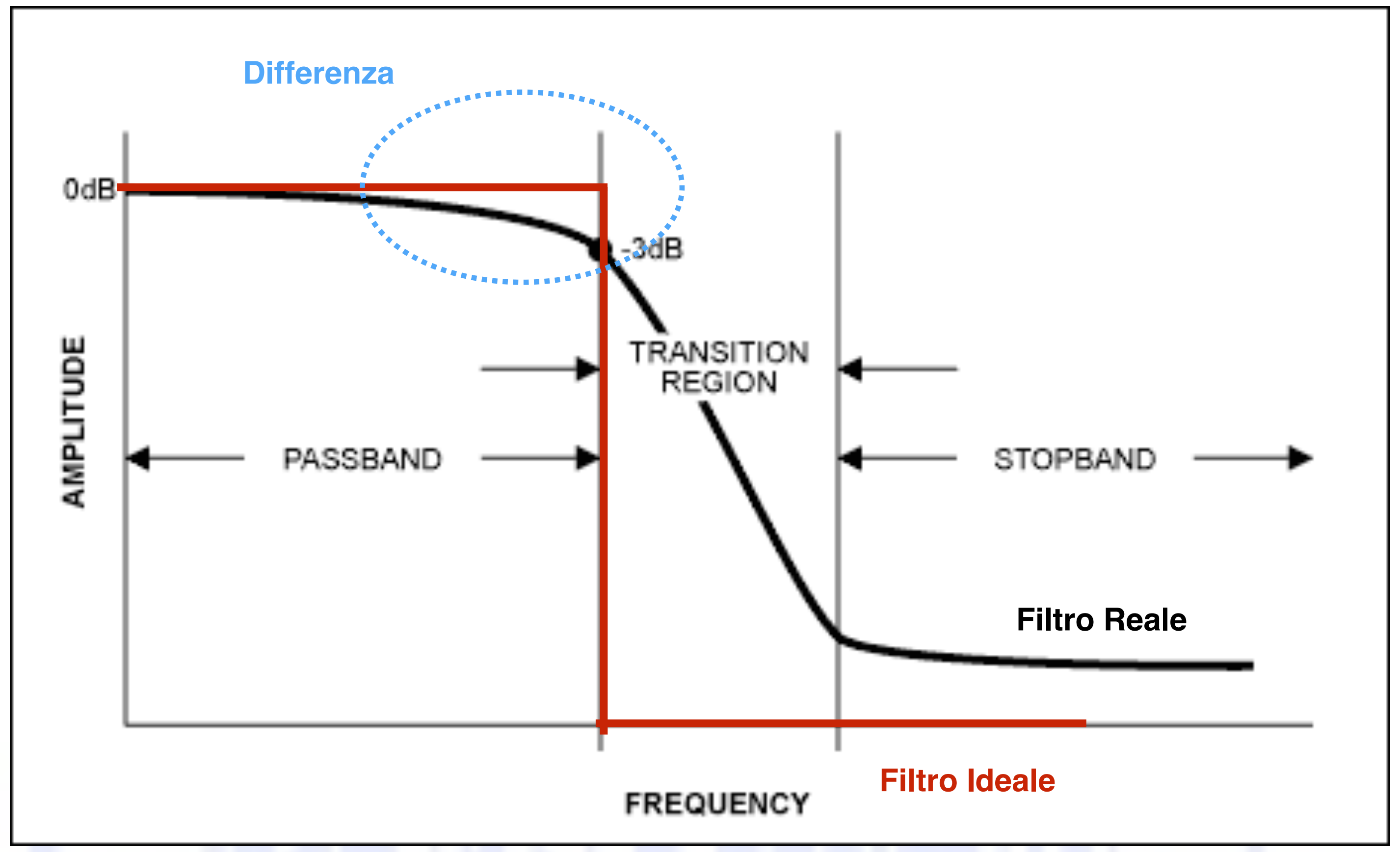
visivamente (e algebricamente) il segnale appare a frequenza più bassa di quella reale!!

Il problema dell’aliasing si risolve utilizzando dei filtri passa basso anti-aliasing!
(processo irreversibile)

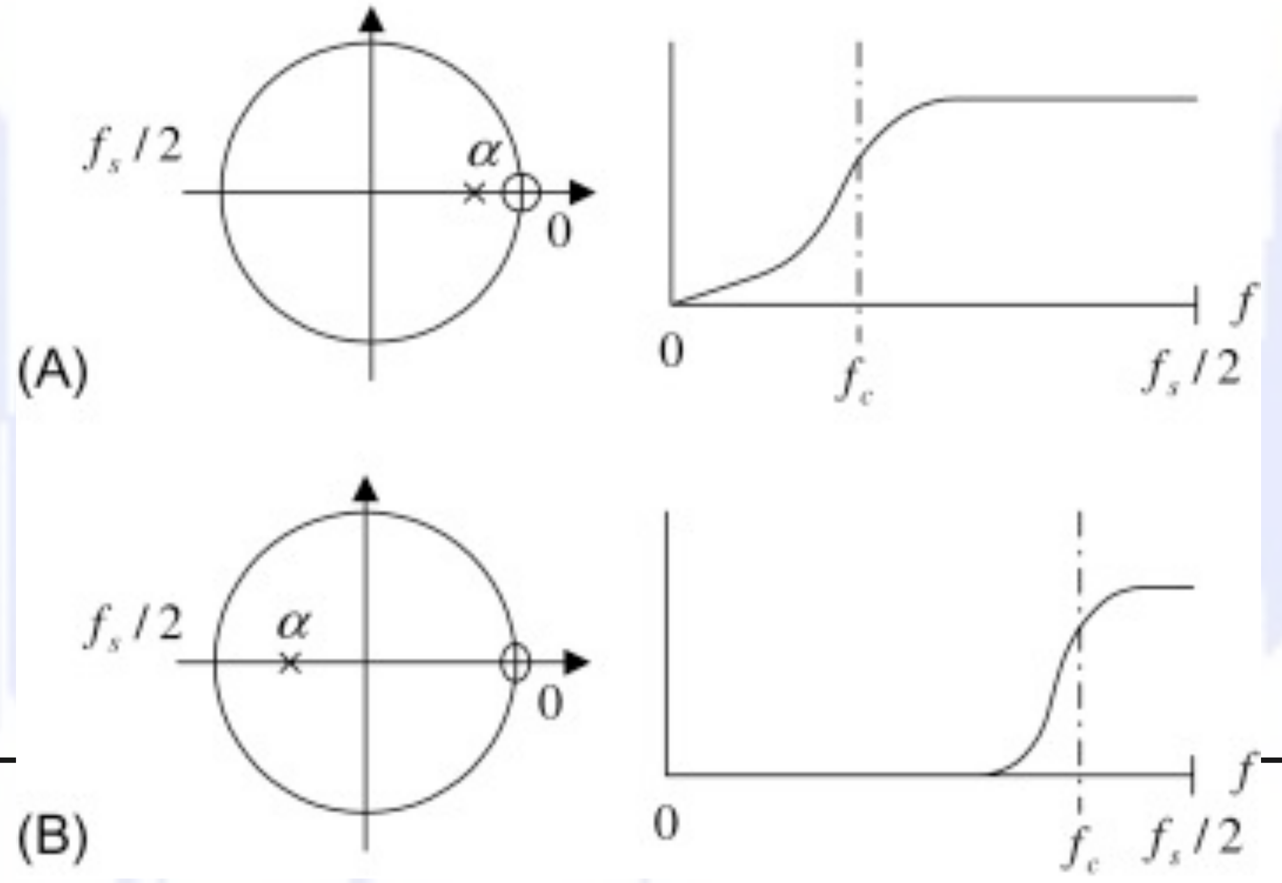


Attenzione: i filtri non sono ideali! hanno un “roll-off”

per questa ragione si immagina che le compenti correttamente acquisite arrivino fino a 0.65-0.8 $f_s/2$



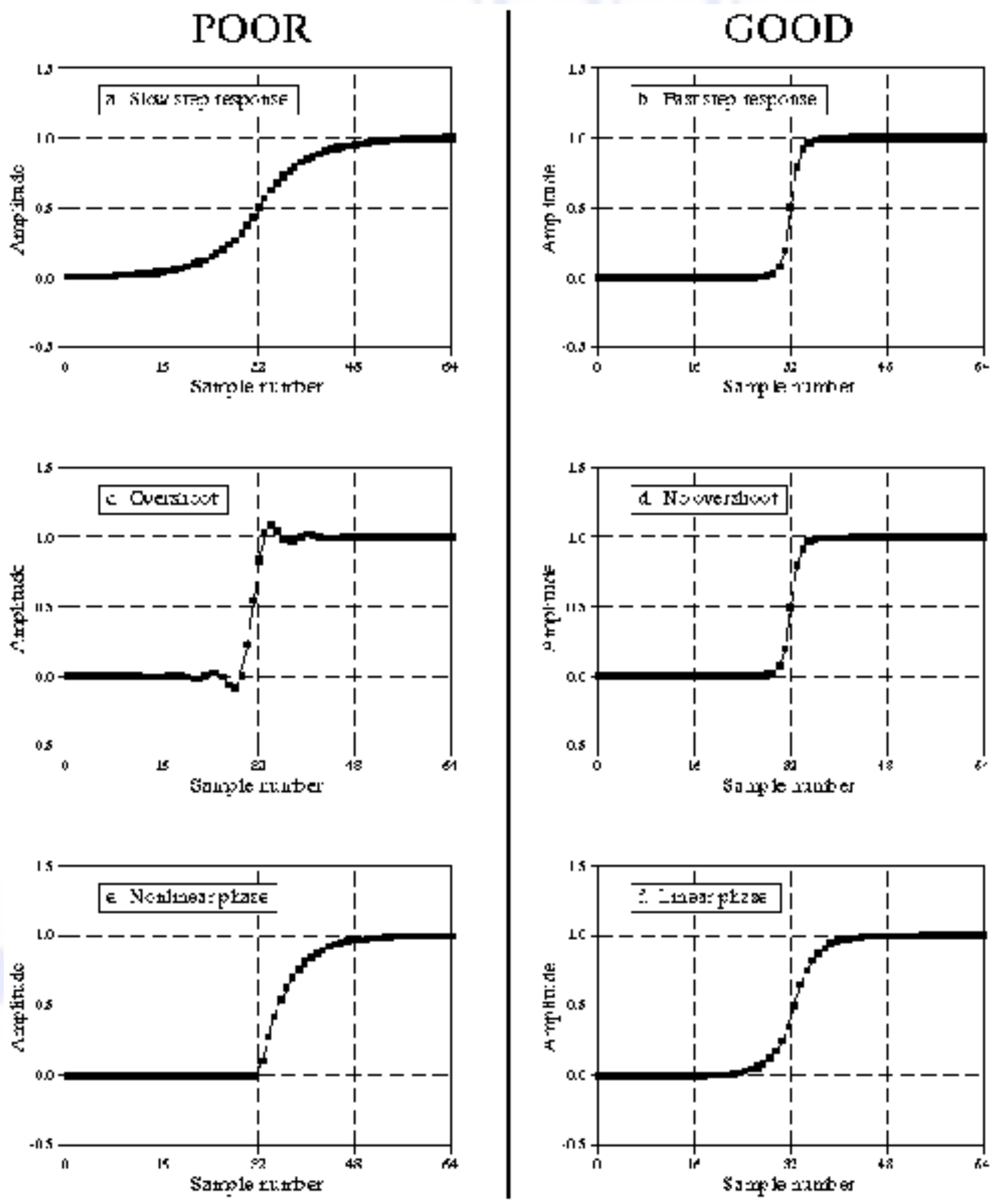
Un filtro è descrivibile come una funzione di trasferimento tra il segnale in ingresso e quello in uscita,
può essere descritto da zeri e poli la cui numerosità e posizione nel piano complesso determinano le caratteristiche del filtro
(selettività, costo, ritardo di fase…)

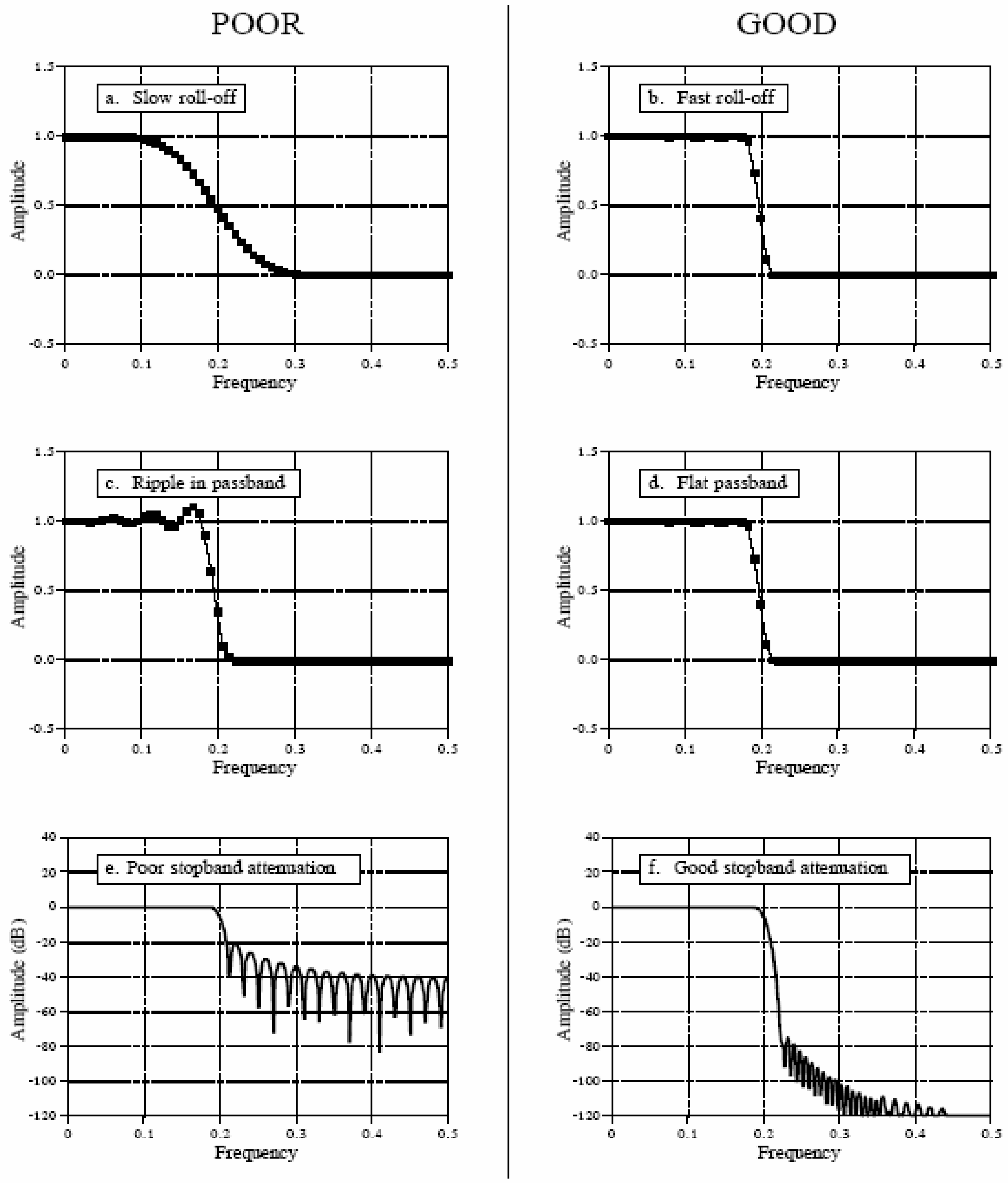


Luigi BREGANT
bregant@units.it

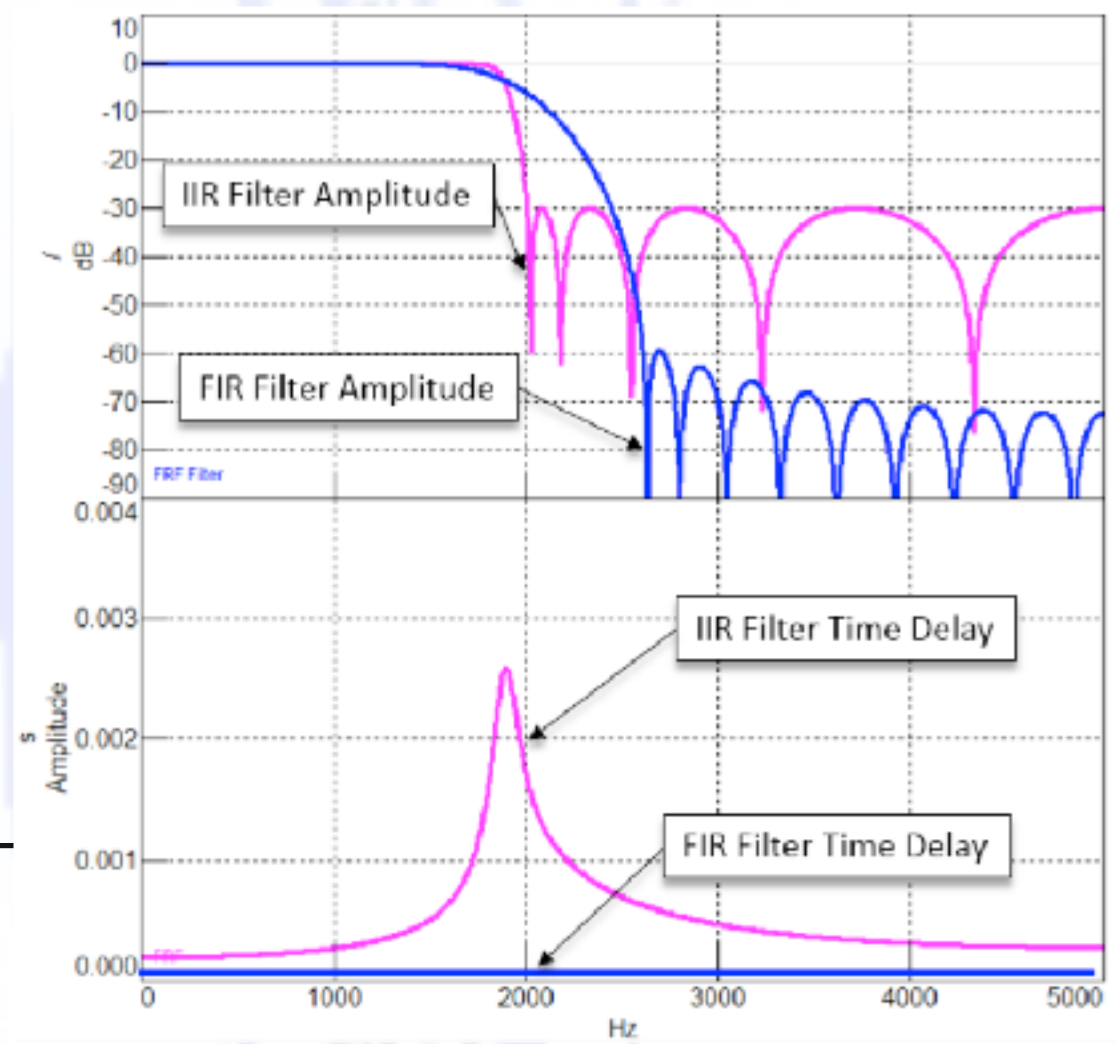
La posizione di zeri e poli influenzano:

frequenza di taglio (cut-off frequency)
pendenza (roll-off)
ondulazione di banda (passband ripe)
risposta all’impulso (overshooting)
..





i Filtri possono essere analogici digitali,
a lunghezza finita (FIR) o infinita (IIR)..



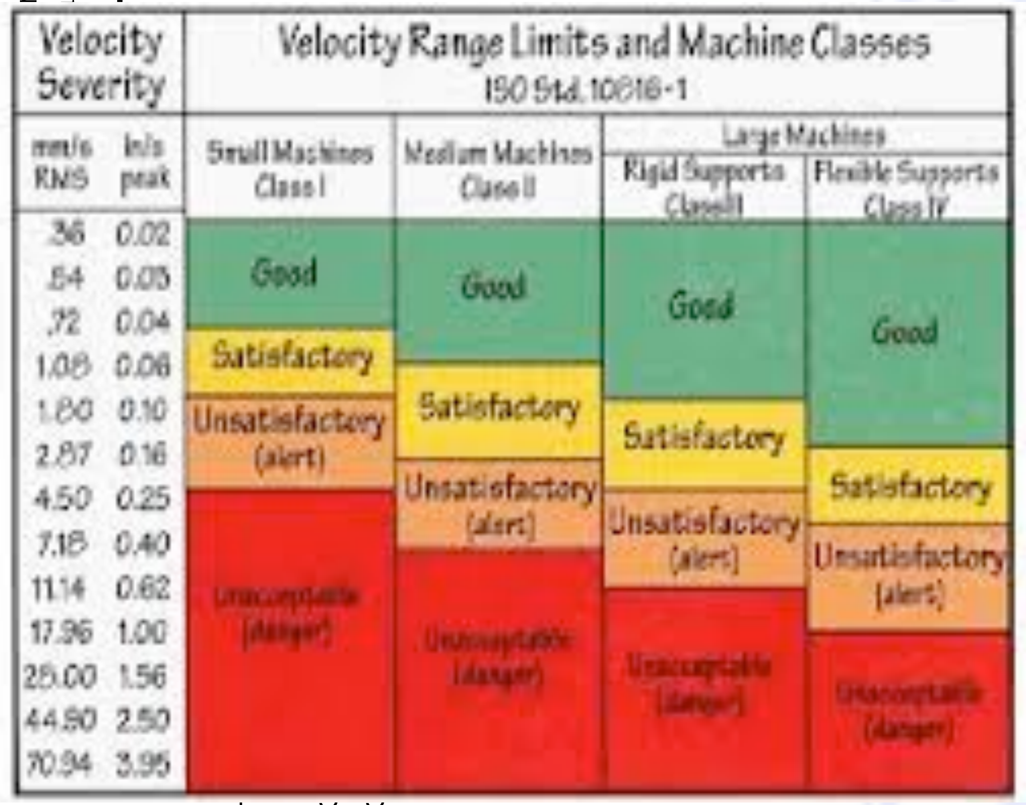
Il segnale digitalizzato, è possibile analizzarlo/valutarlo

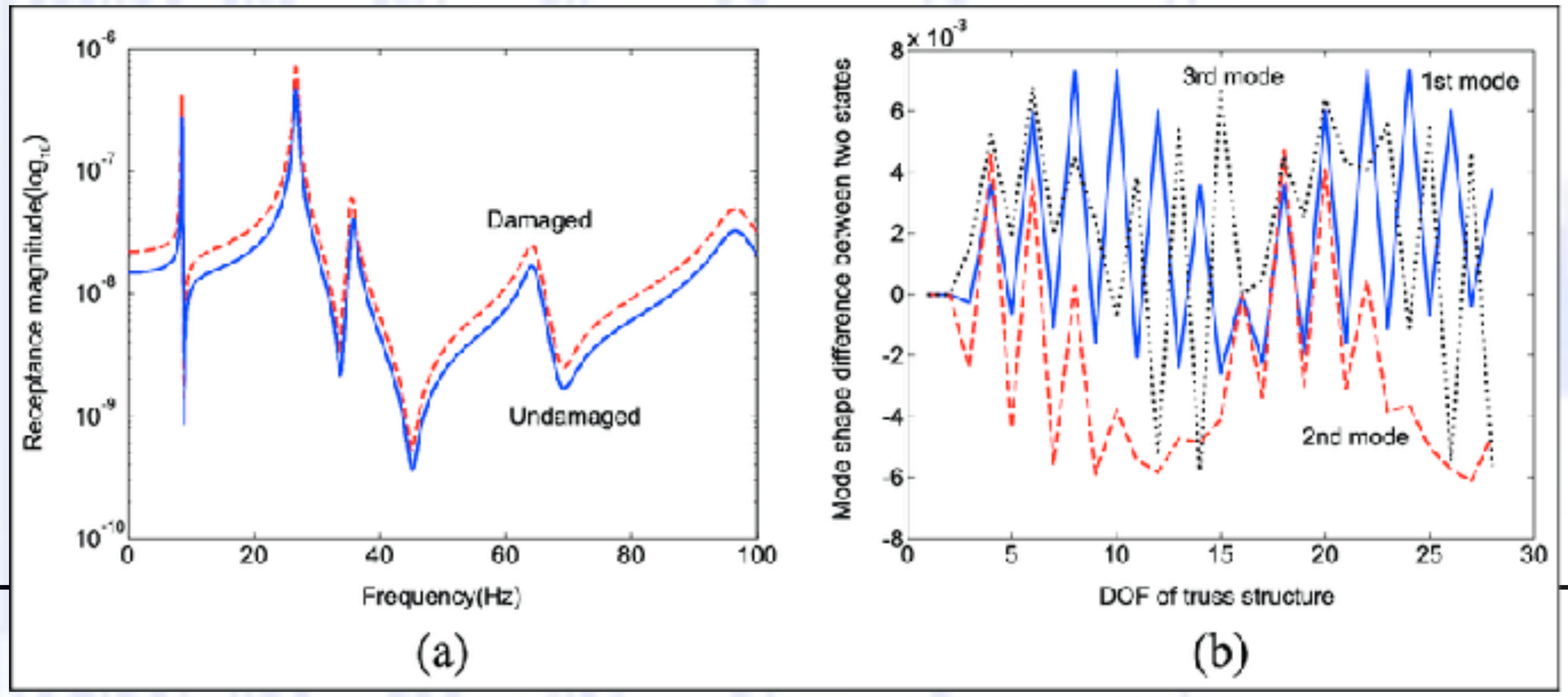
tramite indicatori statistici puntuali per avere indicazioni di tipo “globale”
es. valor medio, RMS.. (di solito valutai nel dominio del tempo)

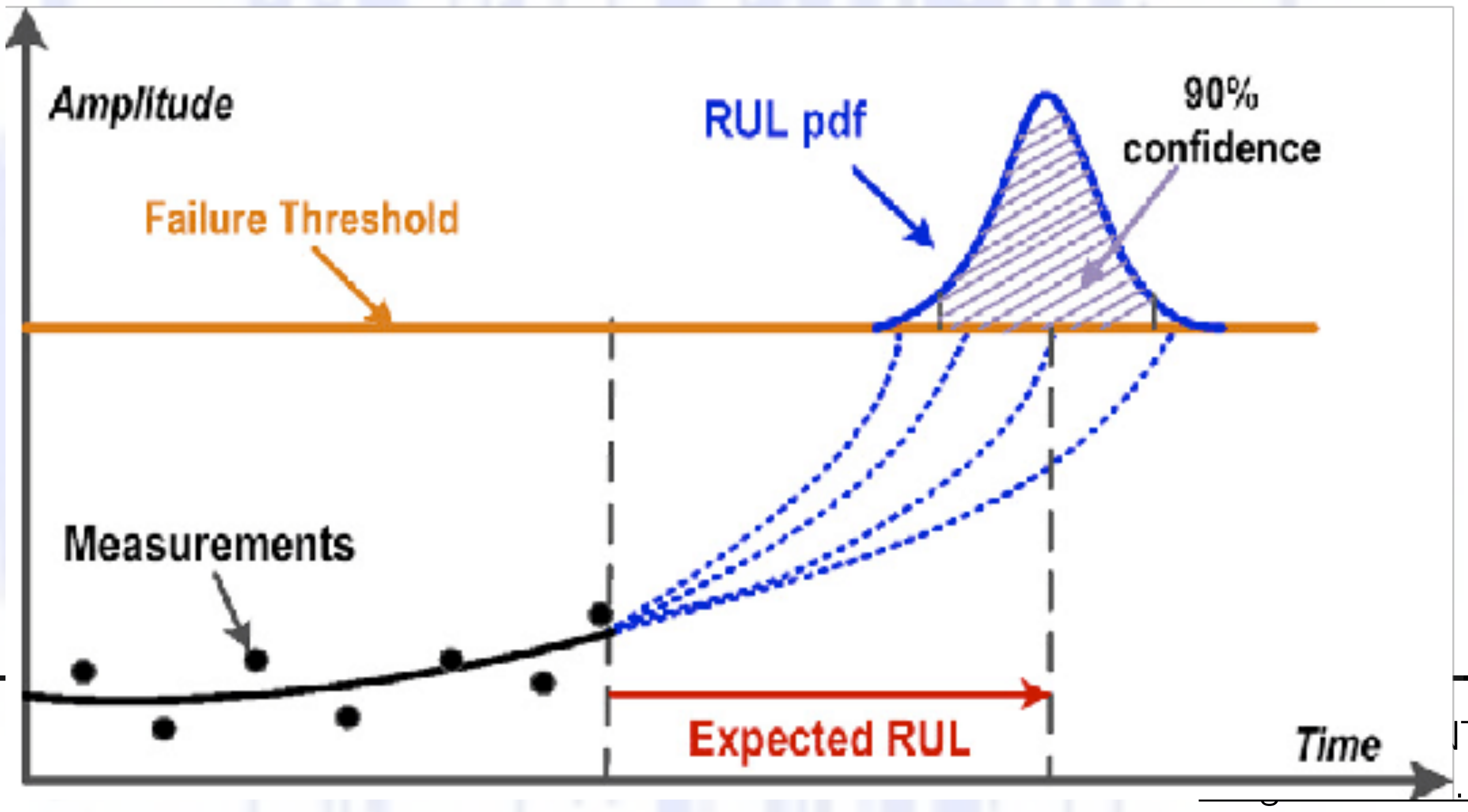
tramite funzioni che ne caratterizzano forma, ricorrenza, contenuto spettrale..
es. correlazione, spettro, funzione di risposta in frequenza (sia nel dominio del tipo che della frequenza

..ed aggiungendo informazioni (es segnale tachimetrico) con funzioni
in domini diversi (es. dominio dell’angolo), elaborando per esempio segnali in regime transitorio

grazie a modelli matematici che ne interpolano / estrapolano in valori in modo da
rispondere a domande specifiche (es. Hypothesis testing, RUL estimation…)







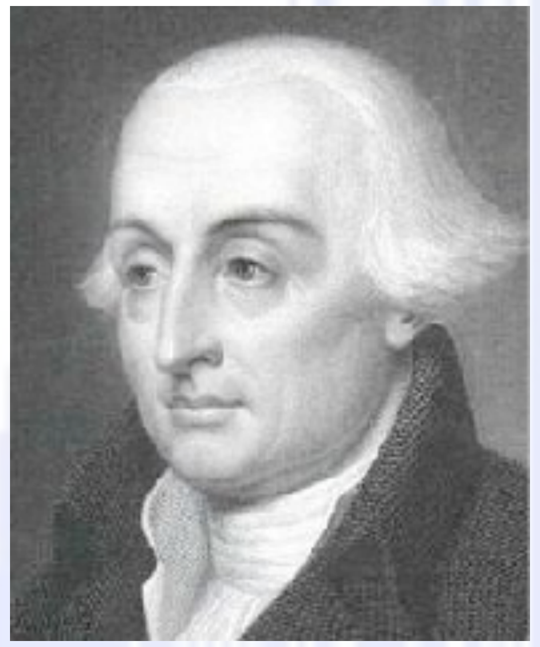
Trasformata di Fourier (1807 circa)

..ogni segnale **continuo periodico** (ω_0) può essere rappresentato come la **somma** di **funzioni sinusoidali** opportunamente scelte..

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \qquad *$$

Jan Baptiste Joseph Fourier
1768-1830

NB sommatoria va all'infinto;
tutte armoniche della frequenza fondamentale



Joseph-Louis Lagrange
1736-1813

Lagrange, membro della commissione dell'Institute de France, bloccò la pubblicazione del lavoro per 5 anni ritenendolo sbagliato, ritenendo che non si poteva descrivere segnali con angoli..

Teoricamente è corretto! ma con un numero molto alto, teoricamente infinito, di funzioni sinusoidi la differenza (energetica) tra segnale originario e ricostruito tende a zero!

* esistono formulazioni diverse

Tutto cio cosa significa?
Se vogliamo ricostruire un onda quadra (periodica)
all'aumentar del numero delle componenti armoniche utilizzate
il risultato sarà quanto più prossimo al segnale originale

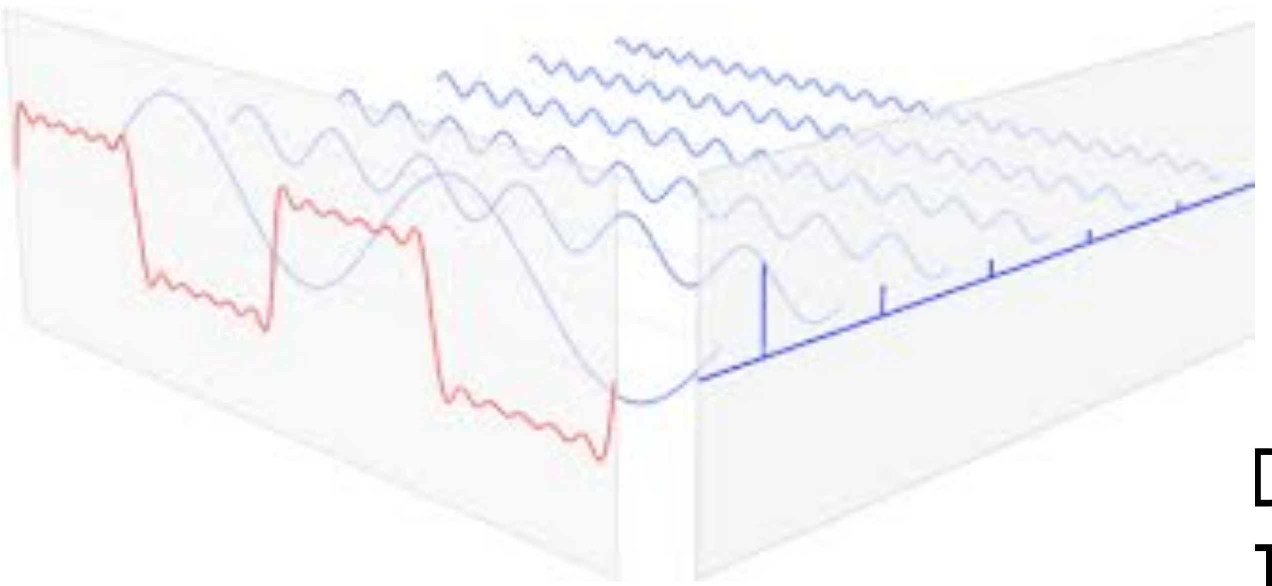
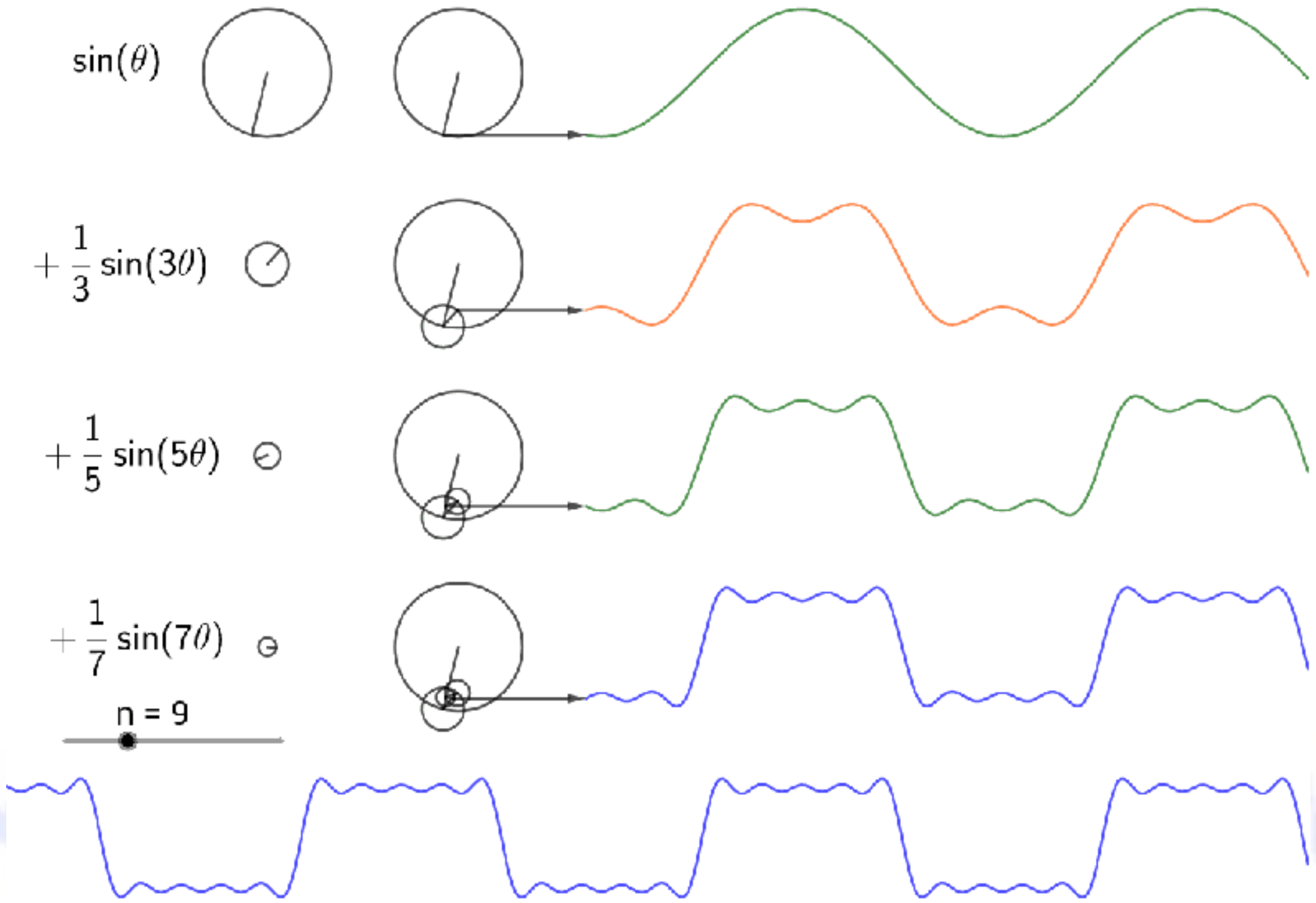
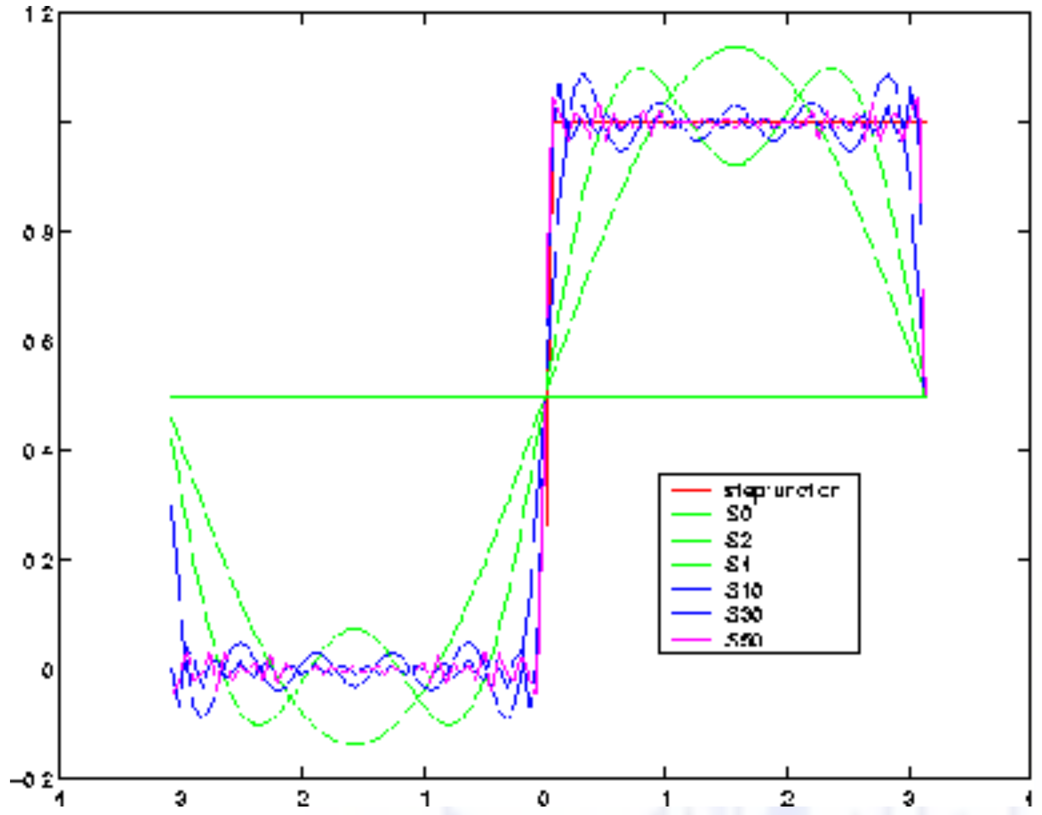
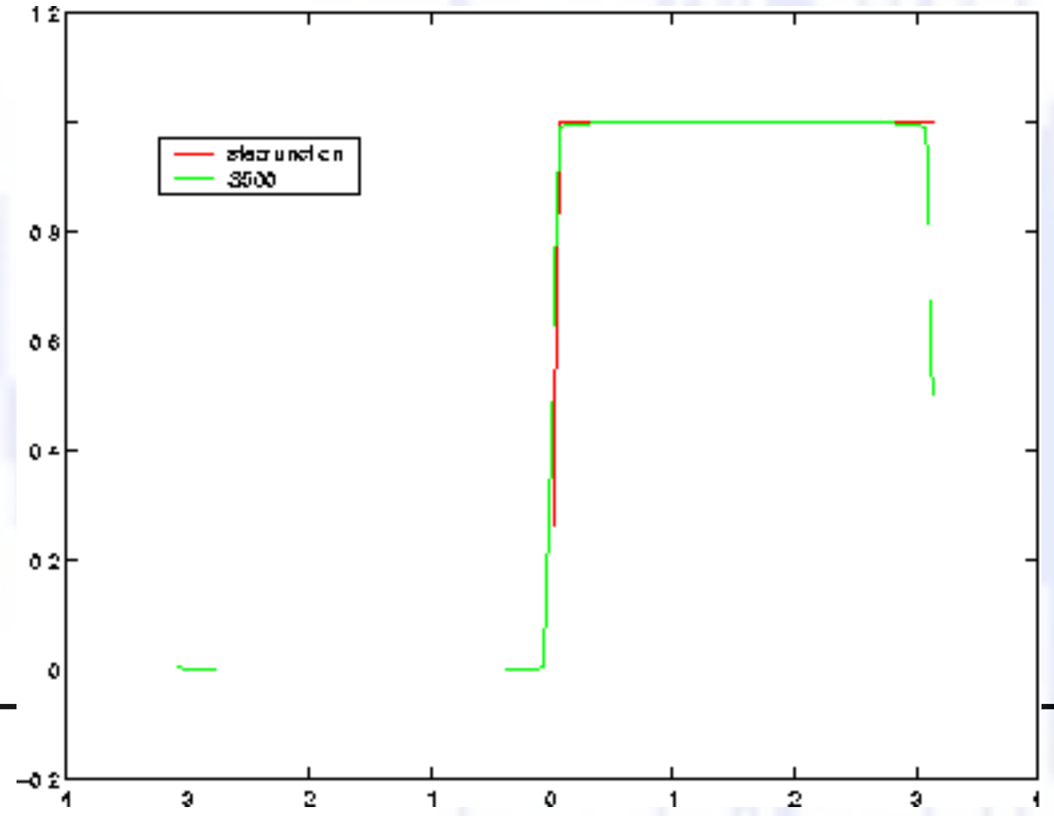


Diagramma
Tempo-Frequenza







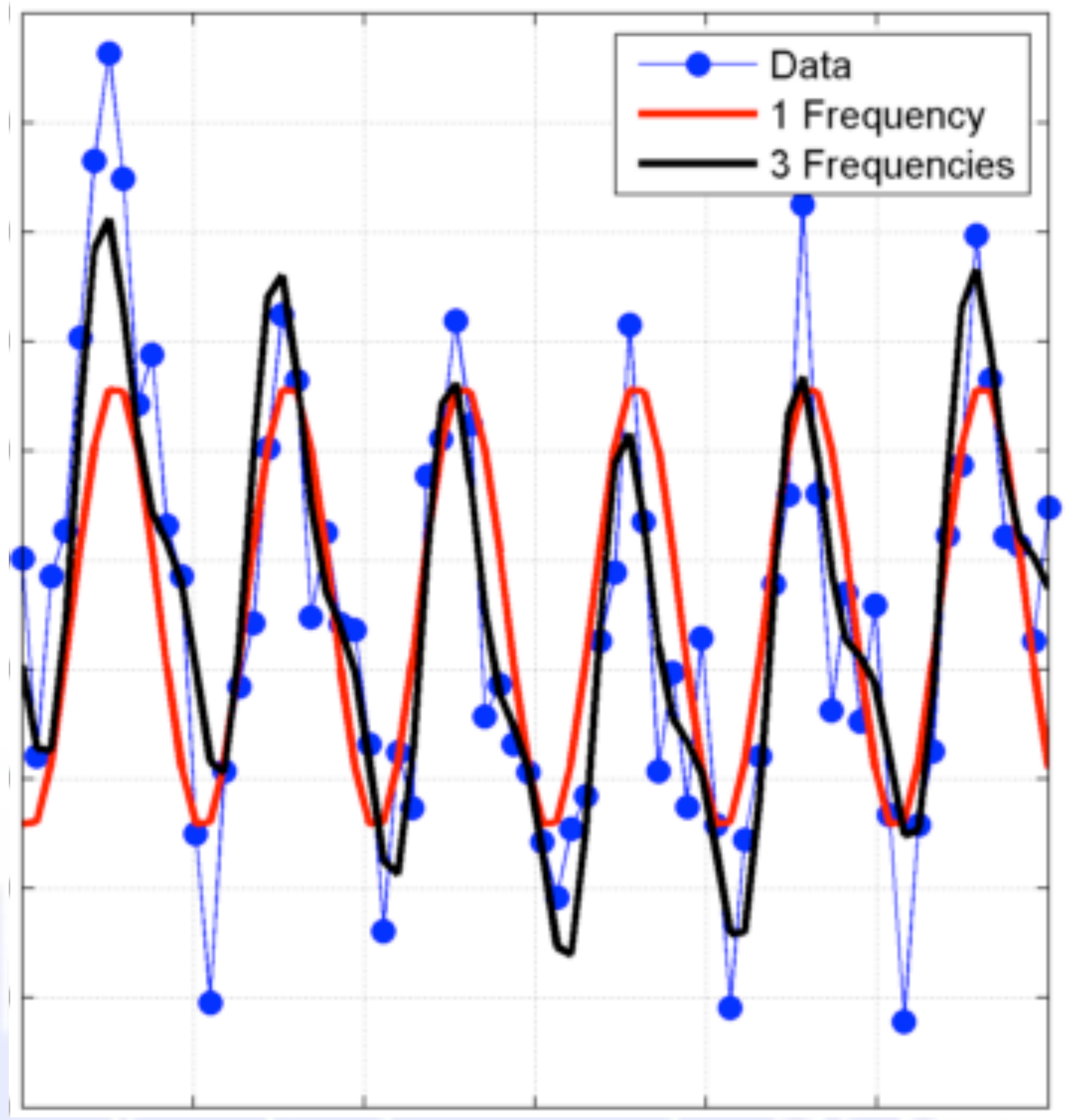
con
500 armoniche..

Quante componenti armoniche?
(sicuramente non un numero infinito!)

Quanto la potenza dI segnale ricostruito non cambi più all'aumentare del numero di componenti

Teorema di Perseval (identità di Rayleigh)

.. stabilisce che la sommatoria del prodotto dei coefficienti di Fourier di due funzioni periodiche è uguale all'integrale del loro prodotto



$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^t \left[f(t)\right]^2 dt = \sum_{n=0}^{\infty} |c_n|^2$$

Potenza del segnale

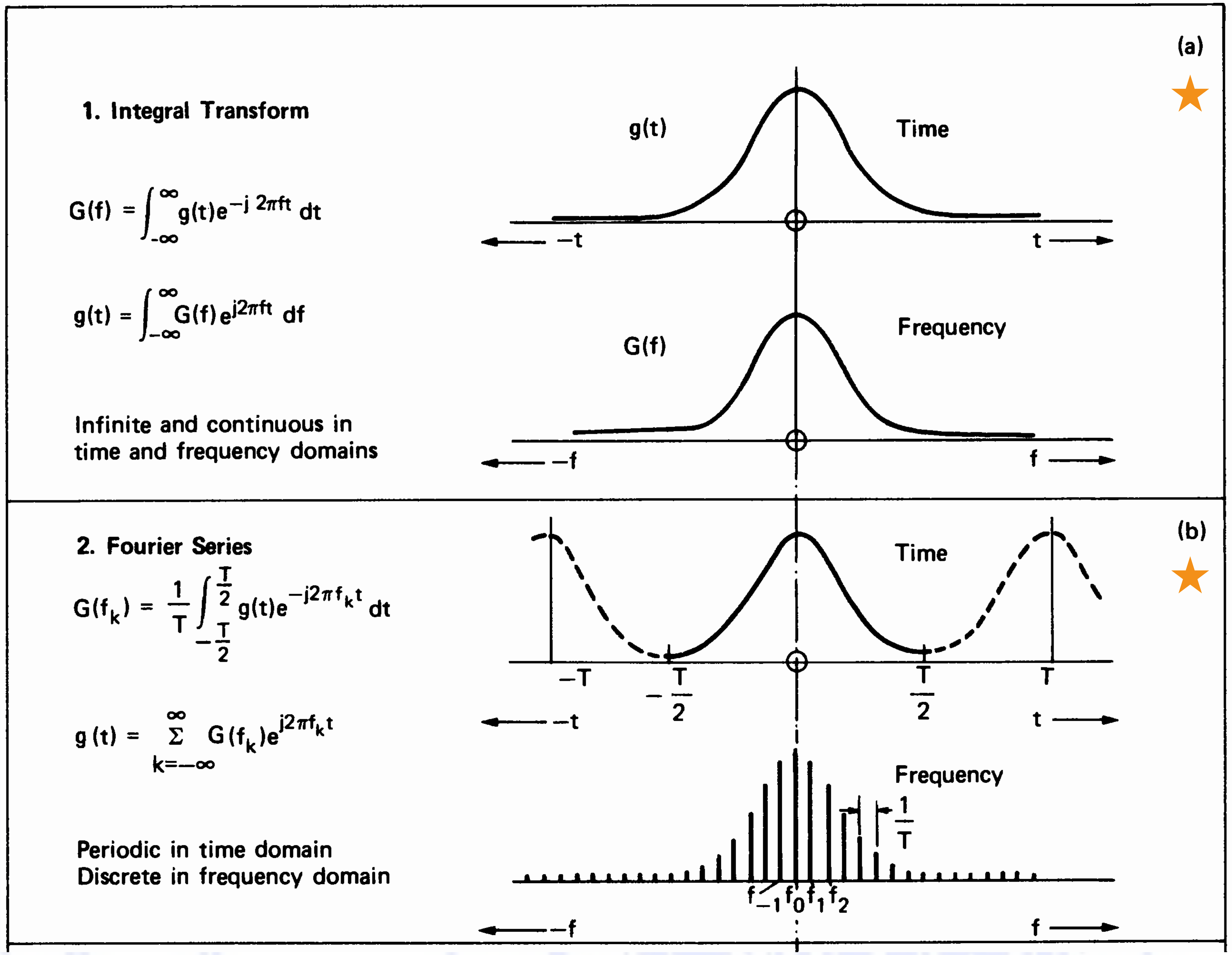
$$\hat{P}_f \simeq P_t$$

Marc-Antoine Perseval
1755-1836

Non tutti i segnali sono periodici… come cambia la trasformata di Fourier?

Segnale **APERIODICO CONTINUO**
Integrale di Fourier

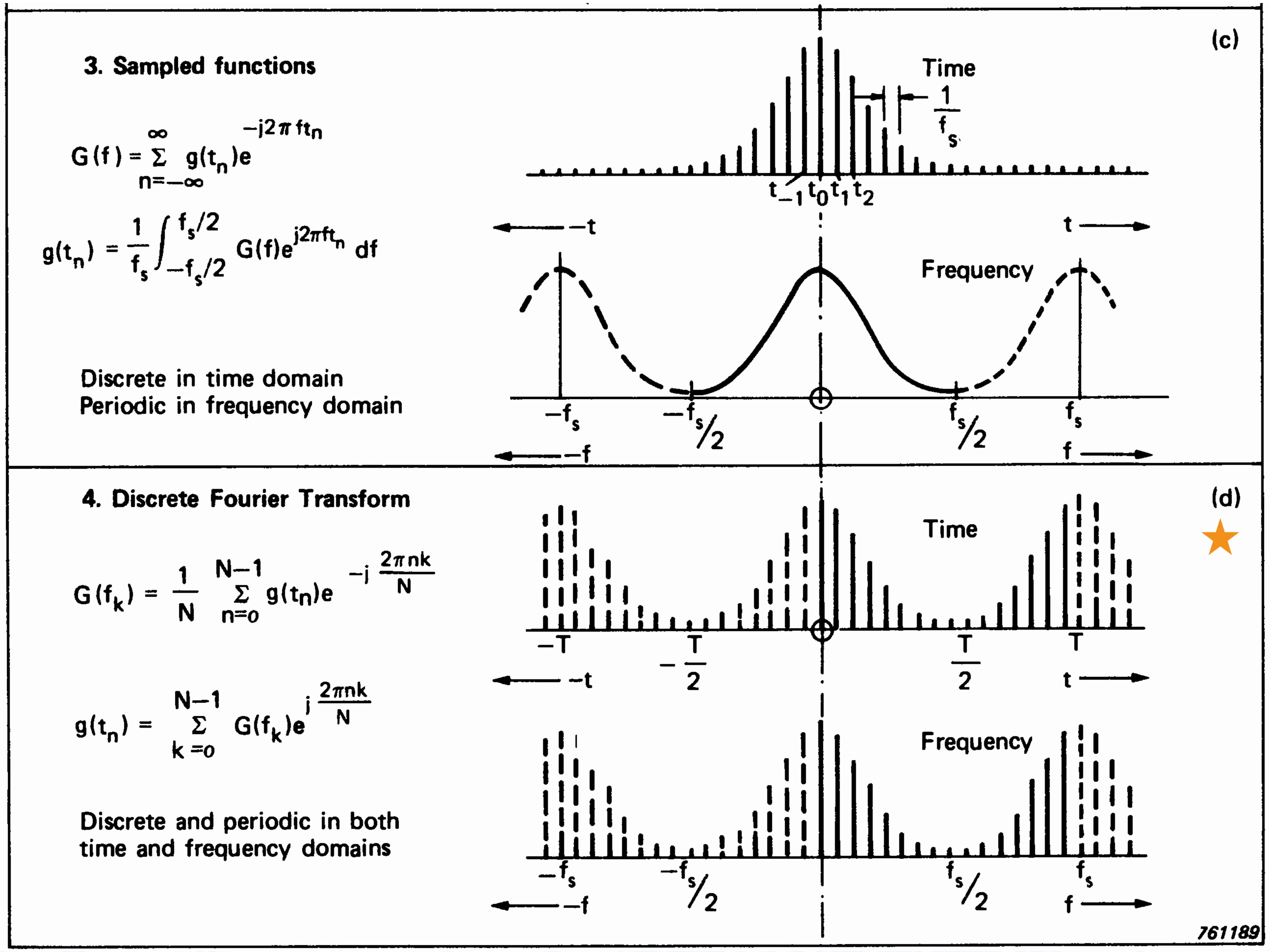
Segnale **PERIODICO CONTINUO**
Serie di Fourier



Non tutti i segnali sono periodici… come cambia la trasformata di Fourier?

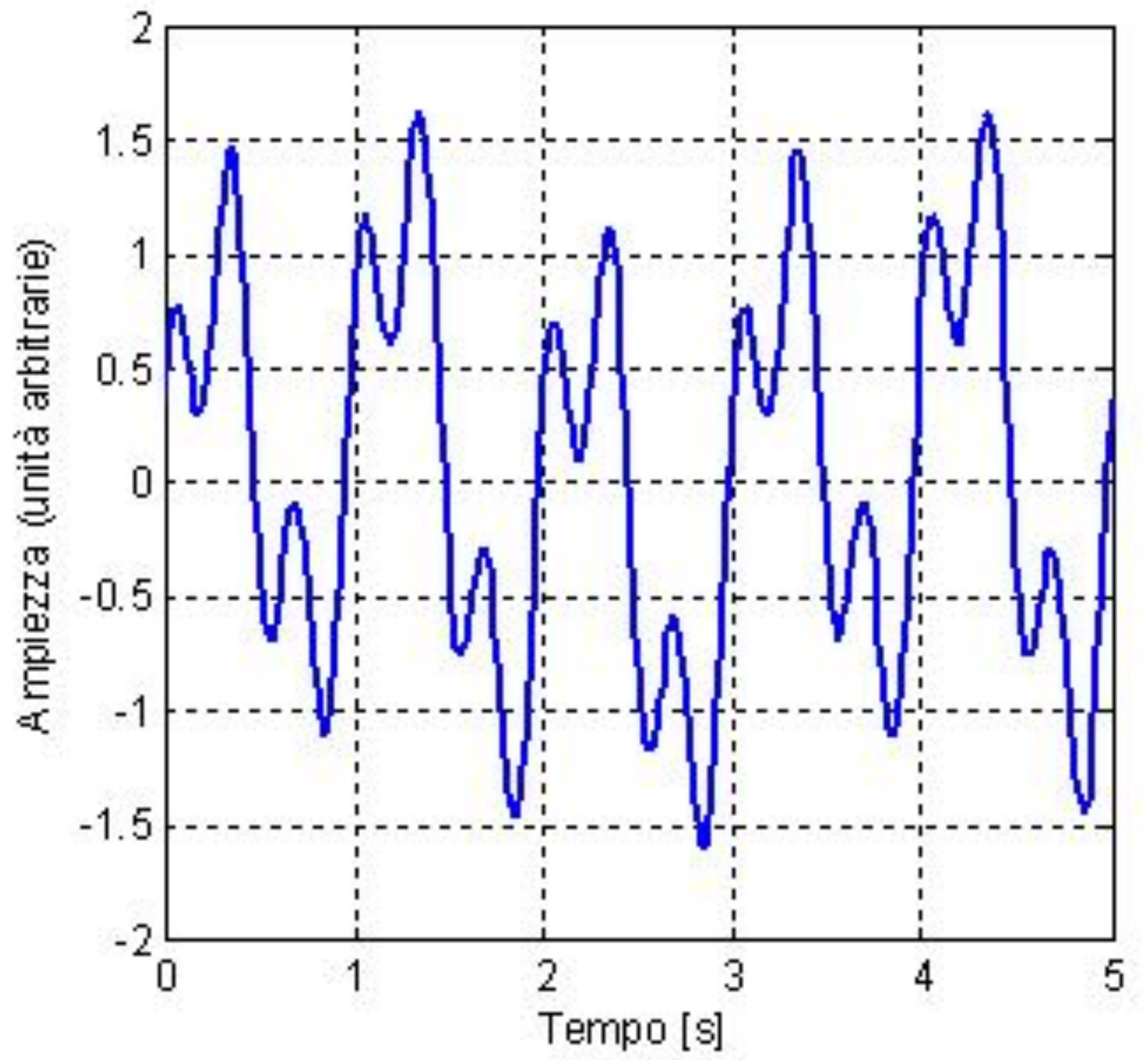
Segnale **APERIODICO CAMPIONATO**
Trasformata discreta nel tempo di Fourier

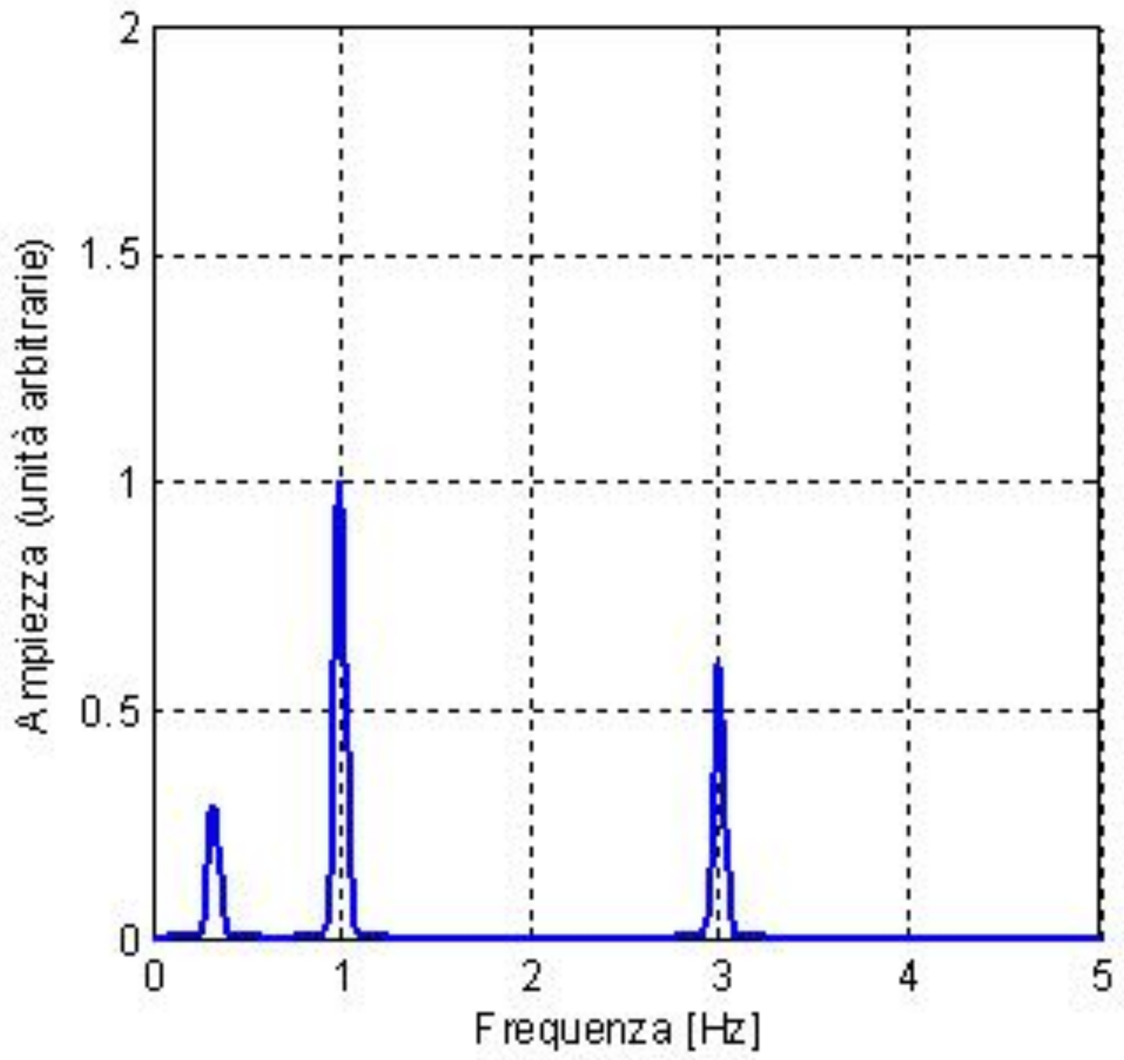
Segnale **PERIODICO CAMPIONATO**
Trasformata discreta di Fourier

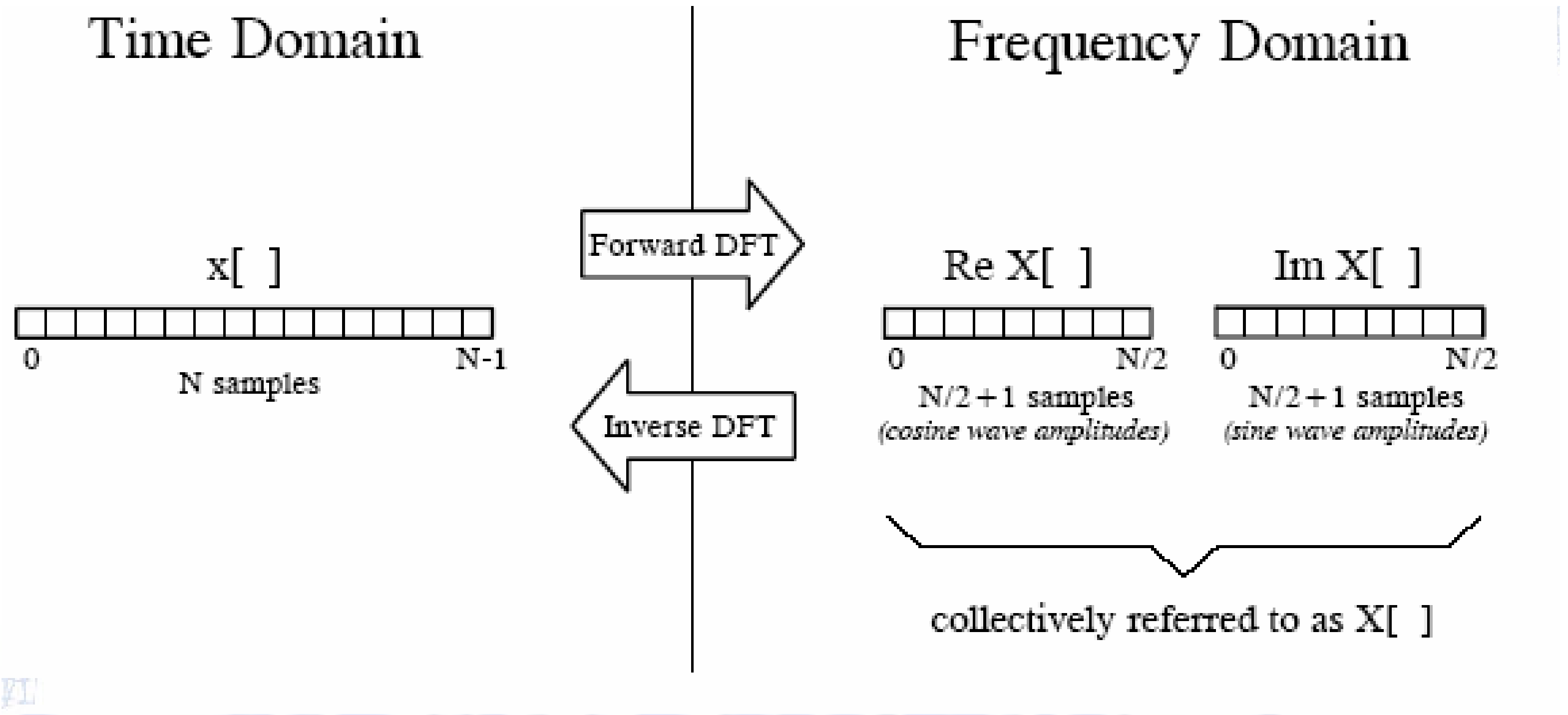


NB quando il segnale viene campionato lo spettro in frequenza diventa periodico !

NB quando il segnale lavora su un segnale campionato, bisogna considerare un numero di campioni N rappresentativi del segnale (sia nel dominio t che nel dominio f)
non possiamo campionare all'infinito il sistema di acquisizione ha memoria finita!







nel dominio del tempo (dominio R)
acquisiamo N campioni

nel dominio della frequenza (dominio C)
gli N campioni devono descrivere il segnale>
N/2 parte Reale - N/2 parte Immaginaria
oppure
N/2 ampiezza - N/2 fase

Luigi BREGANT
bregant@units.it

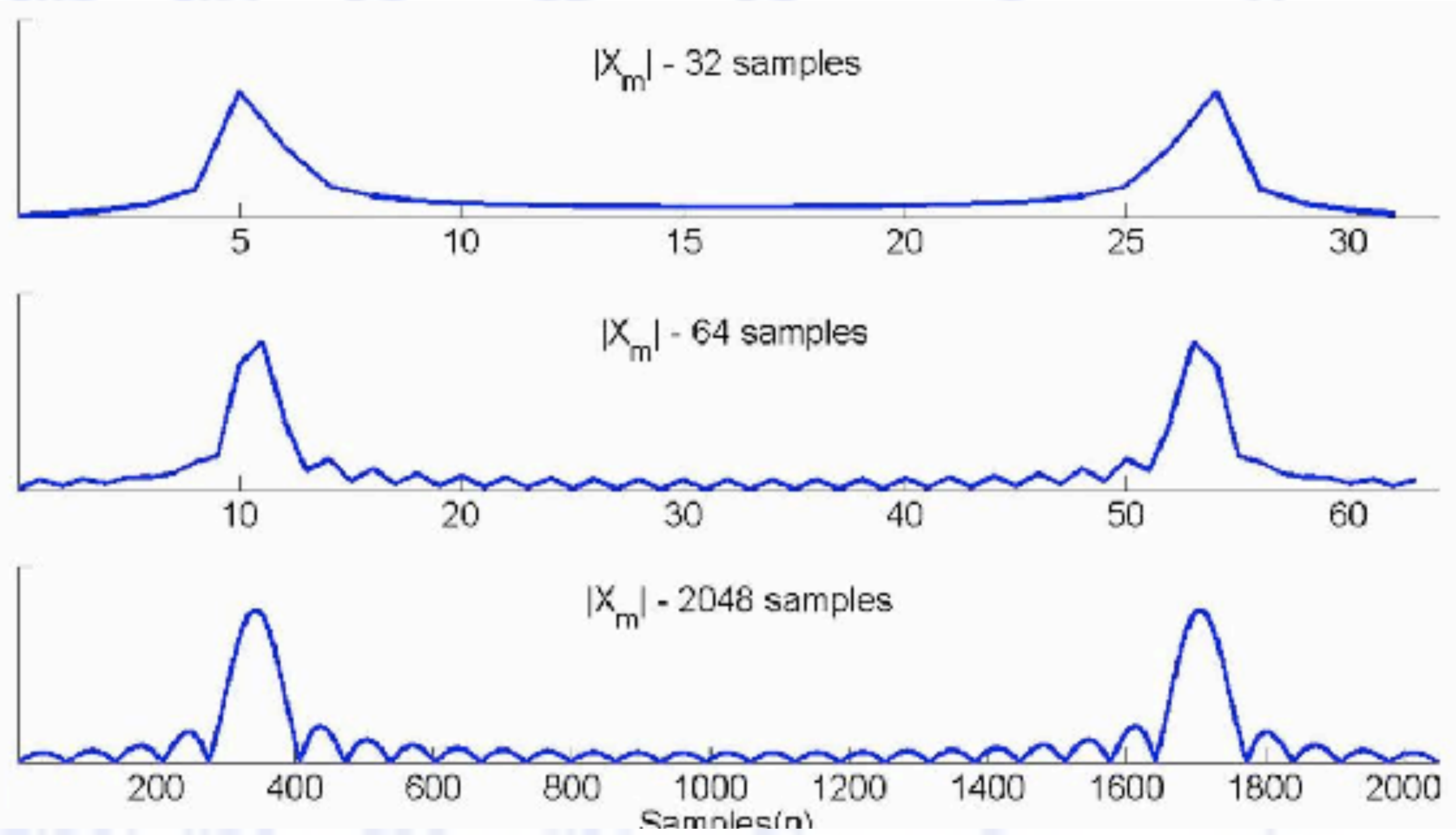
Da qui alcune un paio di relazioni interessanti.

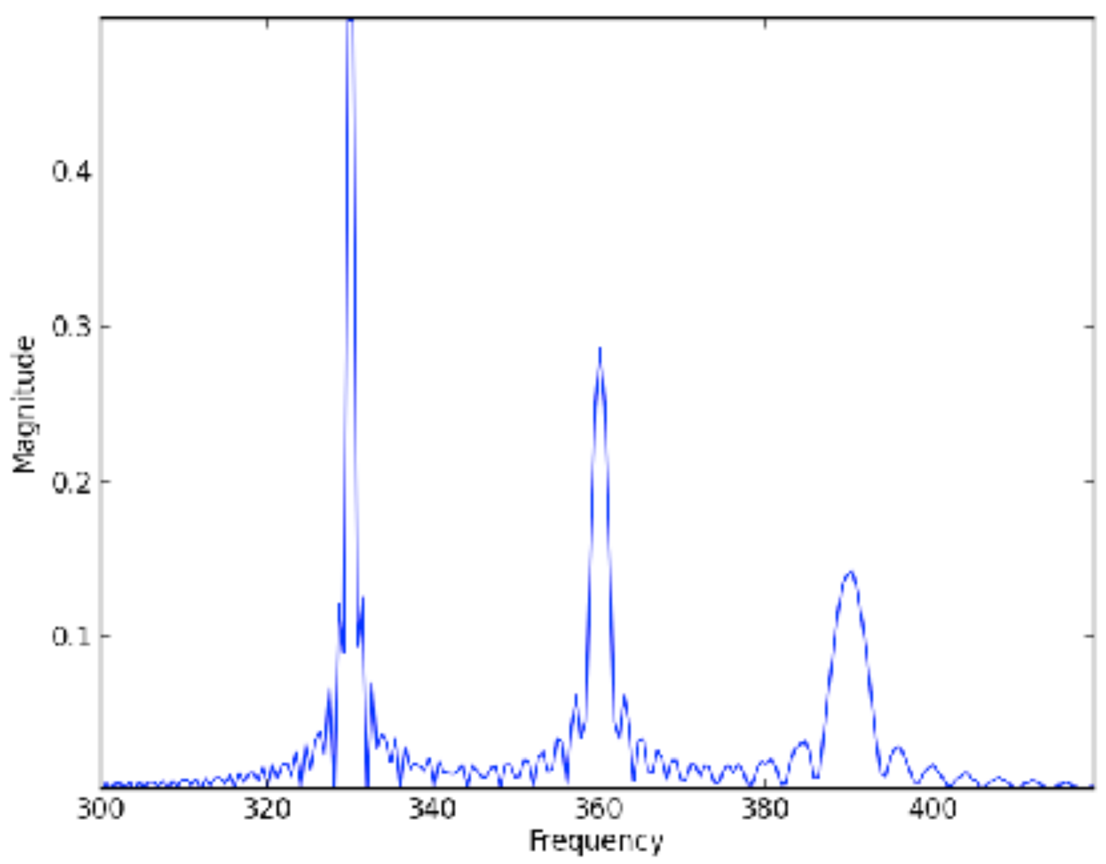
Quali sono i legami tra
numero di campioni N [-]
frequenza di campionamento f_s [Hz] oppure [-/s]
risoluzione spettrale Δf [ΔHz]
durata dell'acquisizione T [s]

$$N = T * f_s$$

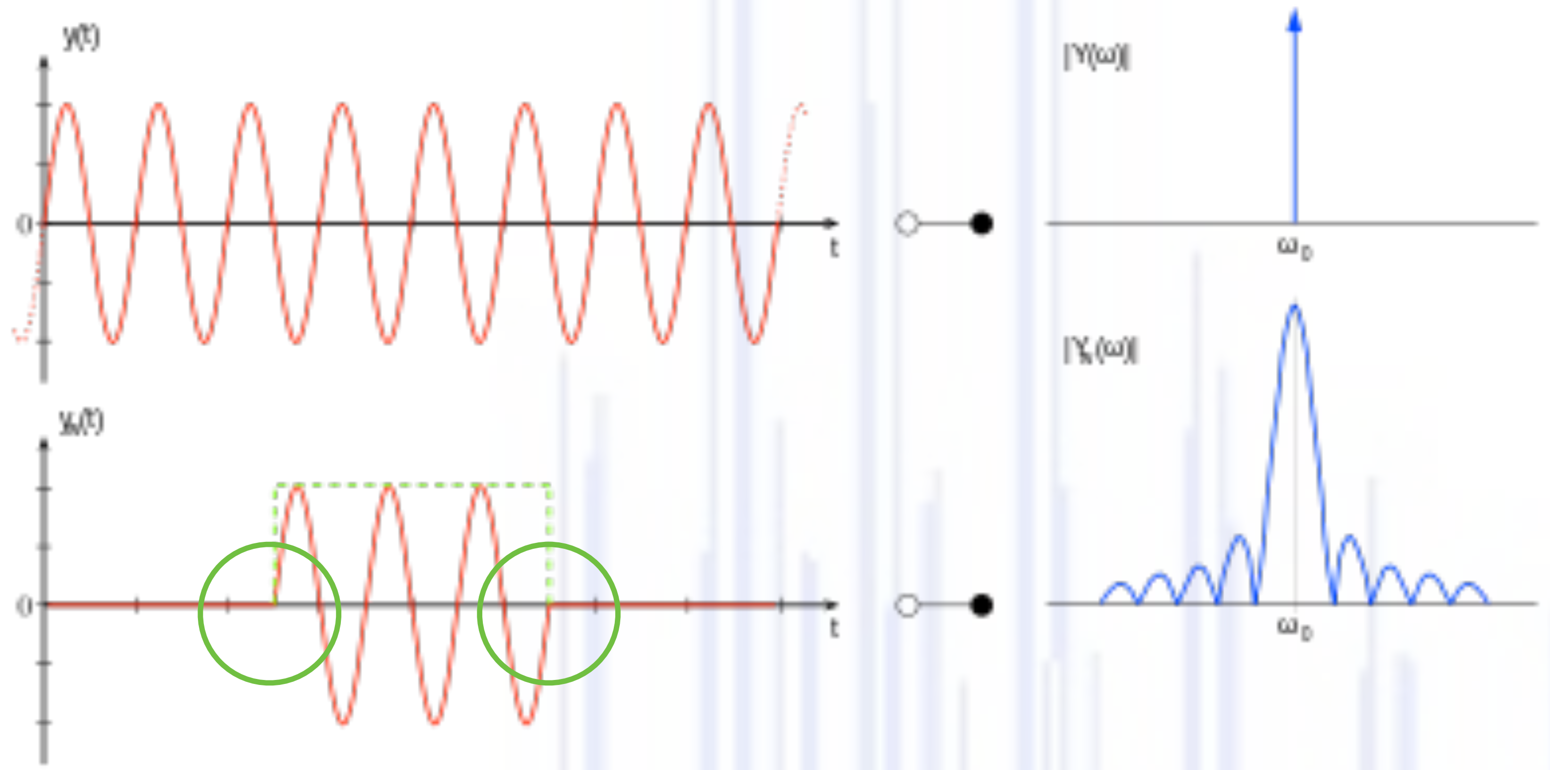
$$\Delta f = \frac{f_s/2}{N/2} = \frac{f_s/2}{T * f_s/2} = \frac{1}{T}$$

..da cui si dedica che la risoluzione spettrale
non dipende dalla frequenza di campionamento!

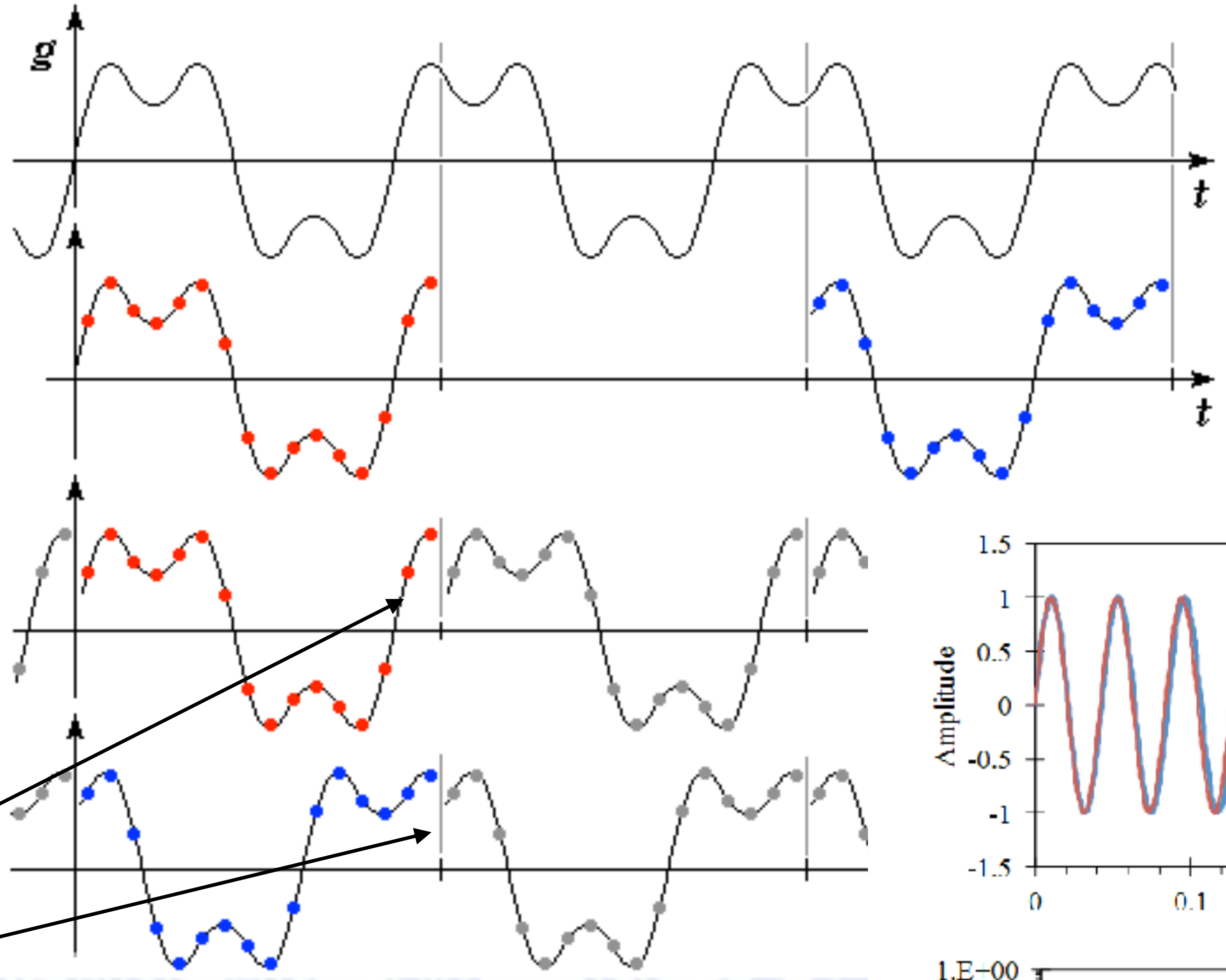


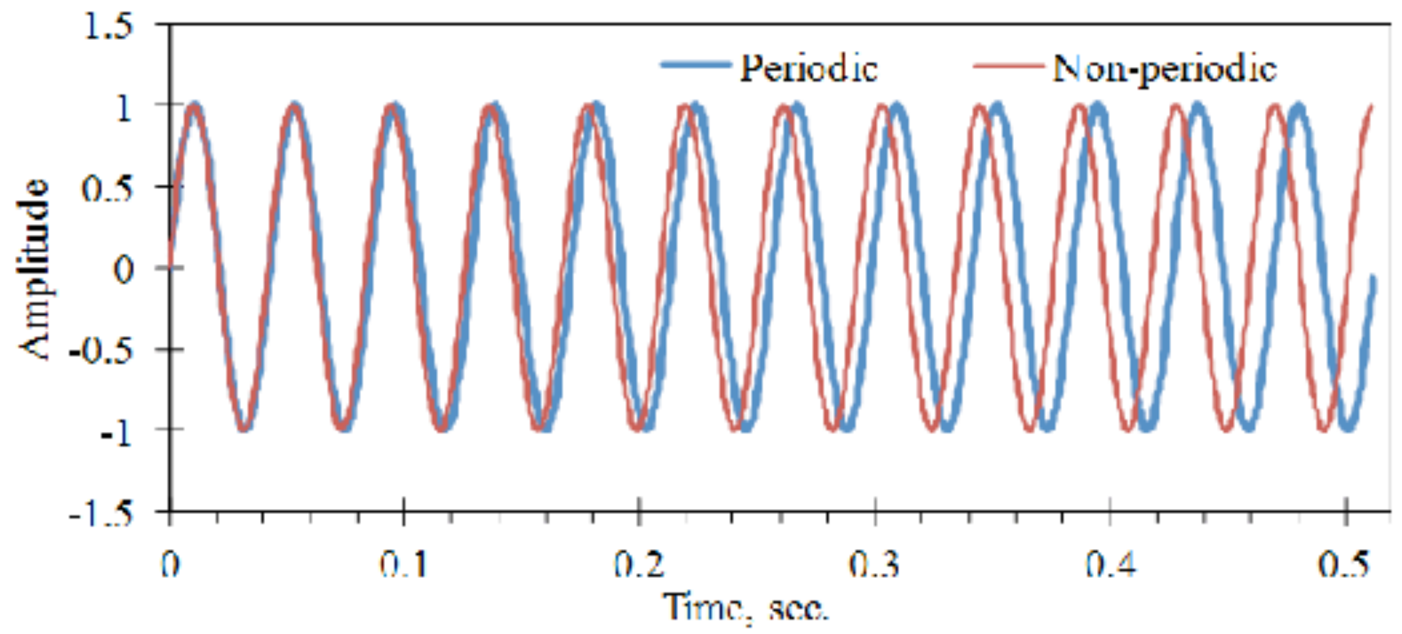


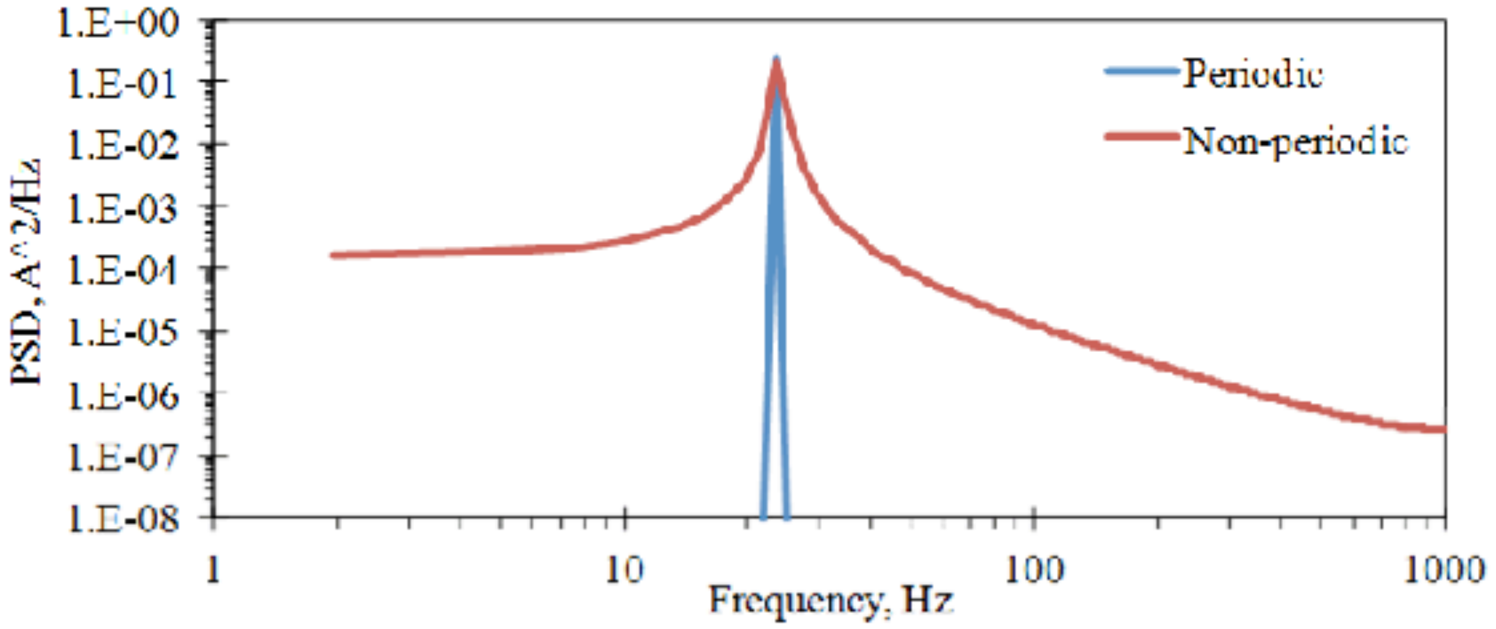
..qualora gli N campioni non descrivono compiutamente il segnale (es non rappresentano un numero intero di periodi del segnale) si ha il problema del **LEAKAGE** che si evidenza nel dominio della frequenza come una ridistribuzione delle ampiezze delle componenti spettrali!



discontinuità







Discontinuità non presenti nel segnale originario

Il leakage non si può eliminare (a priori non si conosce il periodo del segnale, c’è rumore nei dati) a meno di segnali transitori (iniziano e finiscono a zero)

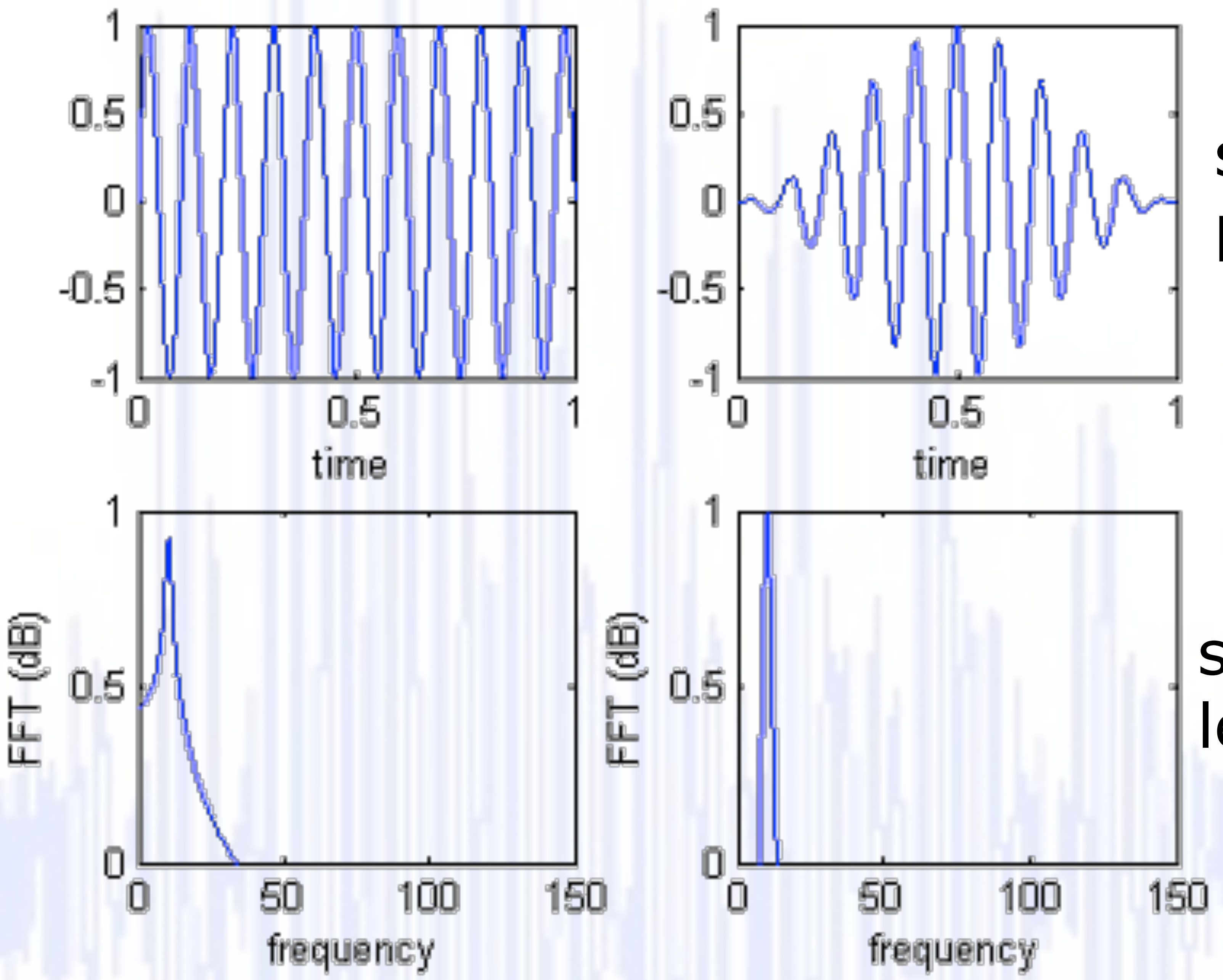
Si può ridurre tramite delle finestre di pesatura che simulano il fatto che il segnale sia un transitorio e quello che è contenuto nella finestra rappresenti un periodo del segnale.

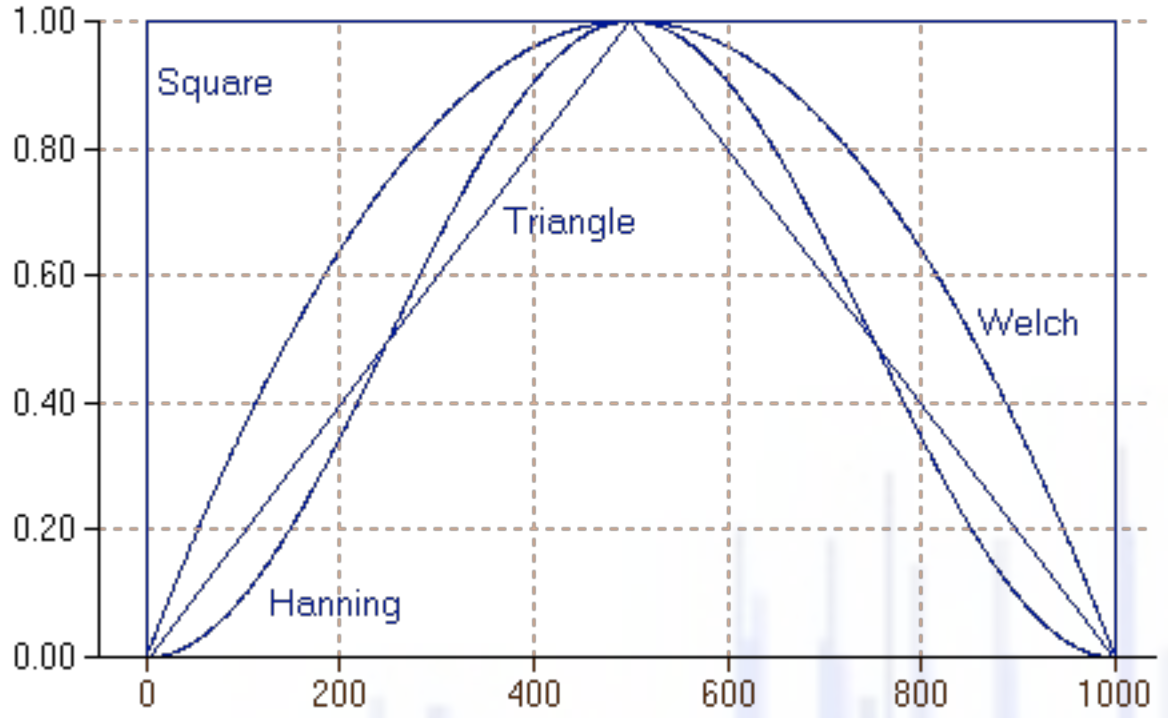
segnale originale

segnale pesato

spettro con leakege

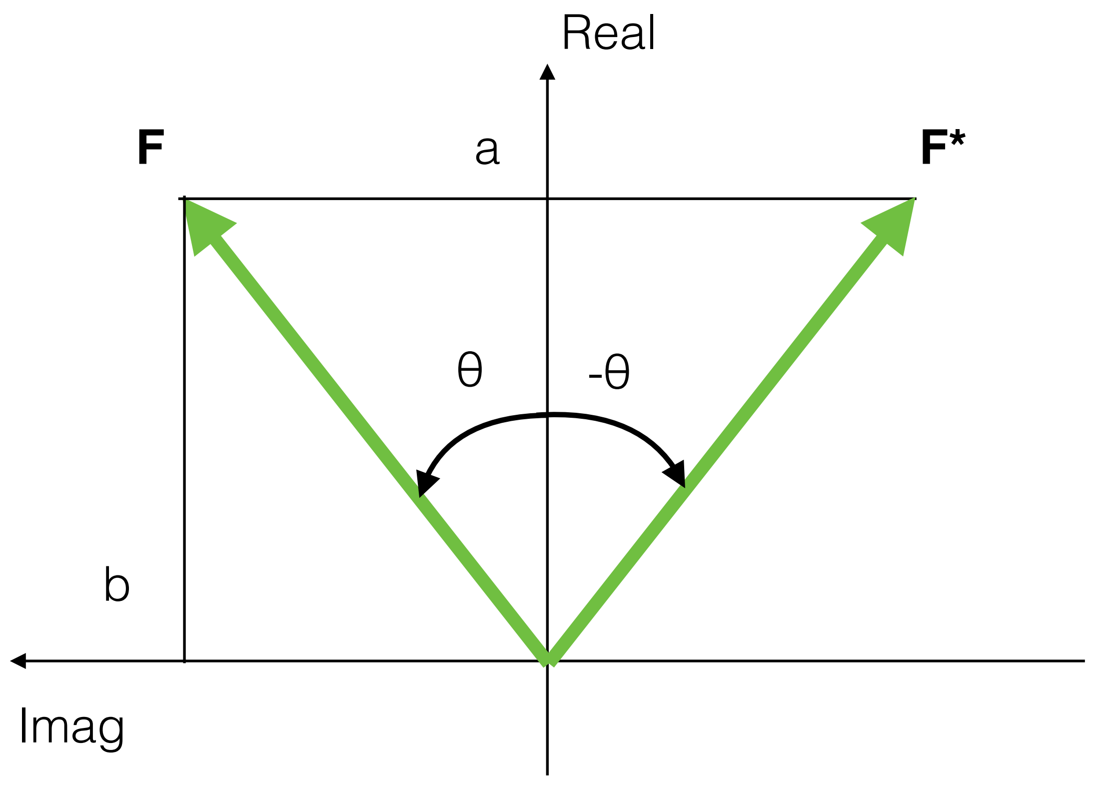
spettro senza leakege





* Le finestre di pesatura lavorano come filtri!
* Serve una correzione delle componenti dello spettro peer le riduzione di potenza del segnale!

Un po' di formule per gradire..

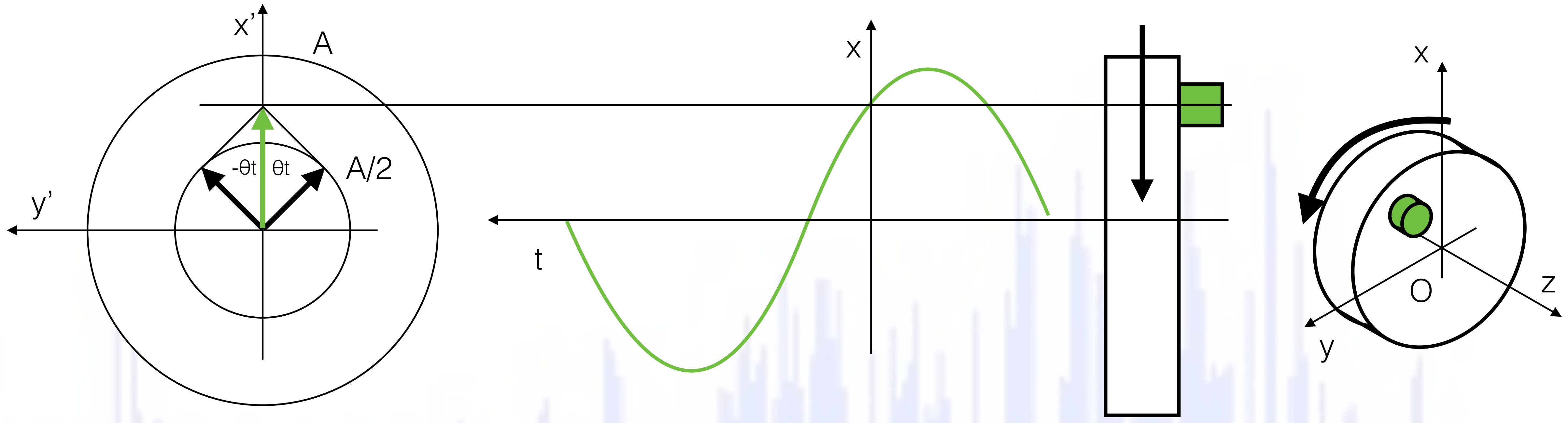


* Ogni vettore in un piano complesso
può essere descritto con

una somma complessa $F = a + jb \qquad F^* = a - jb$

un vettore rotante $F = \left|F\right| e^{j\theta} \qquad F^* = \left|F\right| e^{-j\theta}$

* Ogni componete armonica può essere
vista come la somma di due vettori contro-rotanti..



$$A = \left|\frac{A}{2}\right| e^{j\omega t} \quad A^* = \left|\frac{A}{2}\right| e^{-j\omega t}$$

ricordiamo anche la formula di Eluero $e^{j\theta} = cos(\theta) + jsin(\theta)$

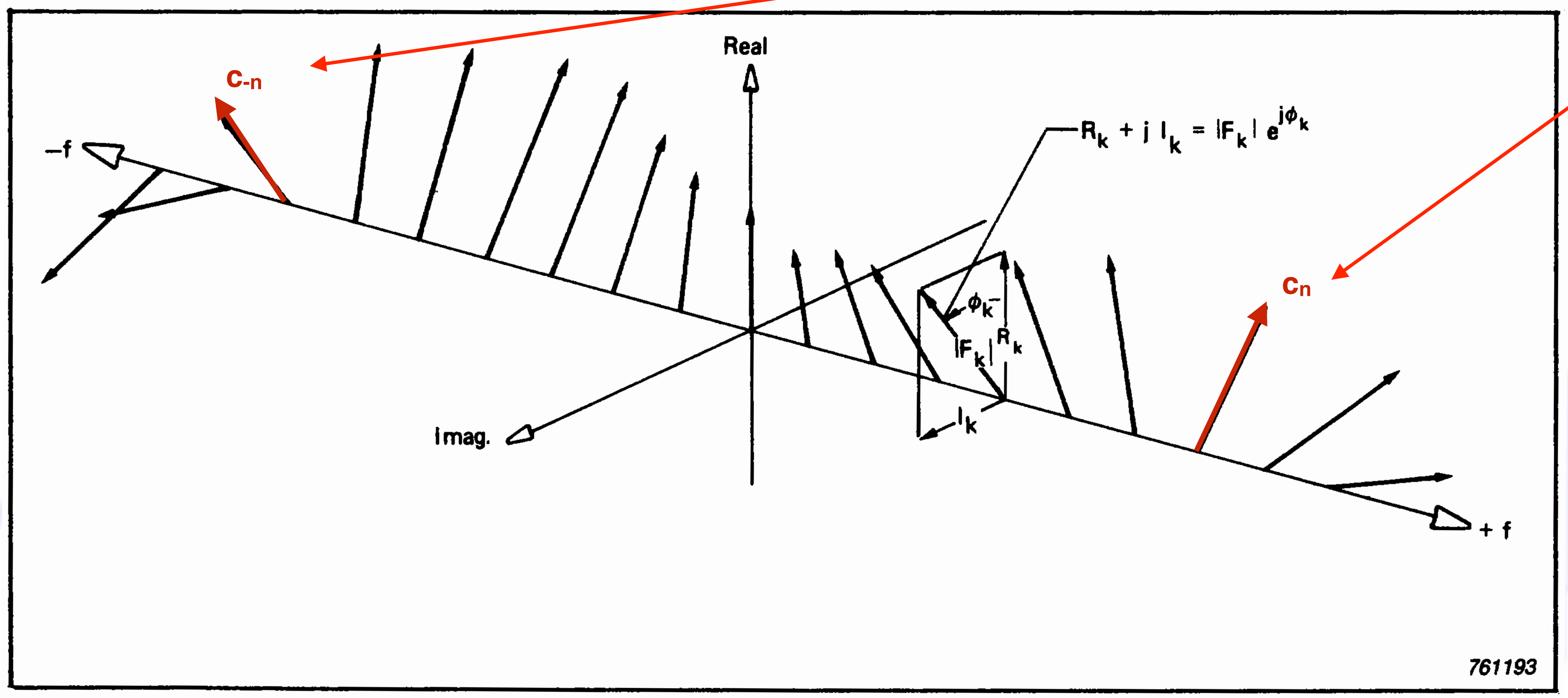
Con questa notazione possiamo modificare la forma della serie di Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n cos(n\omega_o t) + b_n sin(n\omega_0 t) \qquad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

T_o, periodo del sengnale
ω_o, frequenza fondamentale

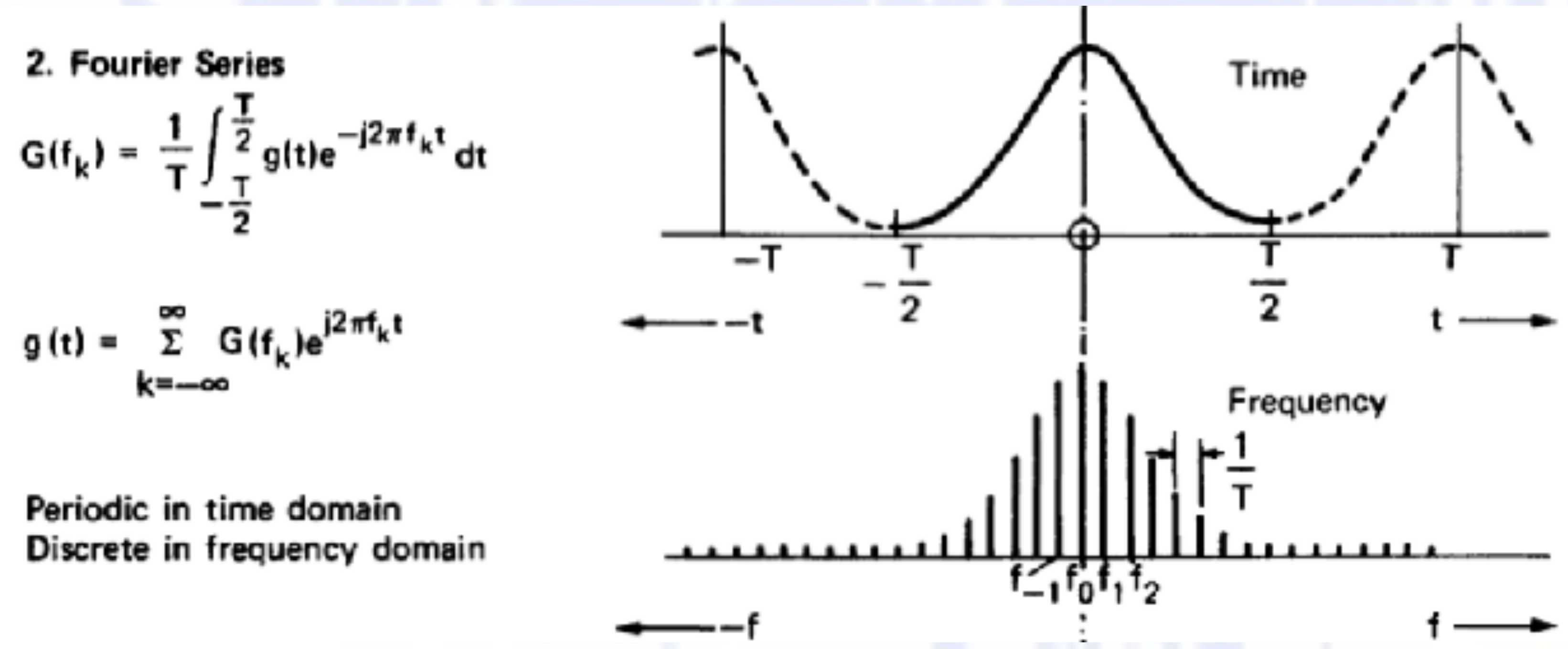
$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{jn\omega t} \qquad c_n = \frac{1}{2}(a_n \pm b_n) \qquad c_n = c_{-n}{}^*$$

c_n ha simmetria Hermitiana

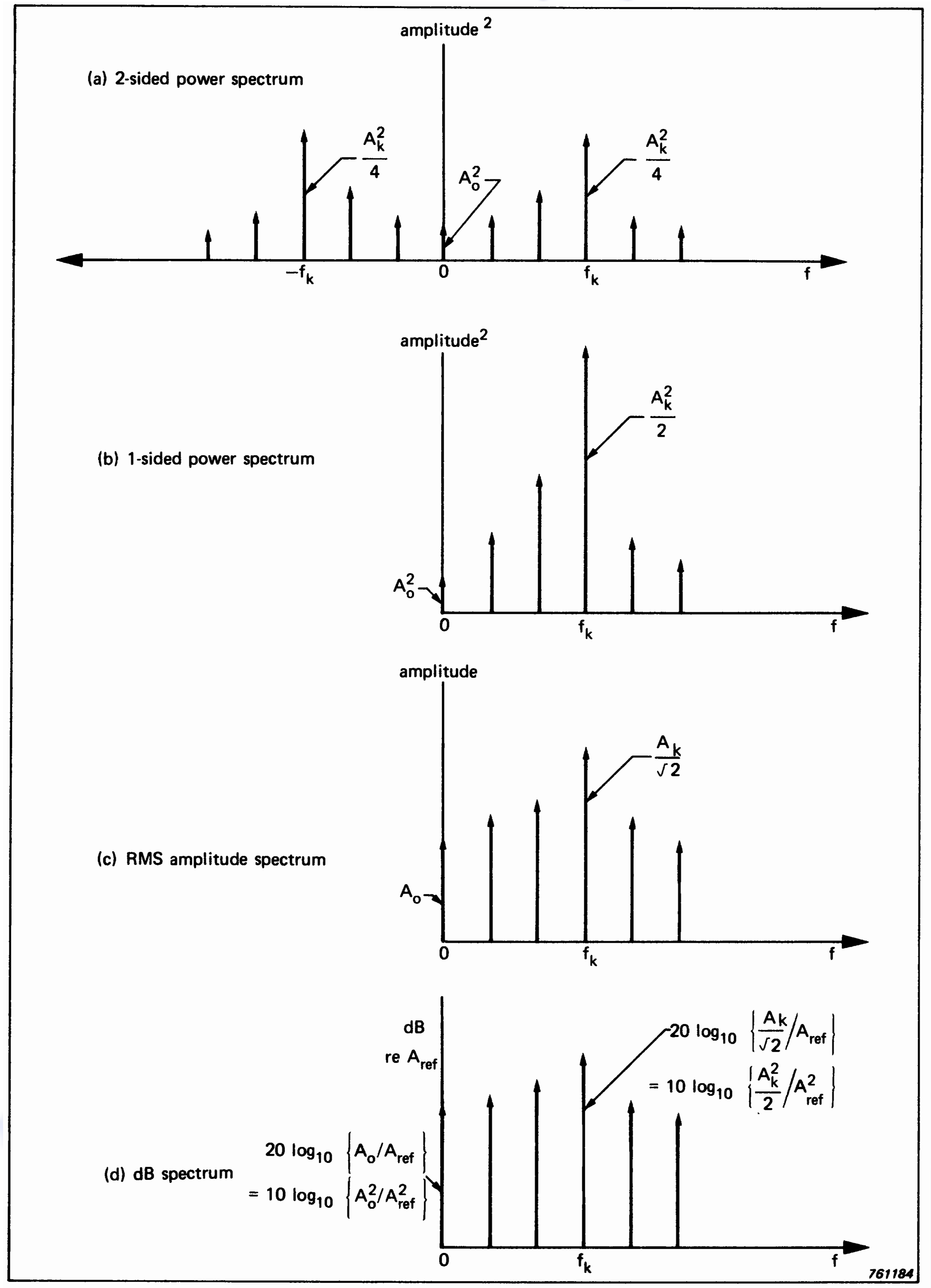


NB la serie di Fourier è definita solo per valori discreti di ω
> spettro discreto per funzioni periodiche

$$1 * \omega_o - 2 * \omega_o - 3 * \omega_o \ldots n * \omega_o$$



Non è pratico gestire una funzione che va da -infinito a + infinito, si utilizzano rappresentazioni differenti.. da 0 a +infinito solamente.



Lineare

RMS

dB

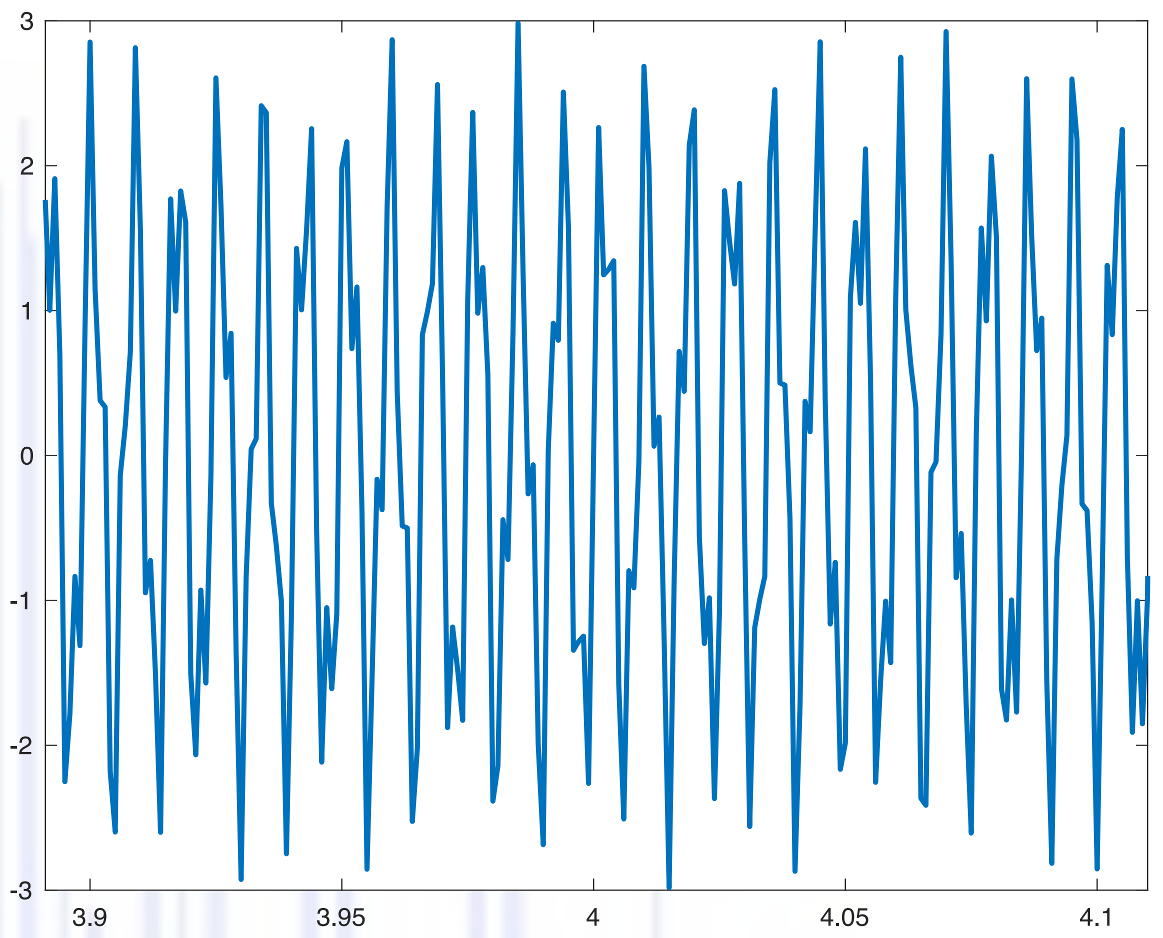
Di solito si preferisce visualizzare lo spettro (GG*) del segnale piuttosto che la trasformata (G).

Lo spettro ha le componenti "quadratiche" che sono proporzionali alla potenza del segnale a quella frequenza
(teorema Perseval)

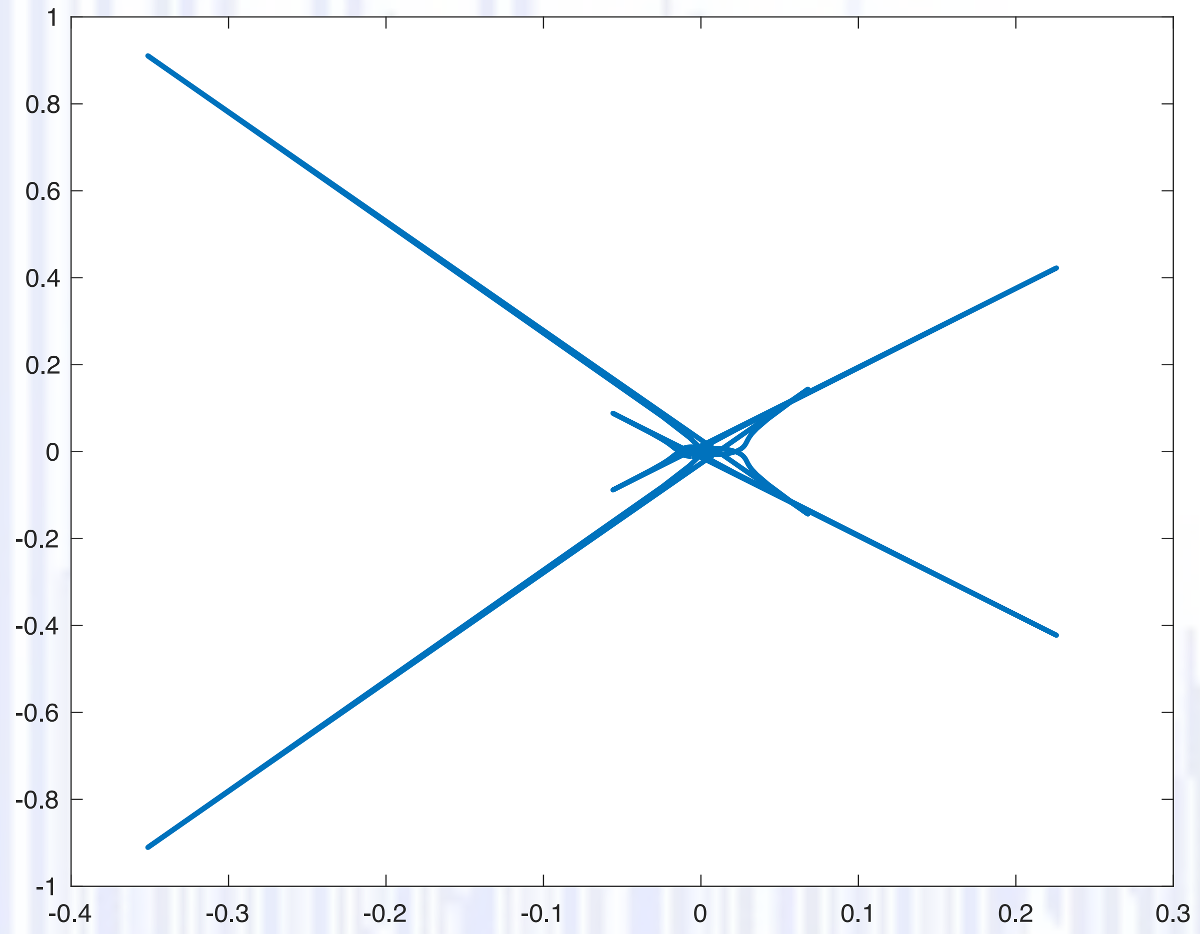
Attenzione all'utilizzo di MATLAB!
la funzione FFT calcola la trasformata (G)
non lo spettro (GG*), e visualizza il risultato
in maniera differente!!

1 Generiamo un segnale con due componenti armoniche

```
>> t=0:0.01:10;
>> a=sin(2*pi*34*t)+2*sin(2*pi*12*t);
>> plot(t(1:100),a(1:100))
```

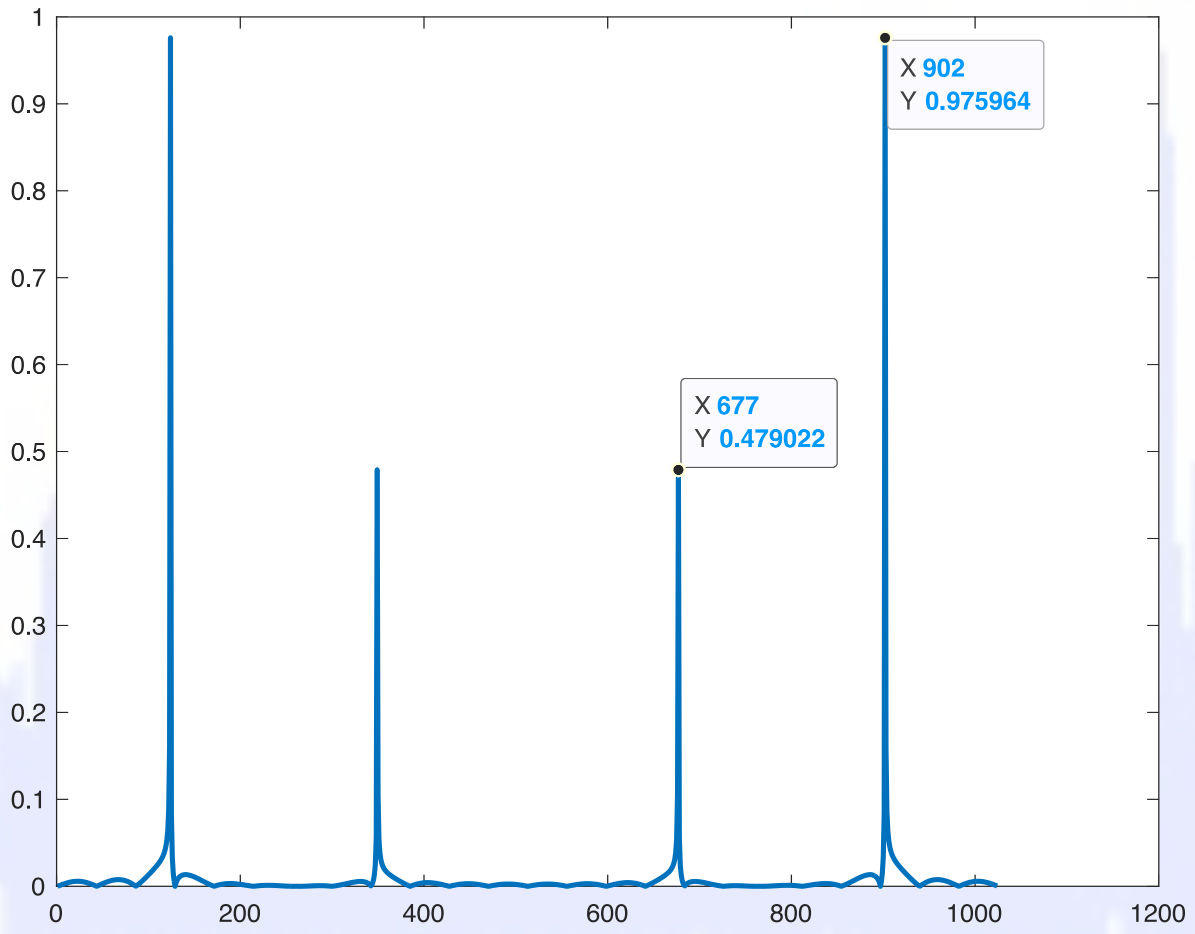


```
>> nfft=2^nextpow2(size(t,2));
>> A=fft(a,nfft)/size(t,2);
>> f=(50)*linspace(0,1,nfft/2+1);
>> plot(A)
```



2 la trasformata è complessa!

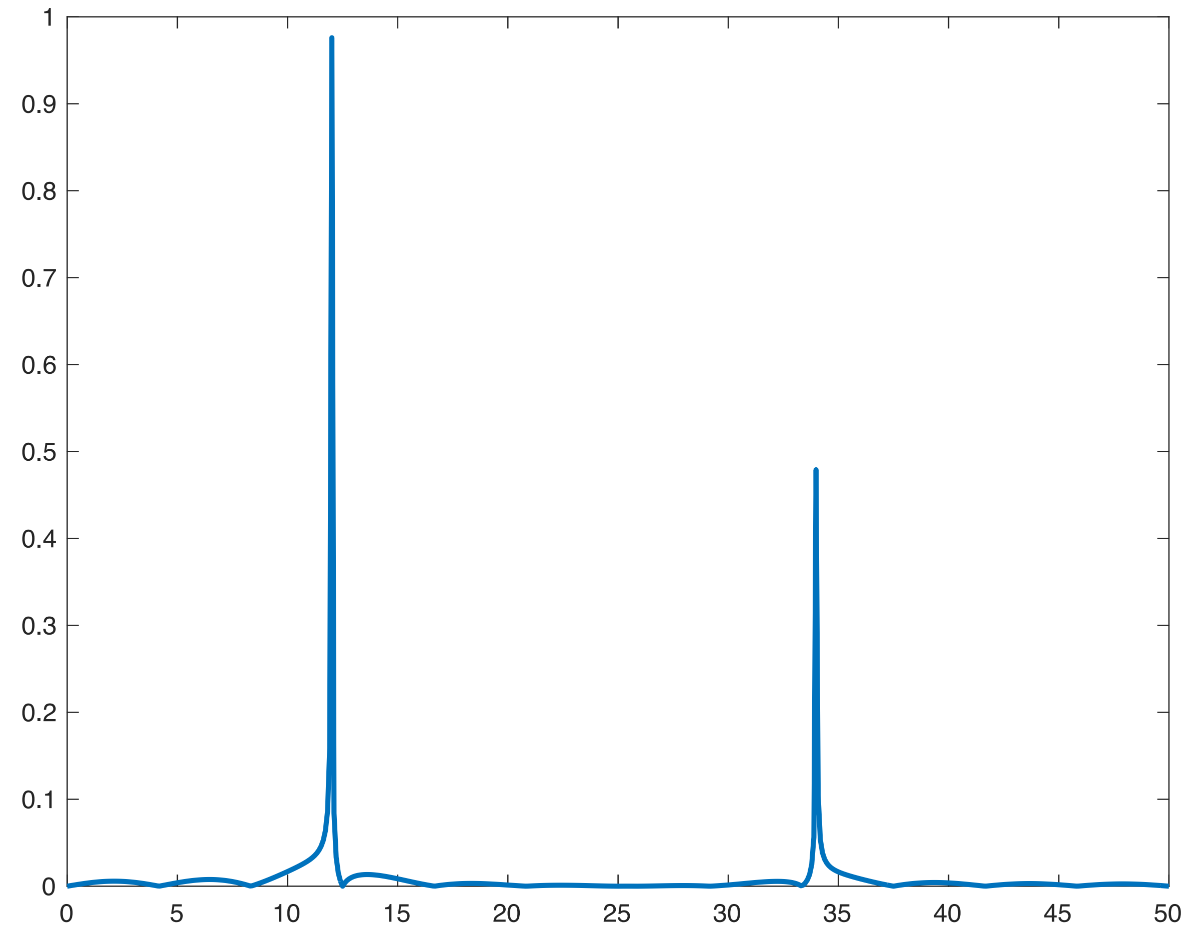
```
>> plot(abs(A))
```



3. prendiamo il valore assoluto

4. ne visualizziamo la prima metà

```
>> plot(f,2*abs(A(1:nfft/2+1)))
```

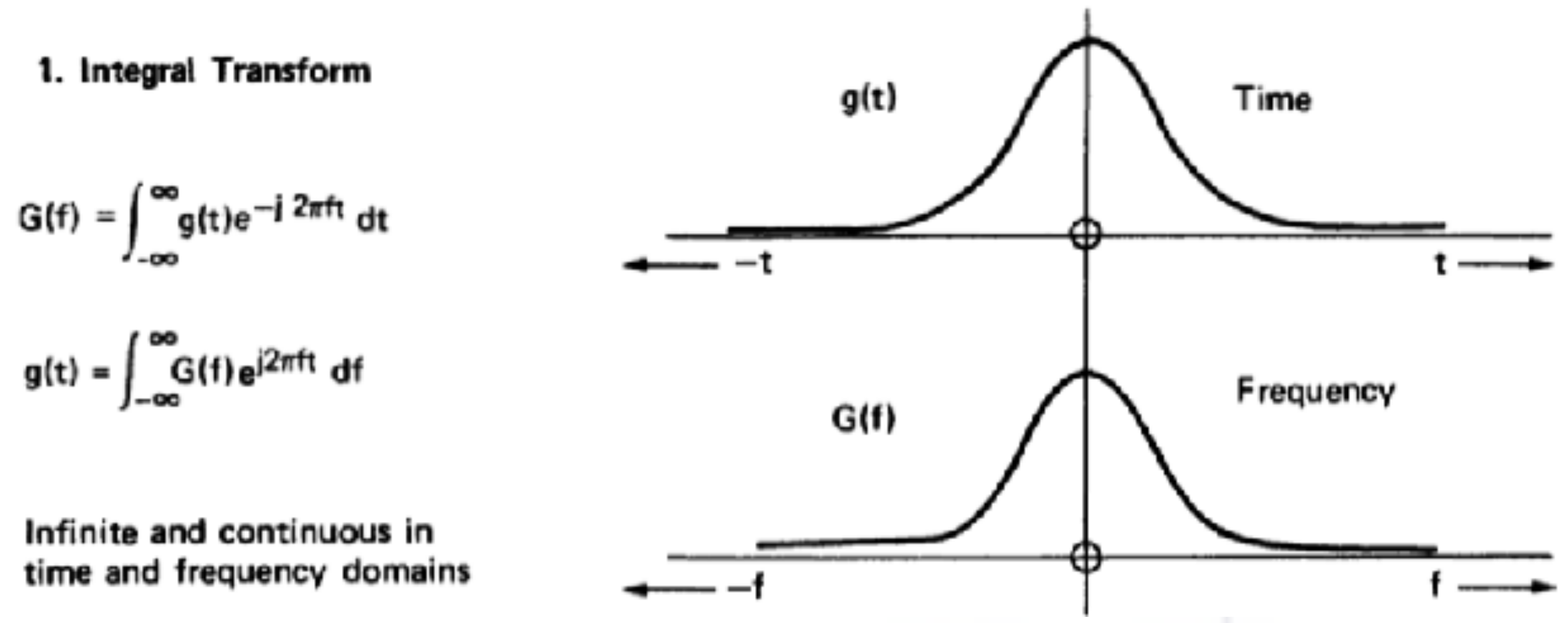


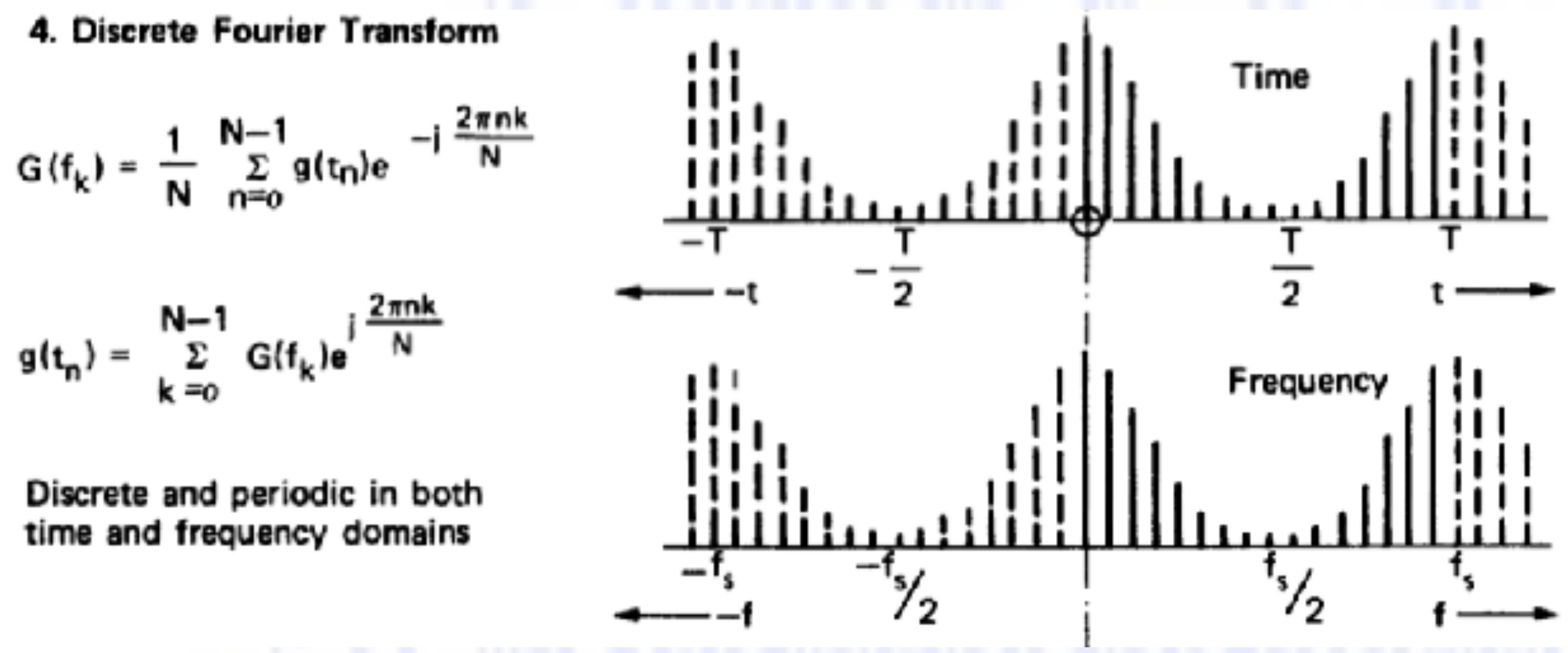
See il segnale non è periodico (To->∞) la frequenza fondamentale ω_o->0
e la distanza tra le diverse componenti armoniche ->0
quindi la sommatoria della serie di Fourier tende all'integrale di Fourier

La trasformata quindi non è più definita per valori discreti ma diventa una funzione continua!

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}\,dt$$ F integrale di Fourier

$$F(\omega)=F^{*}(-\omega)$$ ha simmetria Hermitiana





>Il caso più interessante è la trasformata di un segnale periodico (perché deriva da un segnale di vibrazioni)
e
campionato (perché è stato acquisito con un DAQ)

In questo caso la funzione nel tempo f è definita solo su istanti discreti di tempo kΔt
(quelli campionati > è un approssimazione)
La trasformata sarà a sua volta definita solo su punti discreti (a sua volta un approssimazione)

$$\hat{F}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k\Delta t)\, e^{-jk\omega\Delta t}$$

la trasformata discreta di Fourier

$$\hat{F}(\omega) = \hat{F}^*(-\omega)$$

ha simmetria Hermitiana

$$\hat{F}(\omega) = \hat{F}\left(\omega + \frac{2\pi}{\Delta t}\right)$$

ed in più è periodica!

Se ci sono componenti diverse da zero fuori dall'intervallo $\left(-\frac{2\pi}{\Delta t}, +\frac{2\pi}{\Delta t}\right)$
ci sarà aliasing, altrimenti no.

Proviamo ad esempio la periodicità della trasformata.
Supponiamo di avere N campioni della funzione del dominio del tempo e precisamente

$$f_0 = x(0\Delta t)\ldots \qquad f_k = f(k\Delta t)\ldots \qquad f_{N-1} = f((N-1)\Delta t)$$

a questi corrisponderanno N campioni in frequenza $F_0\ldots \quad F_k\ldots \quad F_{N-1}$ con la formula :

$$F_{k+N} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi j}{N}kn} \qquad k = 0,1,..N-1$$

vediamo che la DFT è , aggiungendo N campioni a k:

$$F_{k+N} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi j}{N}(k+N)n} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi j}{N}kn} e^{2\pi jn} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi j}{N}kn} = F_k$$

uguale a 1

Proprietà della trasformata (sia continua che discreta)

$$x(t), y(t), h(t) \Leftrightarrow X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$$

Linearità…

$$\boxed{\alpha x(t) + \beta y(t) \Leftrightarrow \alpha X(\omega) + \beta Y(\omega)}$$

Scalaggio nel tempo / frequenza…

$$x(kt) \Leftrightarrow \frac{1}{|k|} X\left(\frac{\omega}{k}\right) \qquad \frac{1}{|k|} x\left(\frac{t}{k}\right) \Leftrightarrow X(k\omega)$$

Scorrimento nel tempo / frequenza…

$$x(t \pm t_o) \Leftrightarrow X(\omega) e^{\pm j\omega t_0} \qquad x(t) e^{\pm j\omega t_0} \Leftrightarrow X(\omega \mp \omega_0)$$

Integrale…

$$\int x(t) dt \Leftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega}$$

Derivata…

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega X(\omega)$$

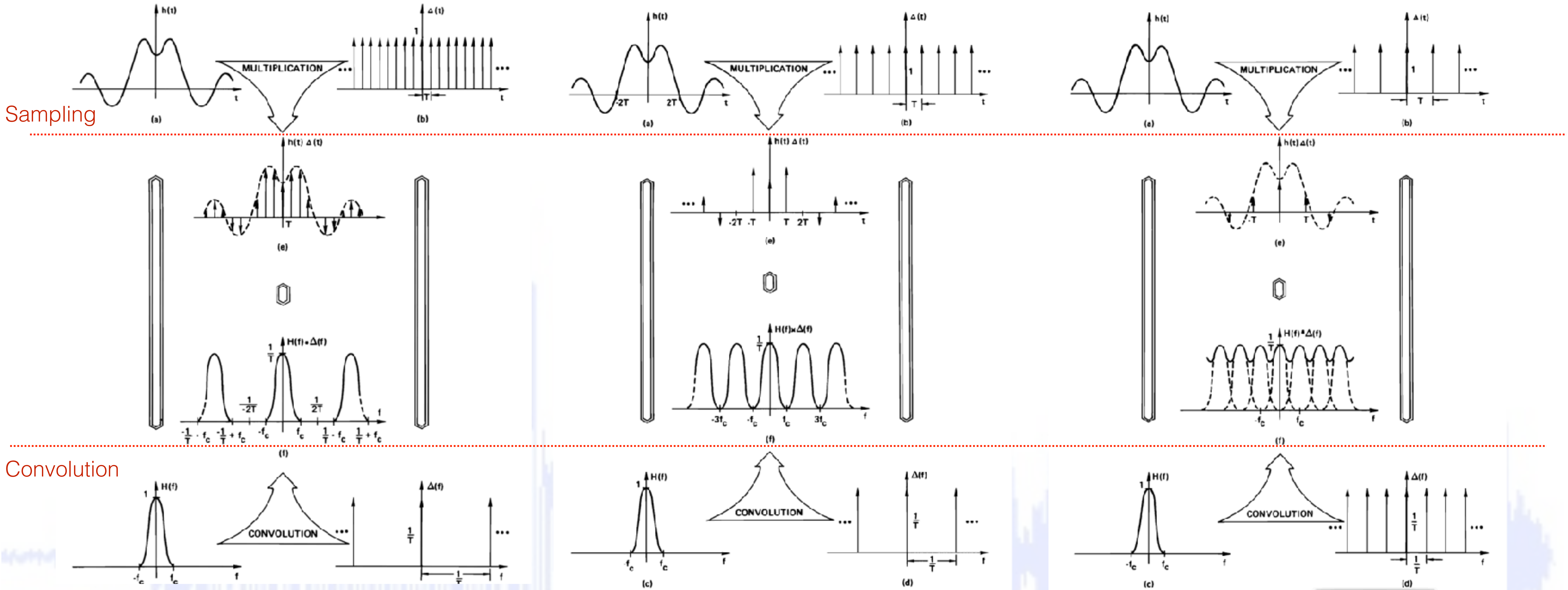
Convoluzione / Prodotto…

$$h(t) = \int x(t) y(t-\tau) d\tau \Leftrightarrow H(\omega) = X(\omega) Y(\omega)$$

$$h(t) = x(t) y(t) \Leftrightarrow H(\omega) = \int X(\omega) Y(\omega - \nu) d\nu$$

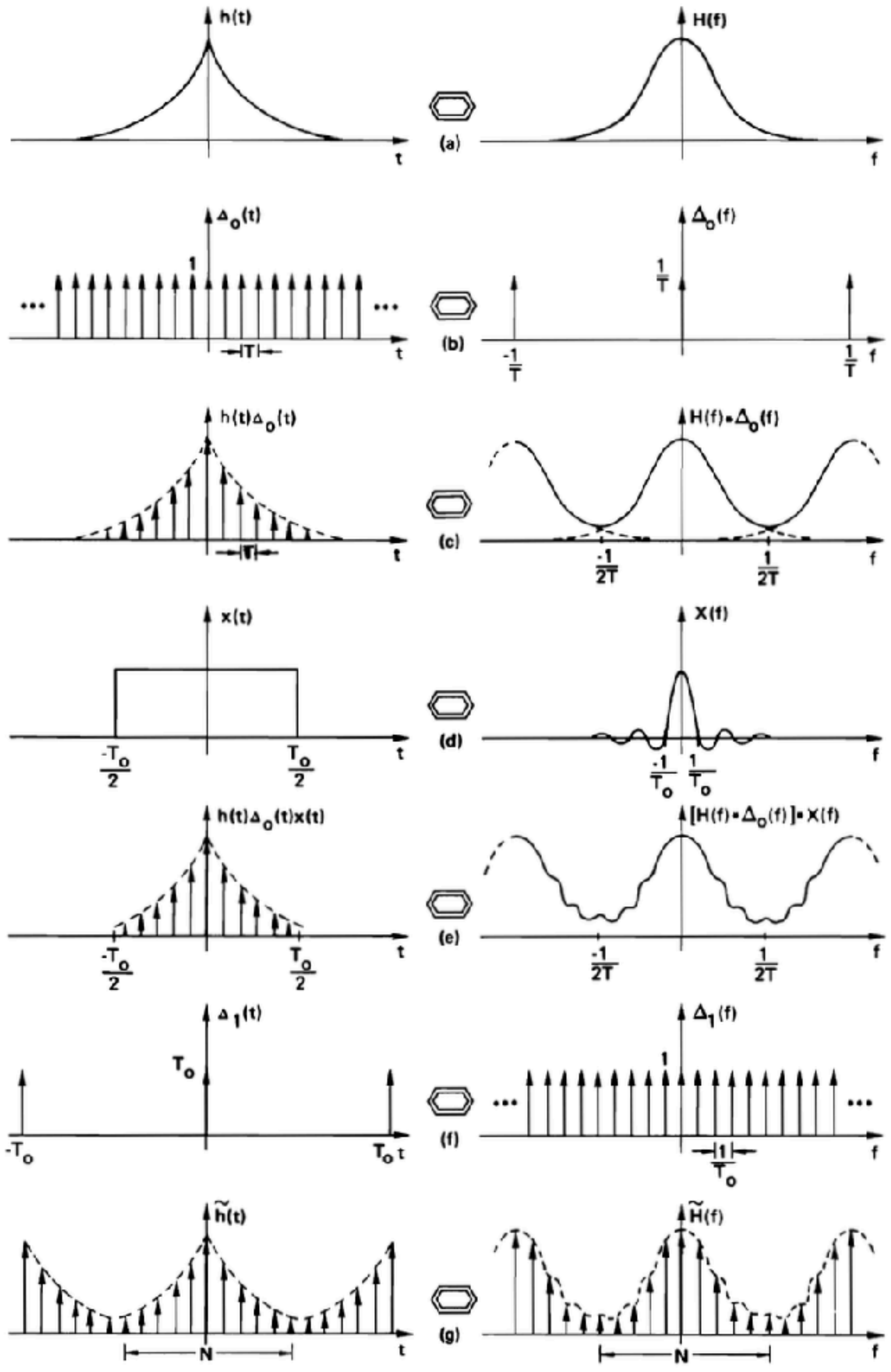
Le più interessanti

Vediamo lo sviluppo grafico dell'**aliasing**



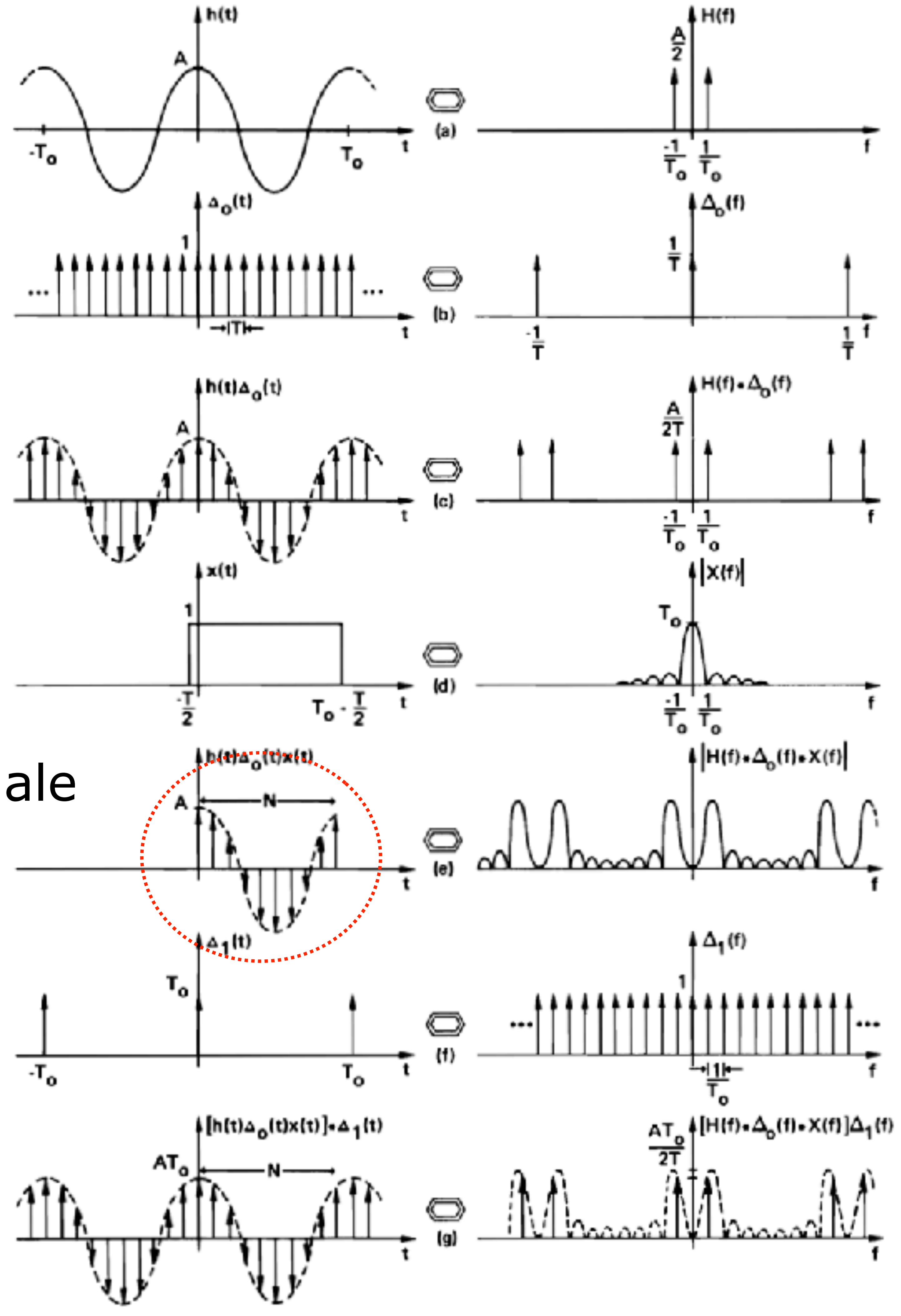
Luigi BREGANT
bregant@units.it

Vediamo lo sviluppo grafico alla **DFT**

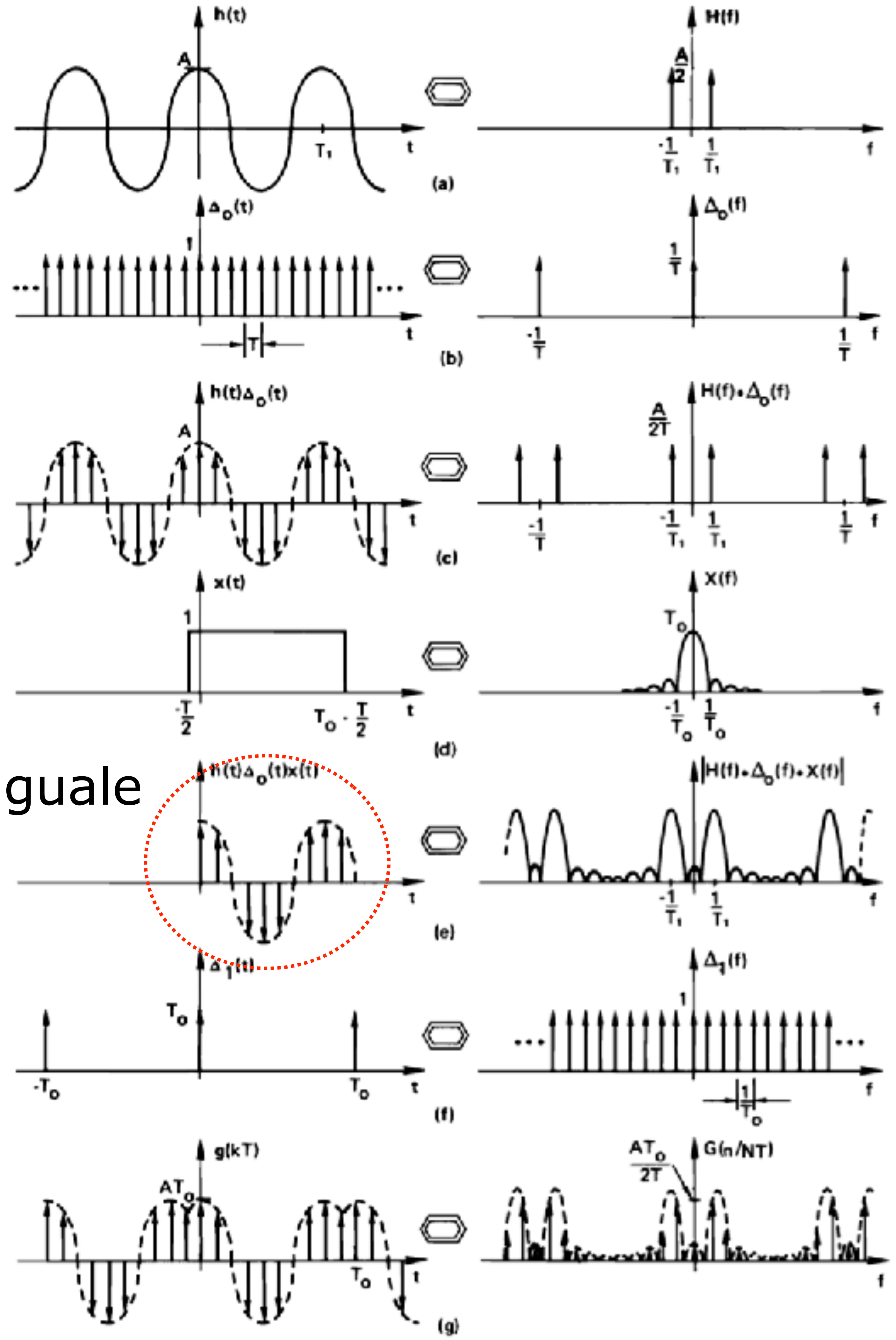


Luigi BREGANT
bregant@units.it

Vediamo lo sviluppo grafico del **leakage**

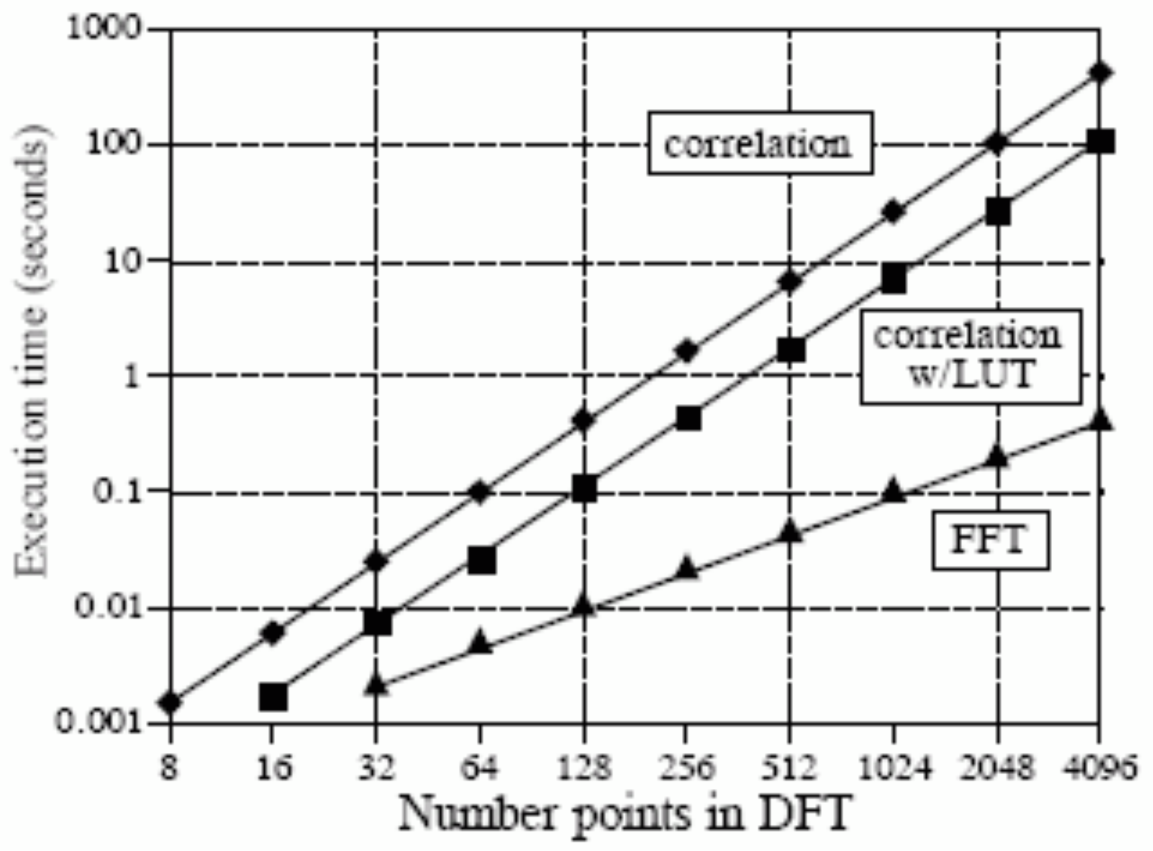


intervallo di
troncatura uguale
al periodo



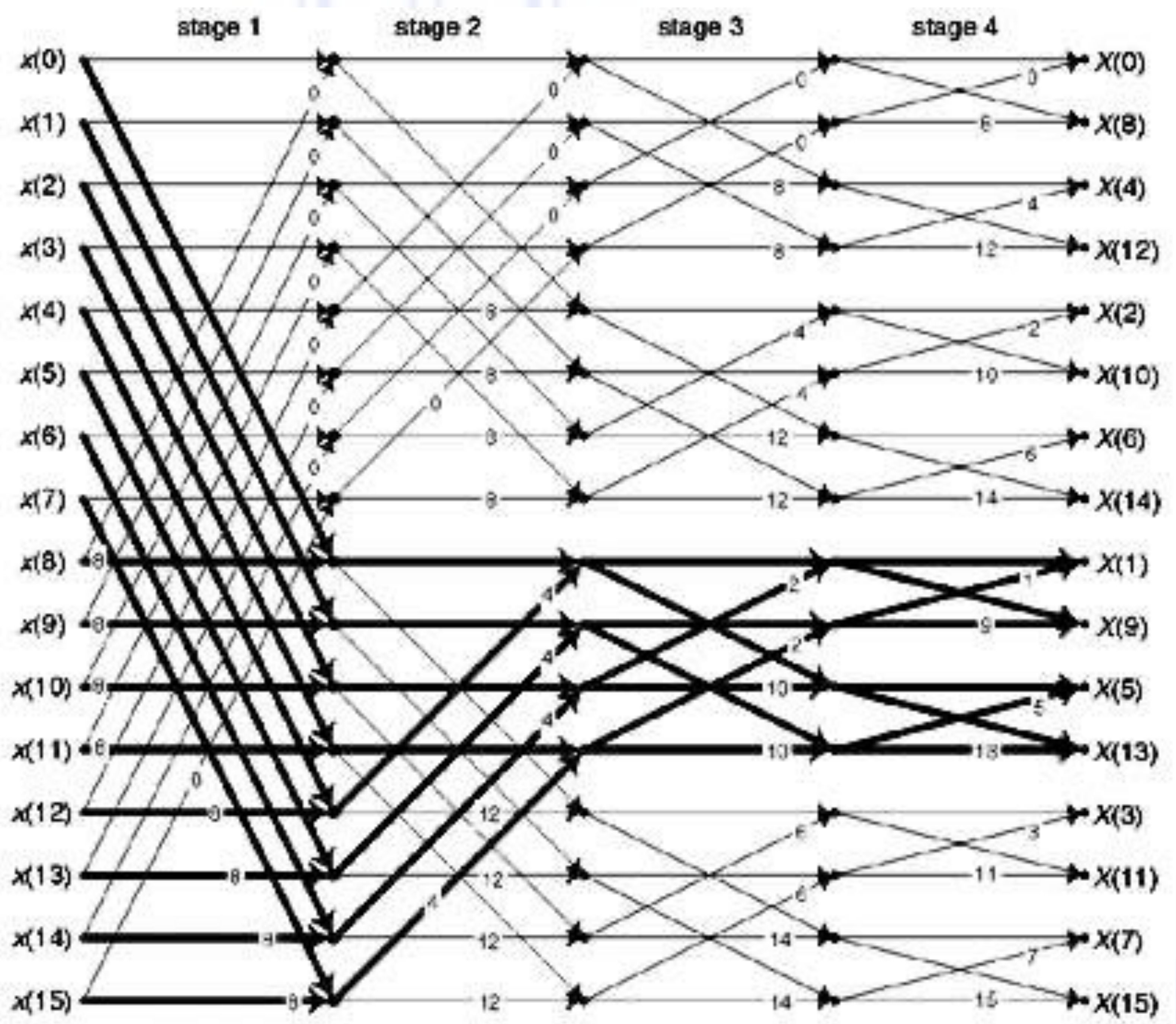
intervallo di
troncatura non uguale
al periodo

Esistono diversi algoritmi per il calcolo della DFT
il più comune ed economico è quello della FFT (Fast Fourier Transform)
sviluppato da Cooley e Tuckey (1965)
(ma ipotizzata da Gauss circa due secoli prima!)



Carl Friederich Gauss
1777-1865

N=16
nel tempo



N/2
Reale

N=16
nella frequenza

N/2
Immaginario

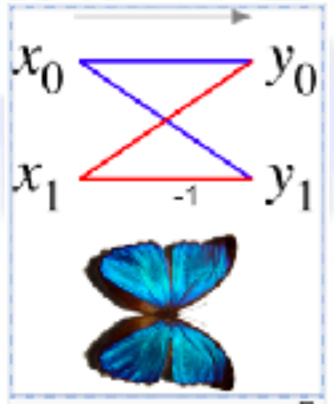
James William Cooley
1926-2016

2 trasf
N=8

4 trasf
N=4

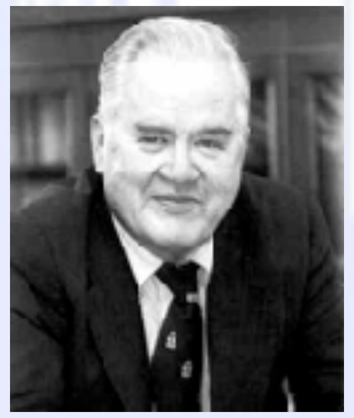
8 trasf
N=2

frequenza



$$y_0 = x_0 + x_1$$
$$y_1 = x_0 - x_1$$

tempo

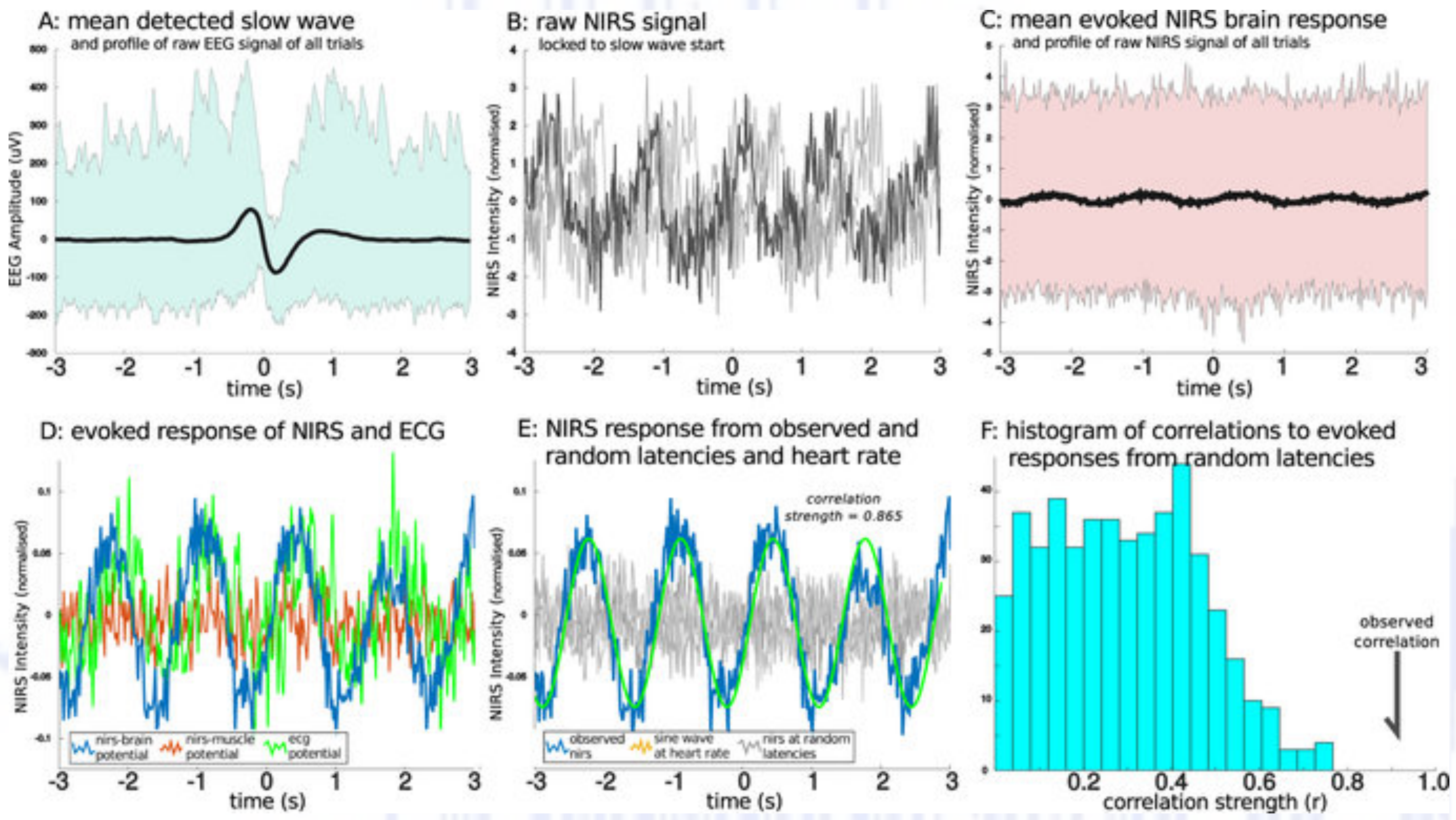


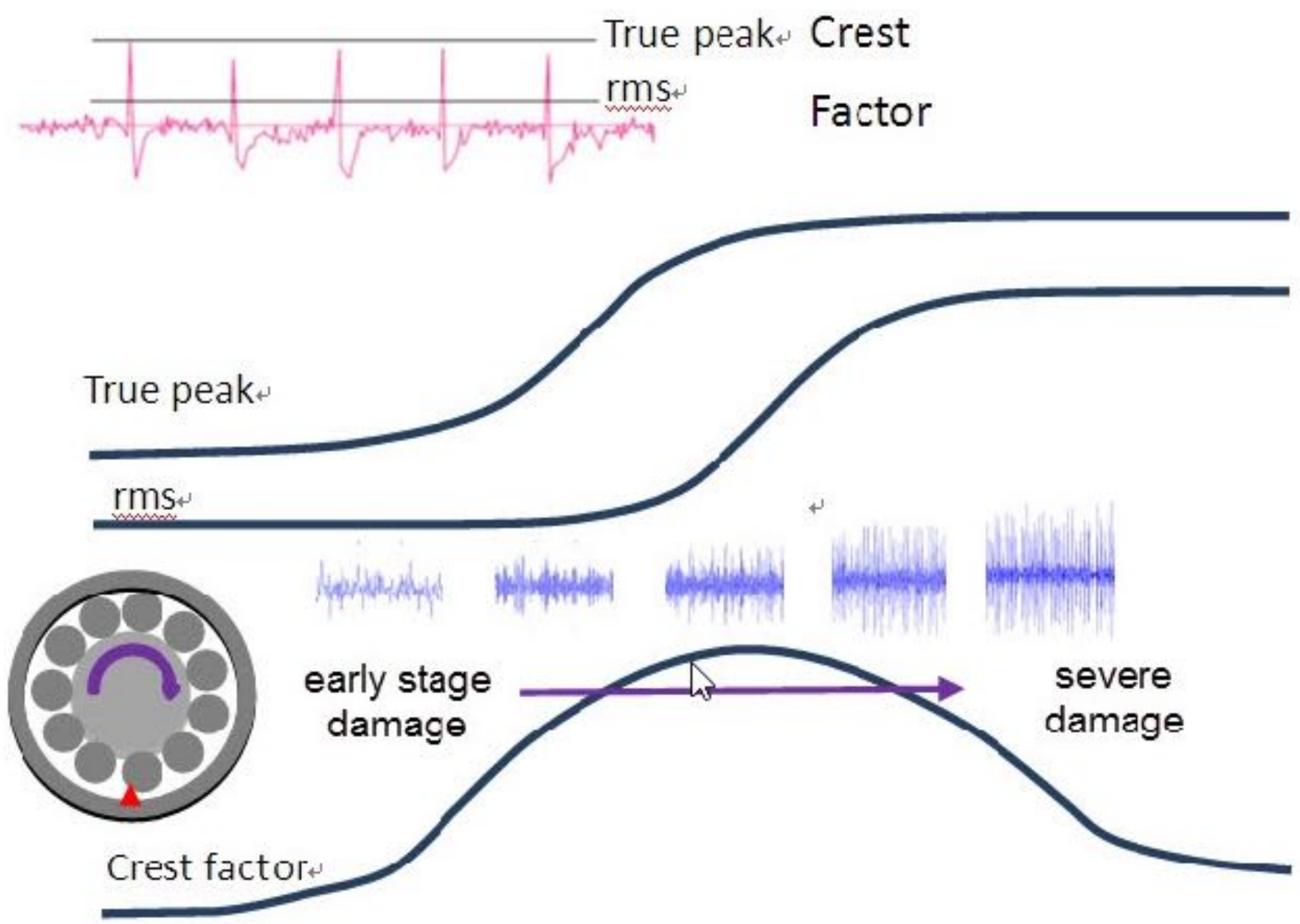
John Tuckey
1915-2000

L'analisi del segnale dipende grandemente dallo studio di "funzioni" derivate dai segnali acquisiti..

Se ne possono costruire un'infinità con informazioni di tipo energetico, statistico, frequenziale..

Nella meccanica delle vibrazioni, il contenuto in frequenza di un segnale è fondamentale perché permette di valutare le condizioni di funzionamento e lo stato di salute di un singolo rogano di macchina (ne parleremo di più nei moduli manutenzione e diagnosi)





Luigi BREGANT
bregant@units.it

Una volta capito il passaggio nel dominio della frequenza
si possono sfruttare i vantaggi derivanti dal concetto stesso di trasformata
e costruire facilmente le funzioni di analisi del segnale (dei sistemi) che ci servono!!

Trasformata.. > passaggio di dominio per effettuare delle operazioni in maniera più facile

es. divisione di numeri reali con tante cifre (48781912/66328=?)

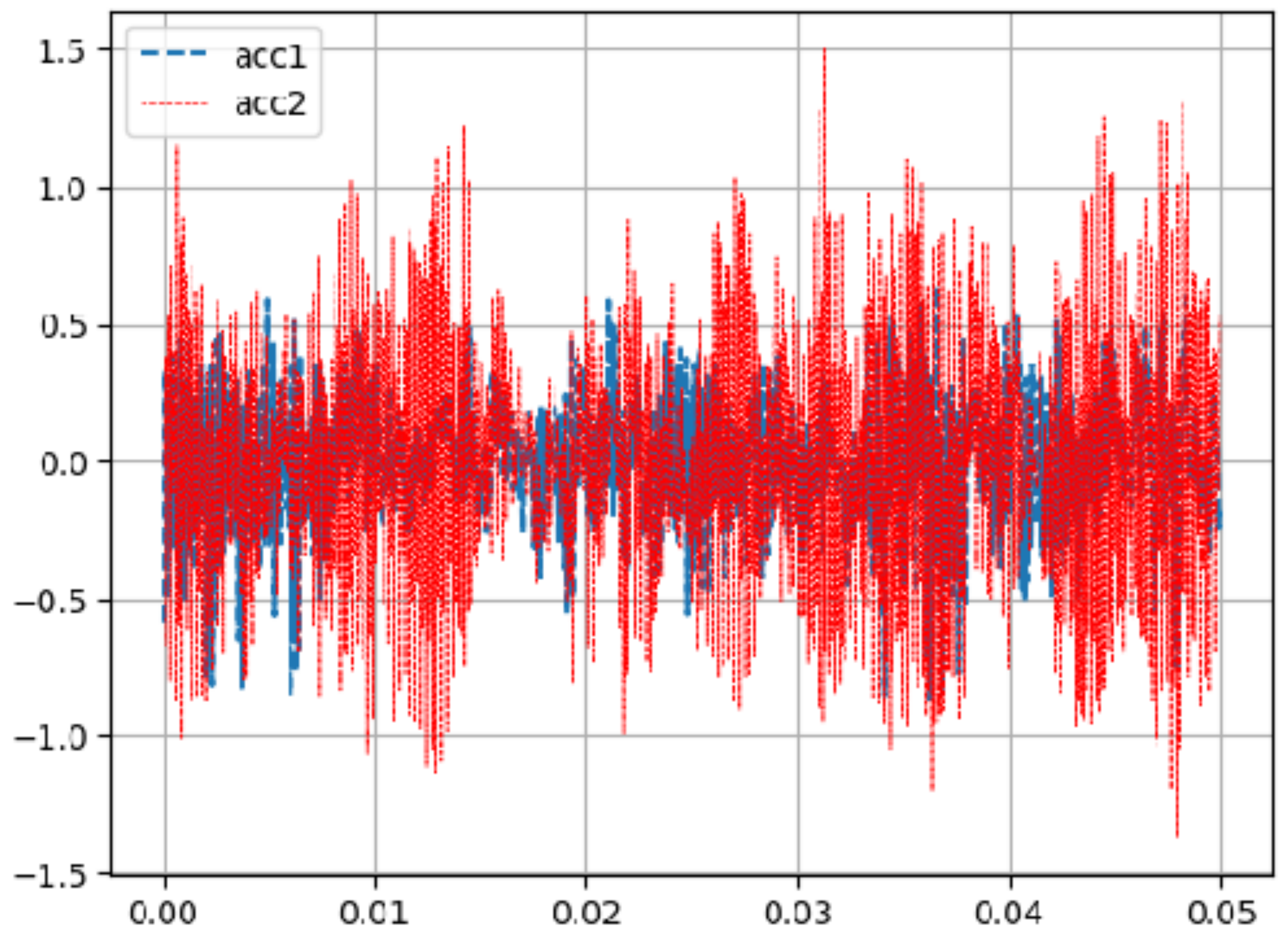
passaggio dai numeri reali ai logaritmi (**trasformata**)
sottrazione dei due logaritmi (più facile fare una sottrazione che una divisione)
passaggio dai logaritmi ai numeri reali (**anti-trasformata**)

Nel caso dell'analisi del segnale tra le proprietà della trasformazioni più sfruttate
ci sono la moltiplicazione / convoluzione e derivata / integrale

una convoluazione nel tempo <>un prodotto nella frequenza
un prodotto nel tempo <> una convoluzione nella frequenza

una derivata nel tempo <> una moltiplicazione per jω nella frequenza
un integrale nel tempo <> una divisione per jω nella frequenza

Nel dominio del tempo



Supponiamo di avere due tracce temporali:

x(t) e y(t), vogliamo sapere:

se ci sono fenomeni che si ripetono nel segnale..
> Auto Correlazione

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t-\tau)dt$$

se ci sono similarità tra due segnali..
> Cross Correlazione

$$C_xy(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t-\tau)dt$$

come sono legati eccitazione e risposta del sistema
>Funzione di Risposta all'impulso h(t)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)h(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)dt$$

NB tutte funzioni integrali

Nel dominio della frequenza..

Supponiamo di avere le trasformate delle tracce temporali:
X(f) e Y(t), vogliamo sapere:

se ci sono fenomeni che si ripetono nel segnale..
> Auto Spettro (funzione reale)

$$S_{xx}(f) = X(f)X(f)^*$$

se ci sono similarità tra due segnali..
> Cross Spettro (funzione complessa)

$$S_{xy}(f) = X(f)Y(f)^* \qquad S_{yx}(f) = Y(f)X(f)^*$$

come sono legati eccitazione e risposta del sistema
>Funzione di Risposta in frequenza (funzione complessa)

$$H_{xy}(f) = \frac{X(f)}{Y(f)}$$

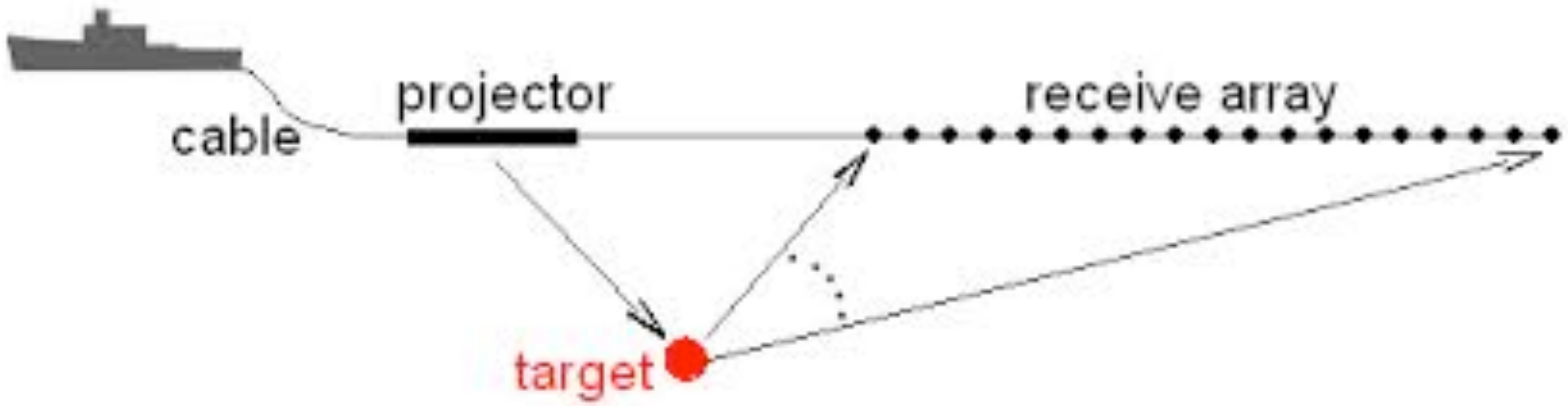
>Coerenza (funzione reale)

$$C_{xy}(f) = \frac{\left|S_{xy}(f)\right|^2}{Sxx(f)Syy(f)}$$

NB tutte funzioni algebriche

es. funzionamento di un sonar (attivo)

lo stesso segnale, arriva ai diversi sensori
con un lieve ritardo.. dall'analisi dei ritardi si identifica
la posizione del target



es. ascolto biaurale

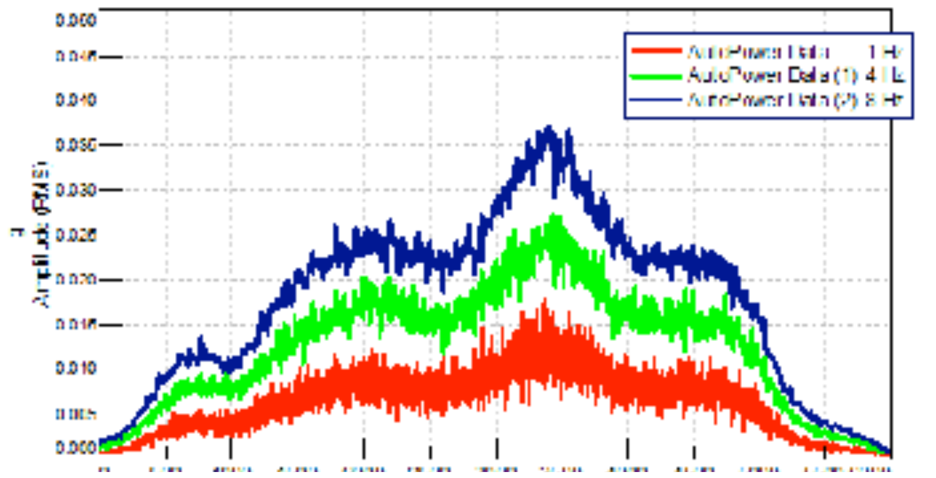
lo stesso segnale, arriva alle orecchie
con un lieve ritardo.. dall'analisi dei ritardi si
identifica la posizione della sorgente di rumore

Luigi BREGANT
bregant@units.it

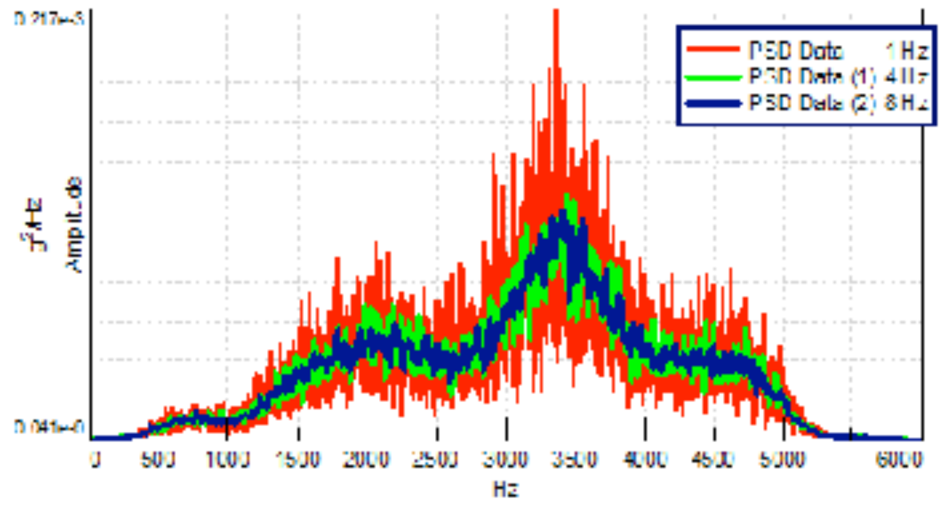
es. Scalaggio dello spettro

$$S_{xx}(f) = X(f)X(f)^*$$

Lo spettro di un segnale è una funzione quadratica
quindi ogni sua componente in frequenza è proporzionale alla potenza
del segnale a quella frequenza !
Si parla allora di **Power Spectrum** se è scalato in $(EU)^2$



Quando il segnale è a banda larga e si vuole in qualche modo normalizzare
la potenza in funzione di della risoluzione spettrale utilizzata per digitalizzare il segnale,
si scala lo spettro in $(EU)^2/Hz$ e si parla di **Power Spectral Density** (PSD)



Quando il segnale è a banda larga ma è un transitorio (inizia e finisce a zero)
e si vuole in qualche modo normalizzare la potenza in funzione di della risoluzione spettrale
ed in base alla durata dell'acquisizione,
si scala lo spettro in $(EU)^2 s/Hz$ e si parla di **Power Spectral Energy** (ESD)

Il legame tra eccitazione applicata al sistema e risposta dello stesso
è fondamentale per la caratterizzazione (dinamica) del sistema stesso!

Supponiamo di voler conoscere il legame tra l'eccitazione del fondo stradale
e la risposta del sedile del guidatore..
le caratteristiche di quello che c'è in mezzo (pneumatici, sospensioni, telaio, sedile, …)
governeranno la trasmissione (amplificazione, riduzione) dell'energia vibrazione

ingressi
eccitazioni
x(t)
X(f)

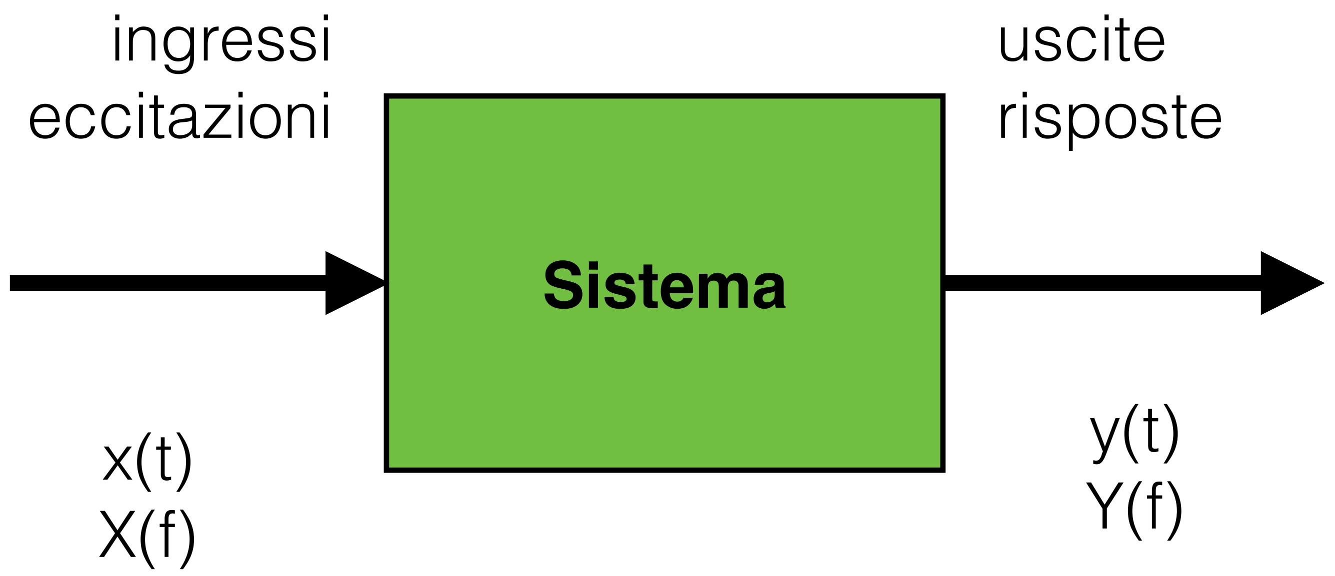
uscite
risposte
y(t)
Y(f)

es. pavé

es. rumorosità interno abitacolo,
vibrazioni volante

..conoscere tale legame ci permette di ottimizzarlo!

Bisognerà allora valutare le grandezze di interesse (nel dominio del tempo e/o della frequenza) valutando la funzione di trasferimento al variare degli errori si misura presenti.



Nel caso di un sistema LTI sappiamo che valgono le seguenti relazioni:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)h(t)dt$$

ove la risposta del sistema è la convoluzione tra eccitazione e risposta all'impulso..$(\in R)$

$$Y(f) = H_{xy}(f)X(f)$$

..o il prodotto tra funzione di risposta in frequenza e eccitazione del sistema ..$(\in C)$

E' possibile moltiplicare questa ultima relazione o per il complesso coniugato dell'eccitazione $X(f)^*$ o per il complesso coniugato della risposta $Y(f)^*$ ottenendo due relazioni..

$$Y(f) = H_{yx}(f)X(f)$$

coniugato eccitazione

coniugato risposta

$$X(f)^*Y(f) = H_{yx}(f)X(f)^*X(f)$$

$$Y(f)^*Y(f) = H_{yx}(f)Y(f)^*X(f)$$

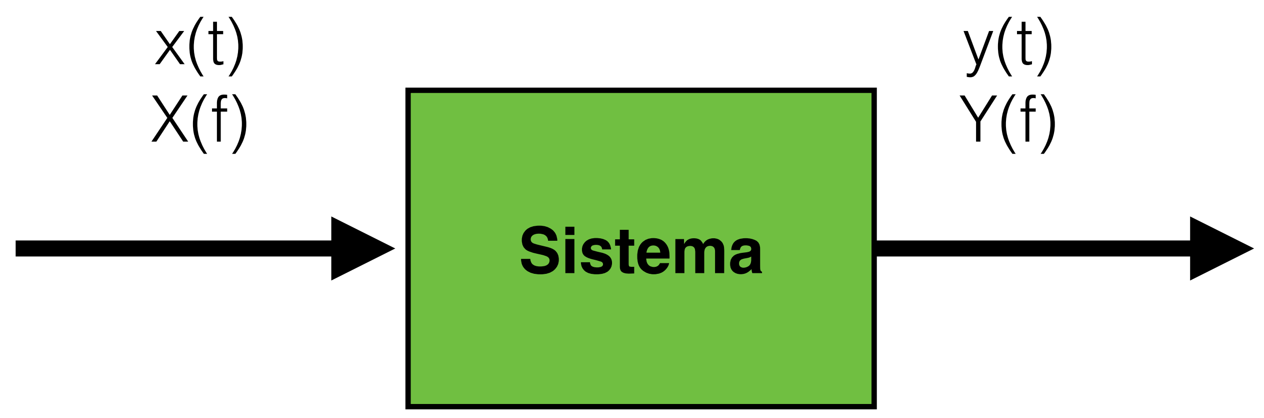
$$H_{yx}(f) = \frac{X(f)^*Y(f)}{X(f)^*X(f)} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = H_1(f)$$

$$H_{yx}(f) = \frac{Y(f)^*Y(f)}{Y(f)^*X(f)} = \frac{S_{yy}}{S_{yx}} = H_2(f)$$

..due stima della funzione di risposta in frequenza $H_{xy}(f)$ ottenute partendo dagli stessi dati!

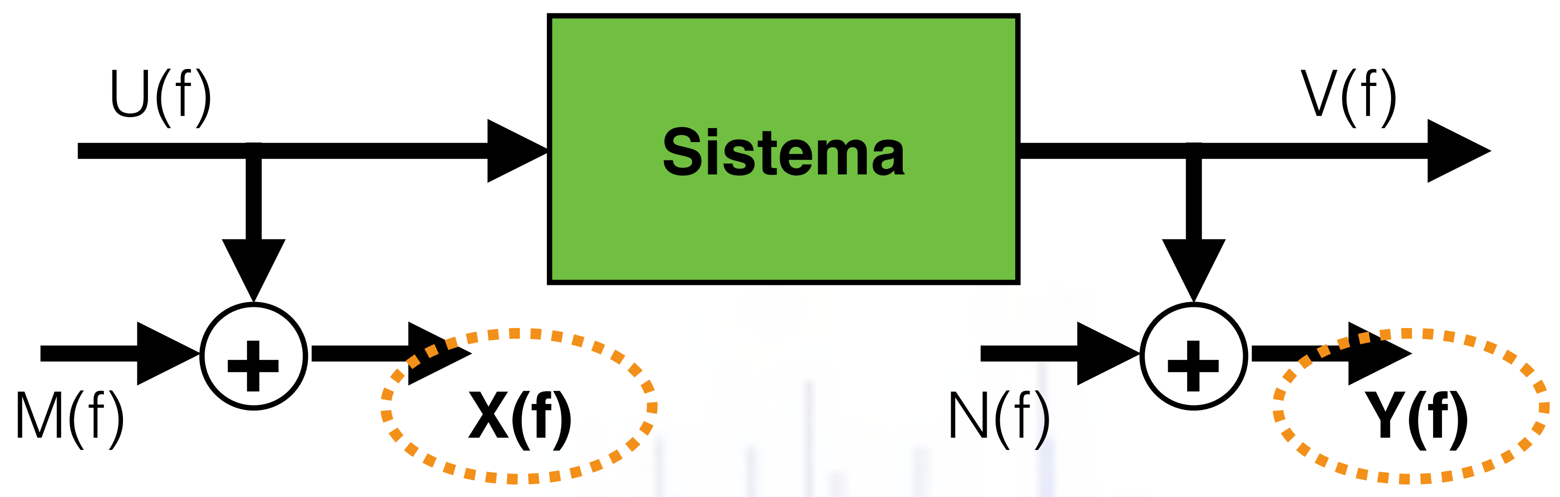
Sono uguali? differenti? quando si usa una quando l'altra?..

Nel caso ideale, senza errori di misura $H_1(f)$ e $H_2(f)$ sono identiche
nel caso generali in cui ci sia rumore sia nelle misure
in ingresso che nelle misure in uscita le cose cambiano un po’.



NB misuriamo X(f) ma non è questo quello che realmente eccita il sistema,
misuriamo Y(f) ma non è realmente la risposta del sistema !

NB2 i rumori di misura M(f) e N(f) ipotizziamo che siano
indipendenti e scorrelati tra loro e con i segnali di eccitazione e risposta



$$S_{MN}(f) = S_{MU}(f) = S_{MY}(f) = S_{NY}(f) = S_{NX}(f) = 0$$

Vale la seguente relazione:

$$Y(f) = V(f) + N(f) = H(f)(X(f) - M(f)) + N(f)$$

che moltiplichiamo per i complessi coniugati di eccitazione e risposta per ottenere le due stime di H

$$Y(f) = V(f) + N(f) = H(f)(X(f) - M(f)) + N(f)$$

saltando i passaggi che vi invito a fare autonomamente

$$H_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xy}(f)} = H(f)\frac{1}{1 + \frac{S_{MM}(f)}{S_{UU}(f)}}$$

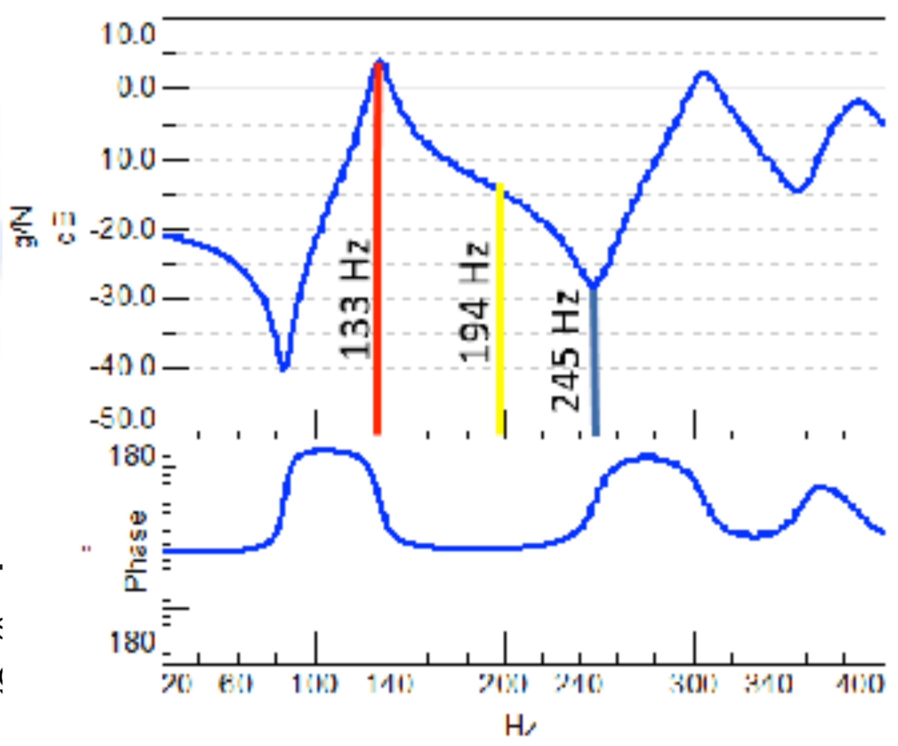
$$H_2(f) = \frac{S_{yy}(f)}{S_{yx}(f)} = H(f)(1 + \frac{S_{NN}(f)}{S_{VV}(f)})$$

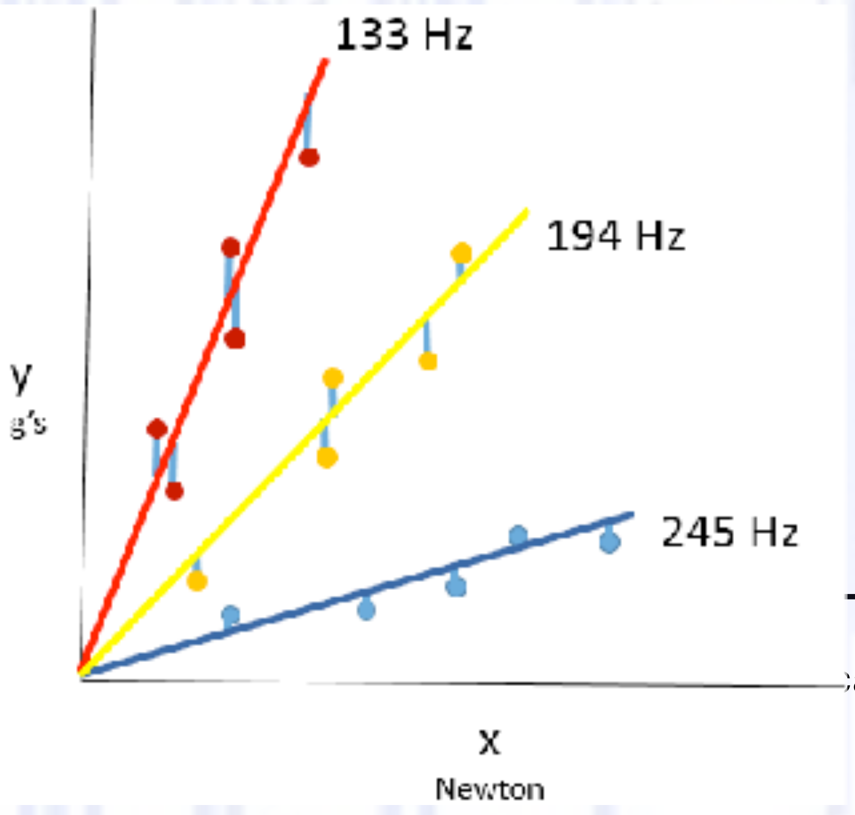
.... <1

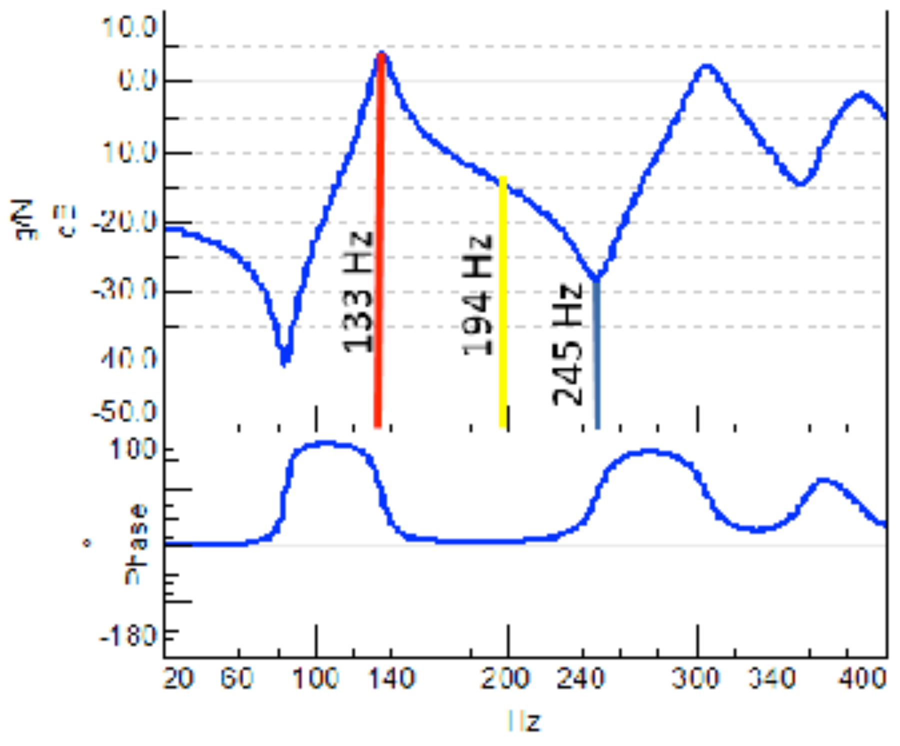
.... >1

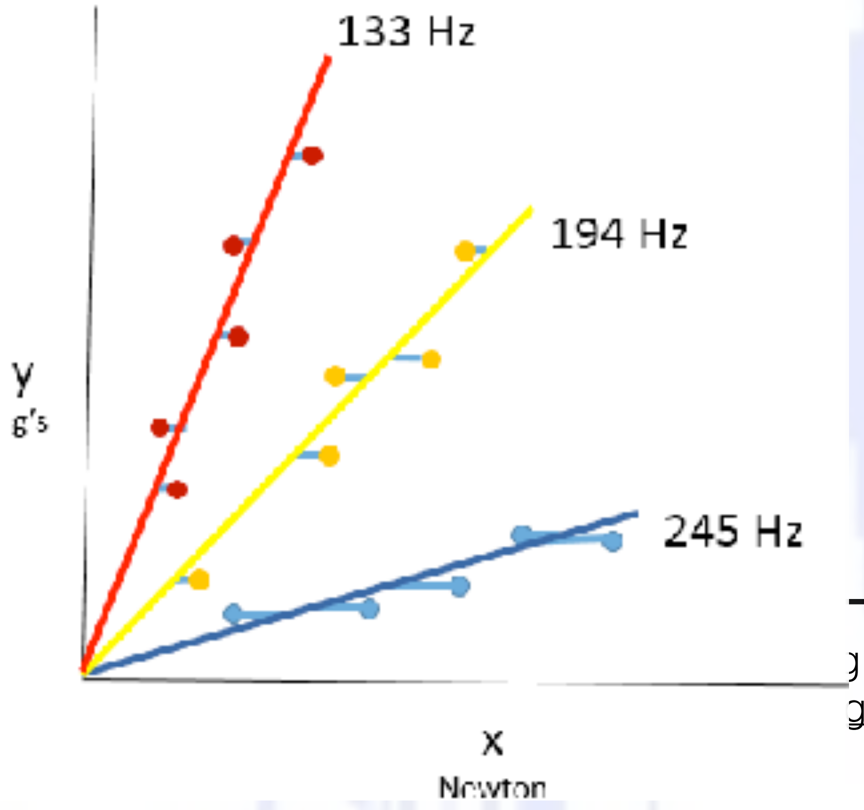
la stima $H_1(f)$ sottostimerà il valore corretto della funzione di trasferimento

la stima $H_2(f)$ sovrastimerà il valore corretto della funzione di trasferimento



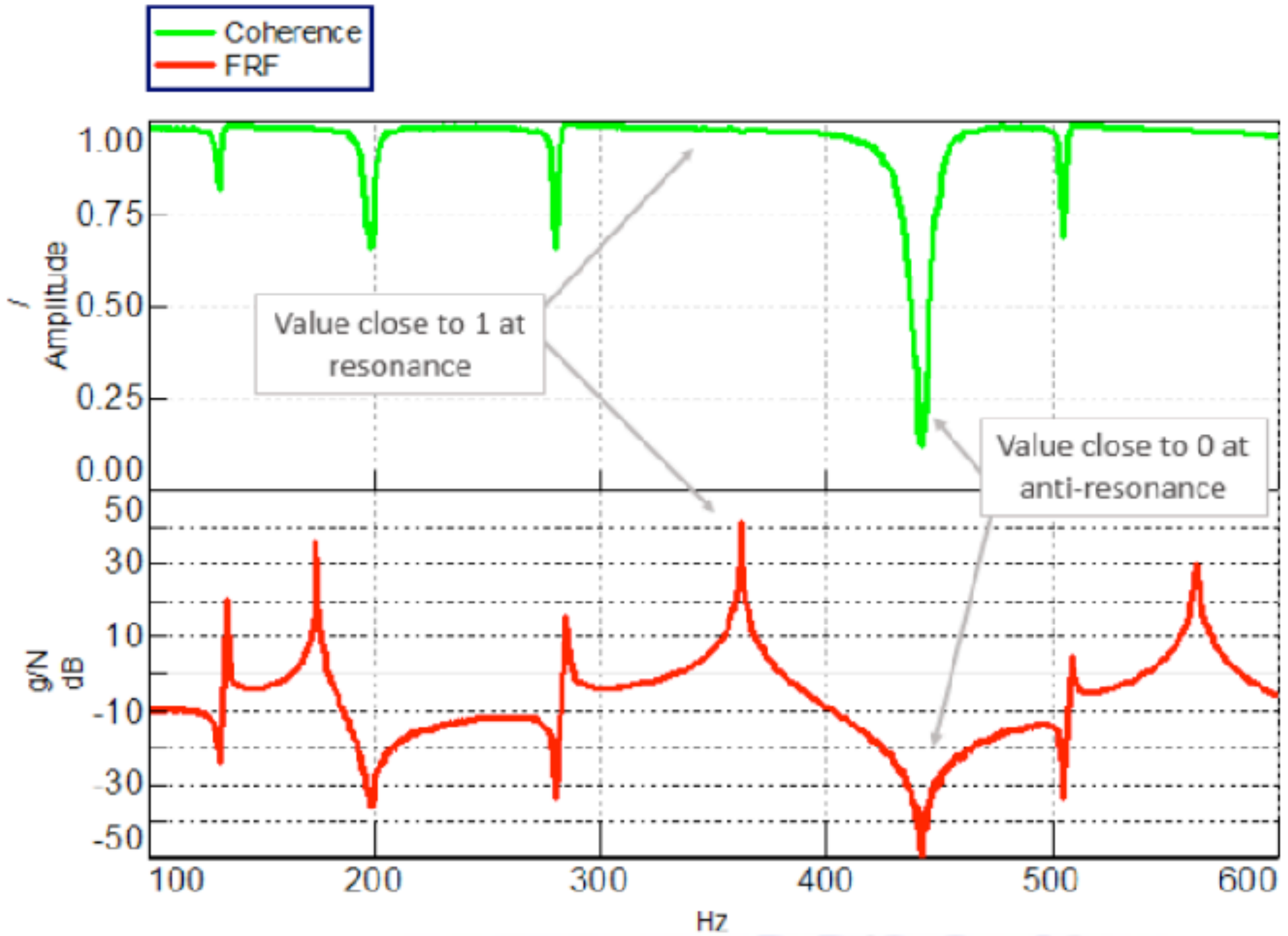






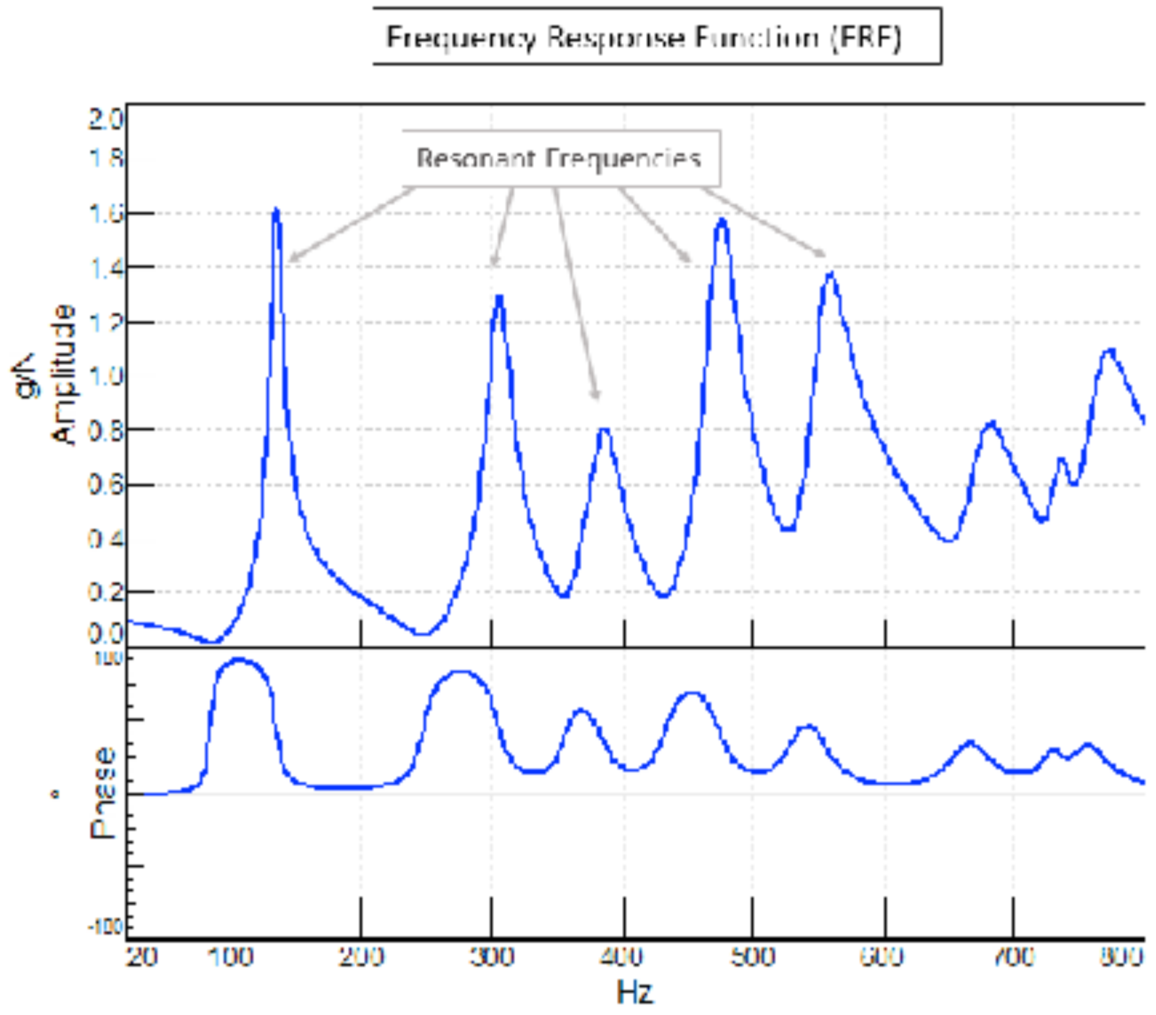
Il valore corretto del modulo sarà tra le due..

$$\left|H_1(f)\right| \leq \left|H(f)\right| \leq \left|H_2(f)\right|$$



La coerenza stimata tra le due funzioni (eccitazione / risposta) sarà sempre minore di 1

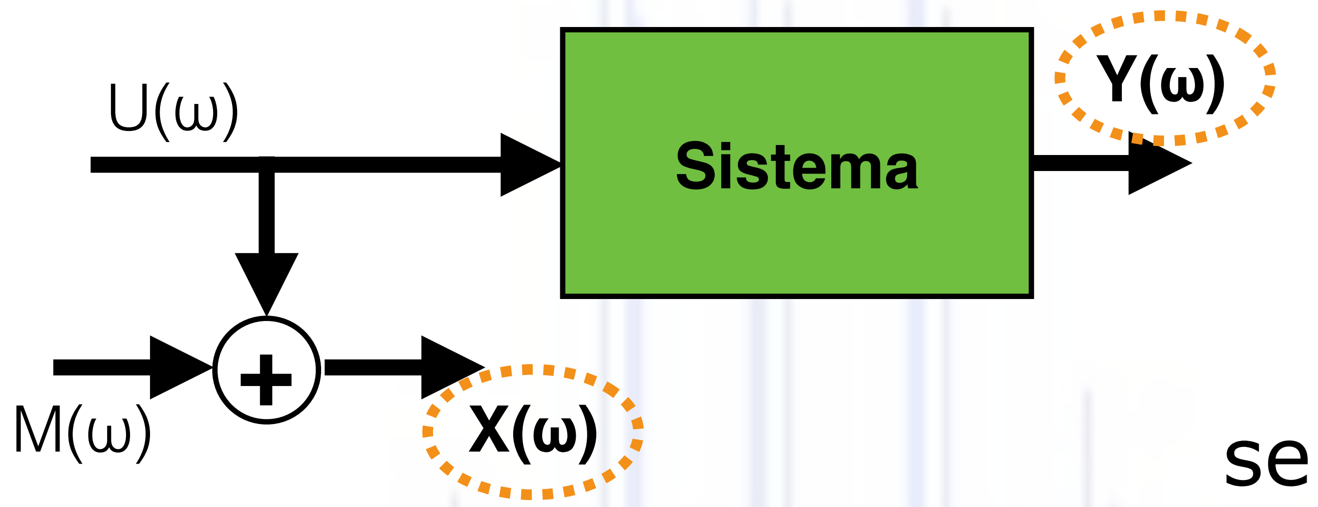
$$\gamma^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{1}{1 + (\frac{S_{MM}(f)}{S_{UU}(f)})(\frac{S_{NN}(f)}{S_{VV}(f)})}$$



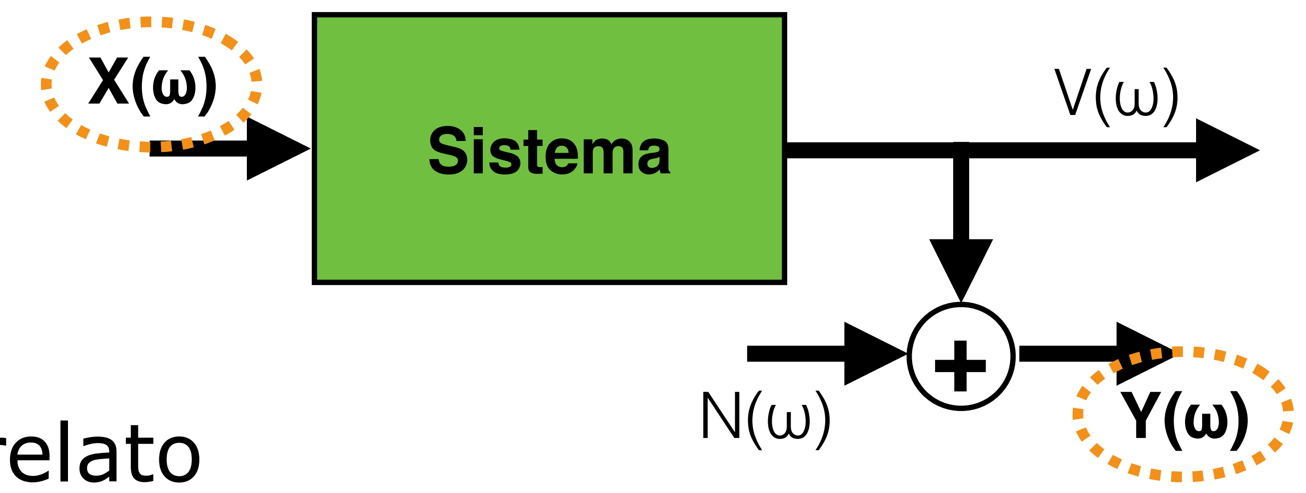
Ricordiamo che la FRF è una funzione complessa
ci sarà sempre Ampiezza e Fase (parte reale e parte immaginaria)
(come nei sistemi SDOF la fase cambia in prossimità delle risonanze)
(la fase dipende grandemente dallo smorzamento)

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Nel caso in cui il rumore si concentri solo all'ingresso:



Nel caso in cui il rumore si concentri solo all'uscita



sempre nell'ipotesi di rumore scorrelato

$$S_{MU}(f) = S_{MY}(f) = 0$$

$$S_{NV}(f) = S_{NX}(f) = 0$$

$$Y(f) = H(f)X(f) = H(f)(U(f) + M(F))$$

$$Y(f) = V(f) + N(F) = H(f)X(f) + N(F)$$

$$H_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xy}(f)} = H(f)\frac{1}{1 + \frac{S_{MM}(f)}{S_{UU}(f)}}$$

sottostima

$$H_2(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xy}(f)}$$

come il caso ideale

$$H_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xy}(f)}$$

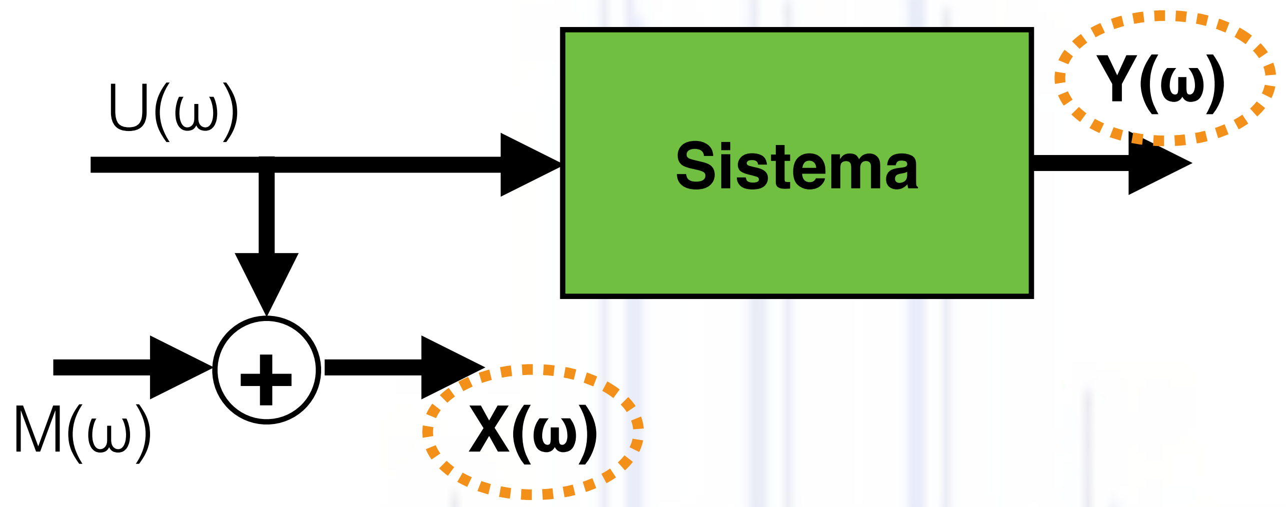
come il caso ideale

$$H_2(f) = \frac{S_{yy}(f)}{S_{yx}(f)} = H(f)(1 + \frac{S_{NN}(f)}{S_{VV}(f)})$$

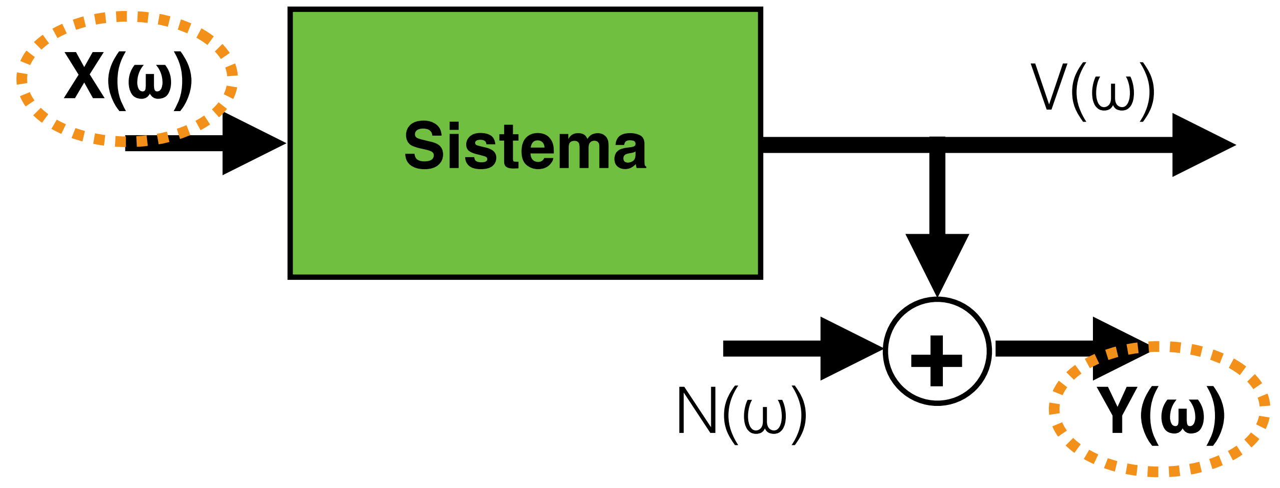
sovrastima

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Nel caso in cui il rumore si concentri solo all'ingresso:



Nel caso in cui il rumore si concentri solo all'uscita



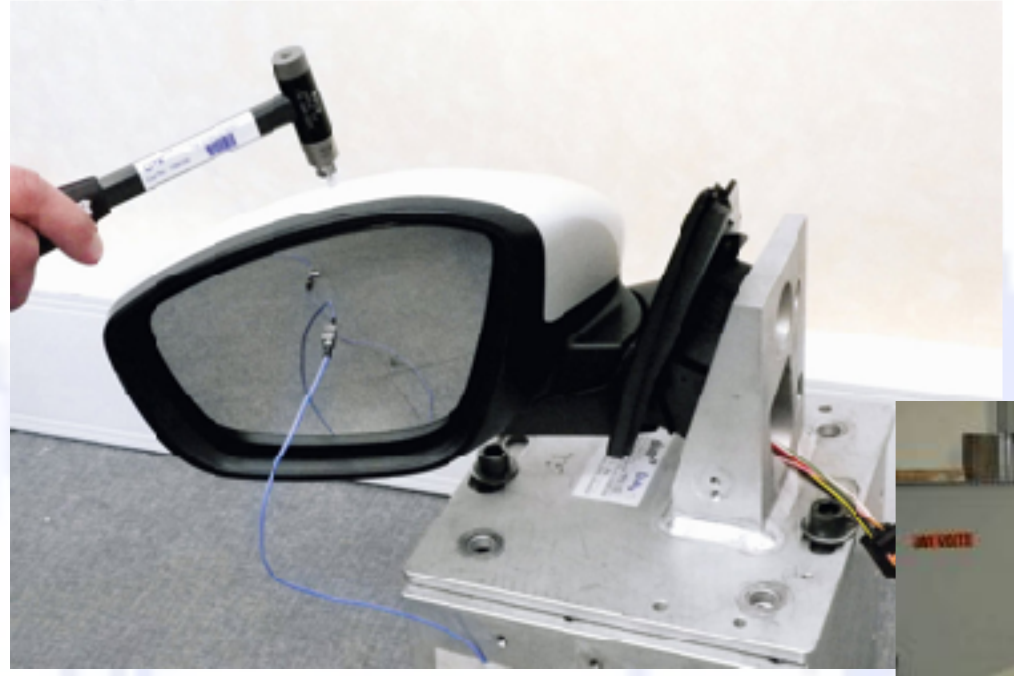
la coerenza sarà sempre minore di 1!

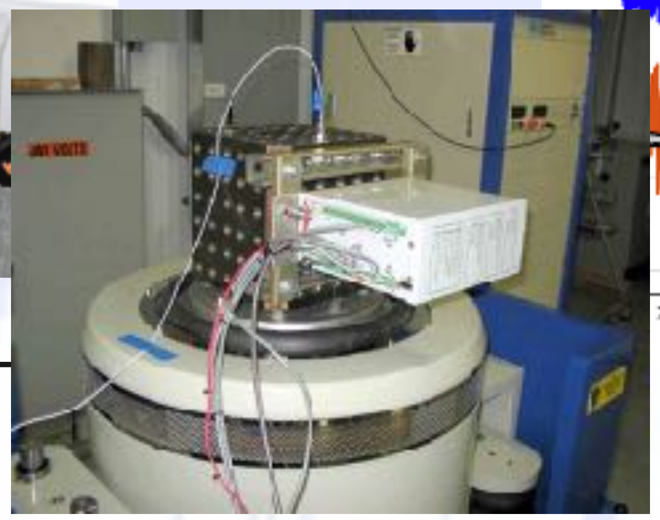
$$\gamma^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{1}{1 + \frac{S_{MM}(f)}{S_{UU}(f)}}$$

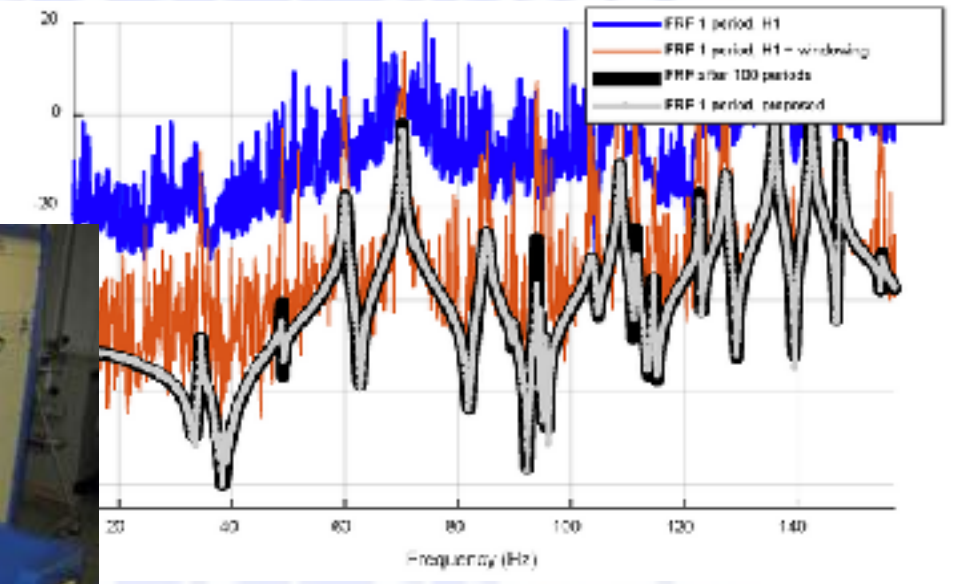
$$\gamma^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{1}{1 + \frac{S_{NN}(f)}{S_{VV}(f)}}$$

Bisogna cercare sempre di utilizzare la stima più corretta!

Ingegneristicamente parlando meglio sovra- o sotto- stimare la funzione di risposta?







Eccitazione di una struttura per la misura della funzione di risposta in frequenza

Possiamo distinguere:

eccitazioni transitorie

eccitazione stazionarie

eccitazioni operative

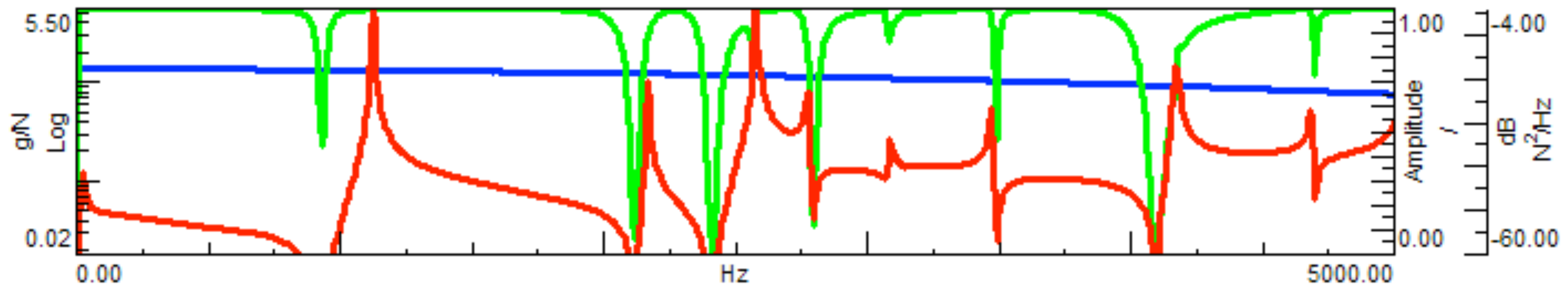
Iniziano e finiscono a zero, sono poco controllabili
martelli strumentati,
cavi con bulloni esplosivi, microrazzi,

Sono continue nel tempo e controllate in ampiezza e distribuzione di frequenza
shaker (elettrdinamici, piezo, pneumatici..)
vibrodine

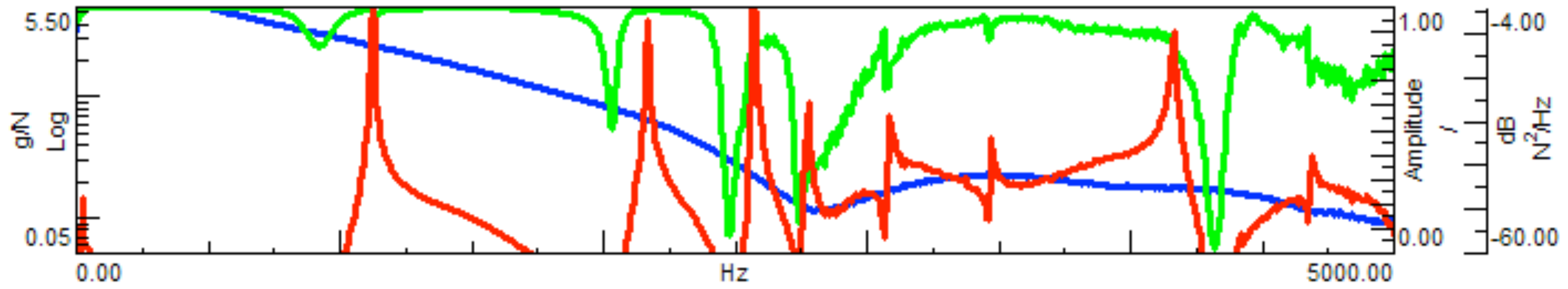
dipendono dal funzionamento del macchinario (cicli di produzione)
e dalle condizioni ambientali
(vento, onde..)

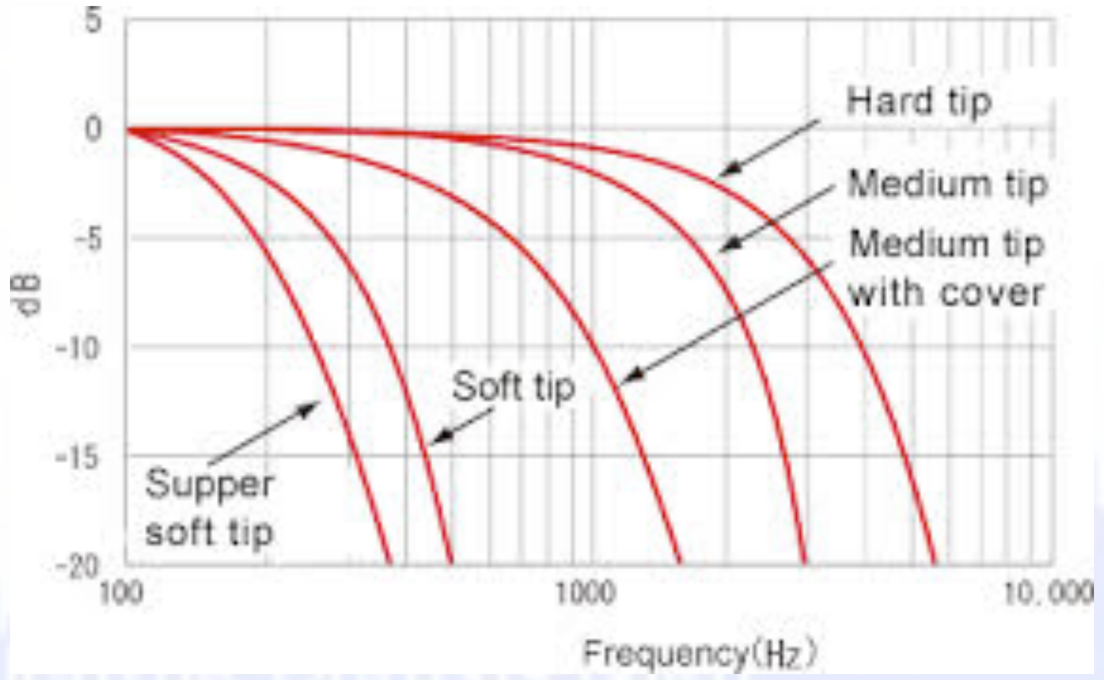
Eccitazioni transitorie

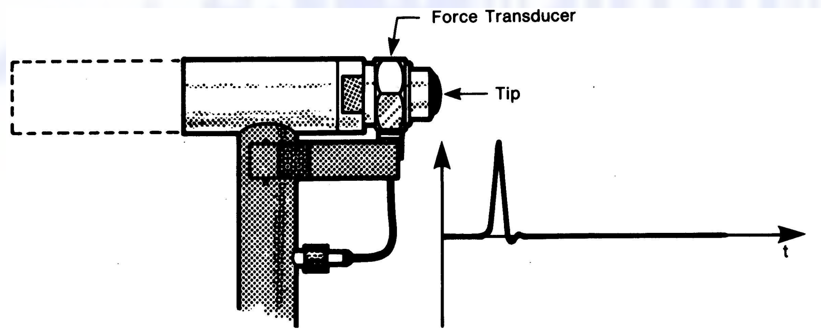
Martelli strumentati..si da una martellata, si misura la forza con una cella di carico, struttura vibra…
Visto che l'eccitazione approssima un impulso (t)
nel dominio della frequenza avremmo uno spettro piatto



in realtà.. lo spettro non è mai piatto (dipende dalla massa, dalla durezza della punta..)
e l'eccitazione non p costante in frequenza!







$$F_{real} = F_{meas} \frac{M + m_{tip}}{M}$$

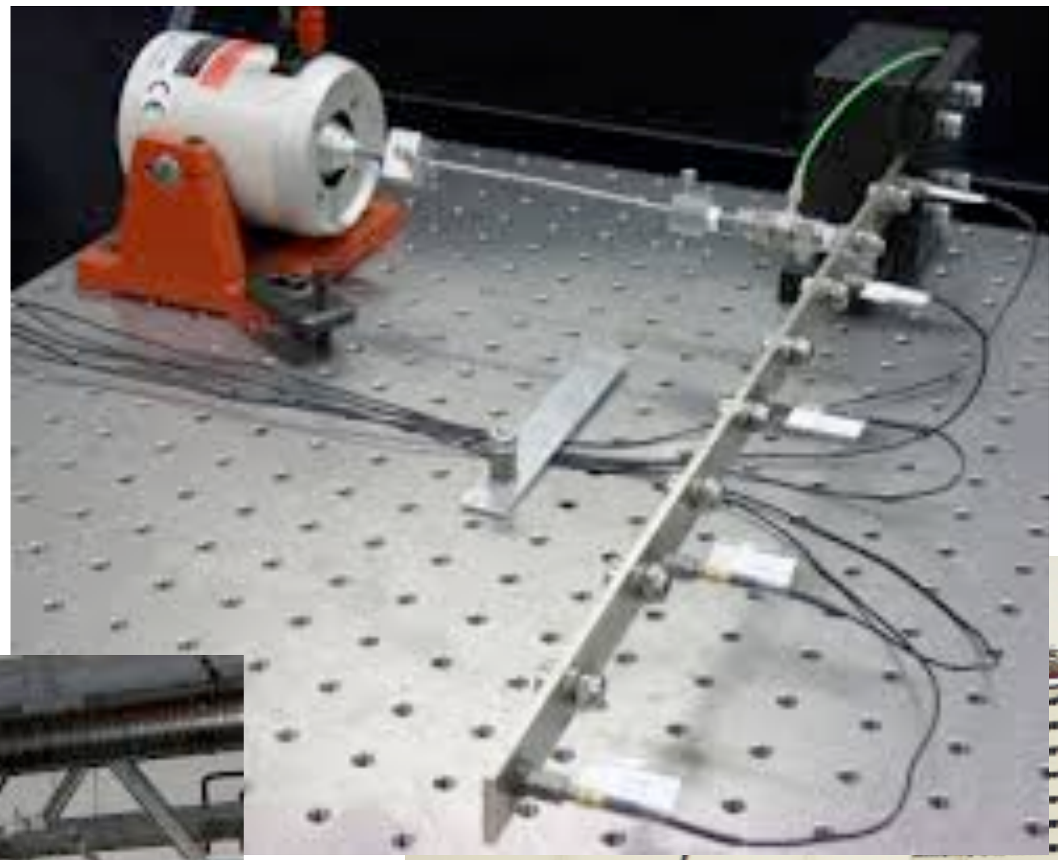
Alto fattore di cresta
>non va bene per misurare strutture non lineari

Segnale transitorio
>no leakage!

Eccitazioni stazionarie

Gli shaker sono dispositivi in grado di generare forze
delle quali si può controllare l'intensità ed il contenuto in frequenza.

Possono essere comandati dai sistemai di acquisizione
dati (closed loops control) per prove di strutture per le quali
l'energia immessa con una martellata non è in grado
di far vibrare tutta la struttura..
per prove di durata (environmental testing)
per lo studio di fenomeni specifici (es. non linearità, zoom analisi)
..



Lo shaker viene connesso alla struttura
tramite stinger / cella di carico
> si modifica la dinamica dell'oggetto!!

Luigi BREGANT
bregant@units.it

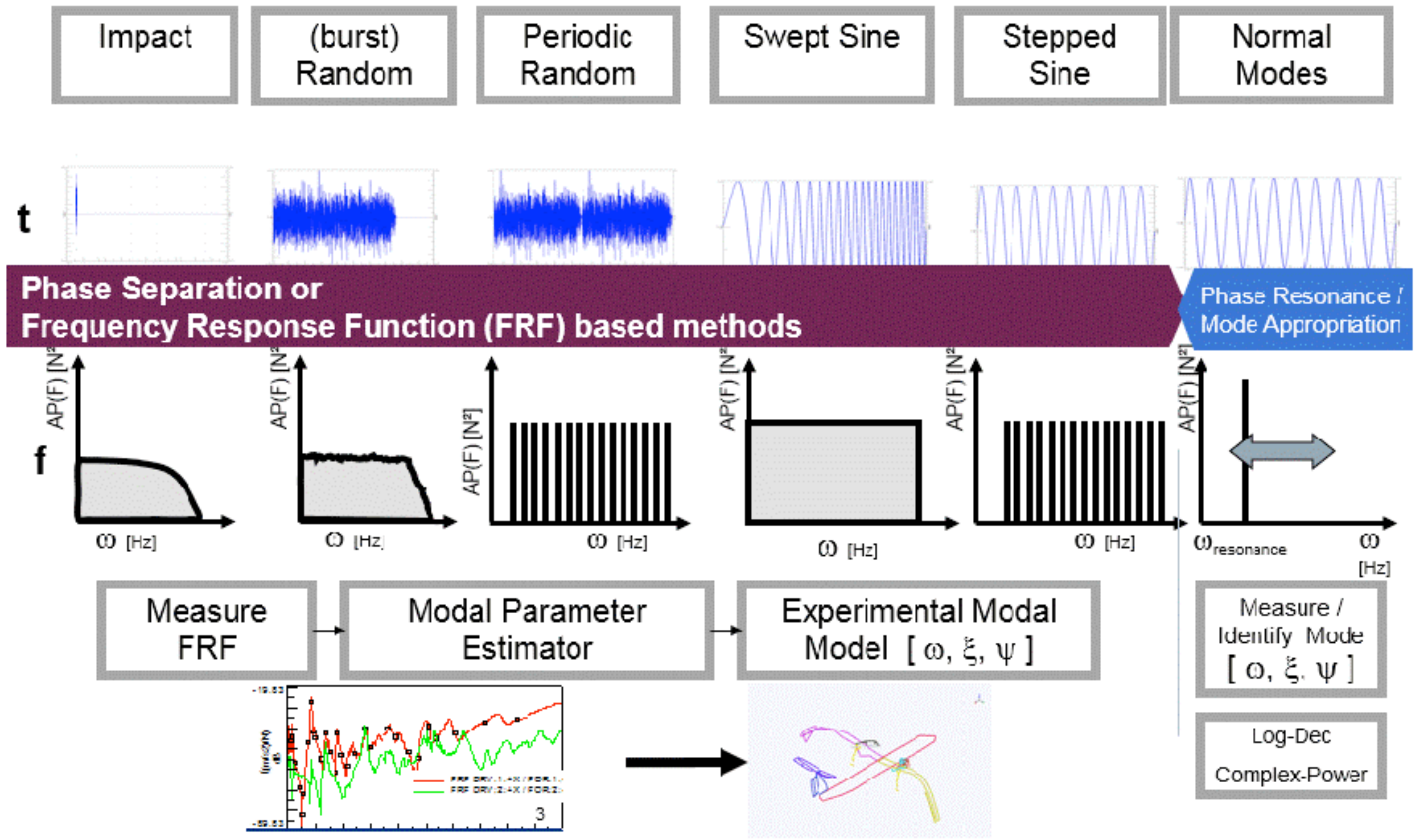
Eccitazioni stazionarie

Per controllare il contenuto in frequenza della forzante si utilizzano diverse tipologie di segnali

random, pseudo-random, periodic random, sinusoidali fissi, sinusoidali variabili,…
ciascuno con proprietà e capacità differenti

es:periodic random
è un segnale ottenuto ripetendo
periodicamente un segmento random

segnale periodico > spettro discreto
segnale periodico > no leakage
..

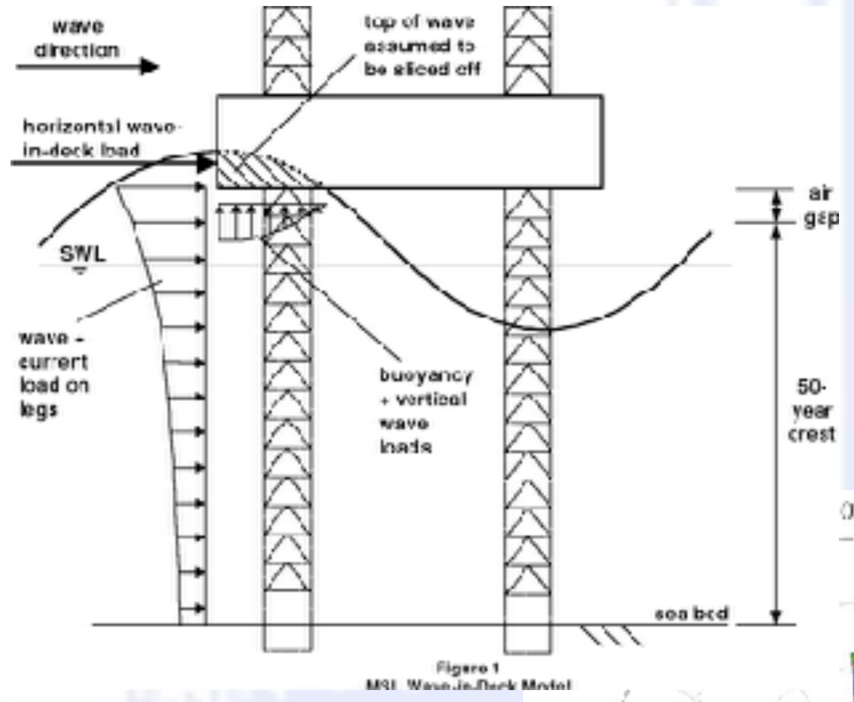


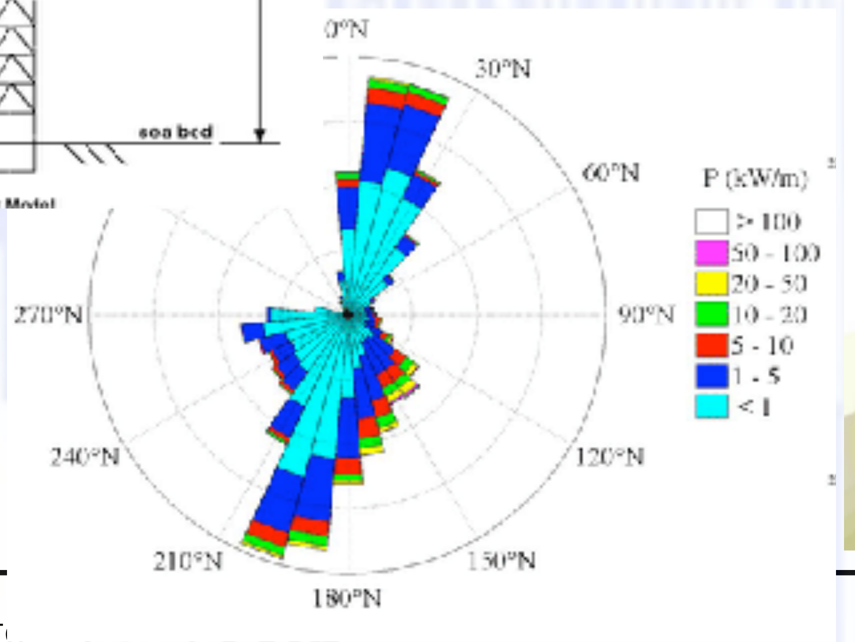
https://community.sw.siemens.com/s/article/ground-vibration-testing-and-flutter-analysis

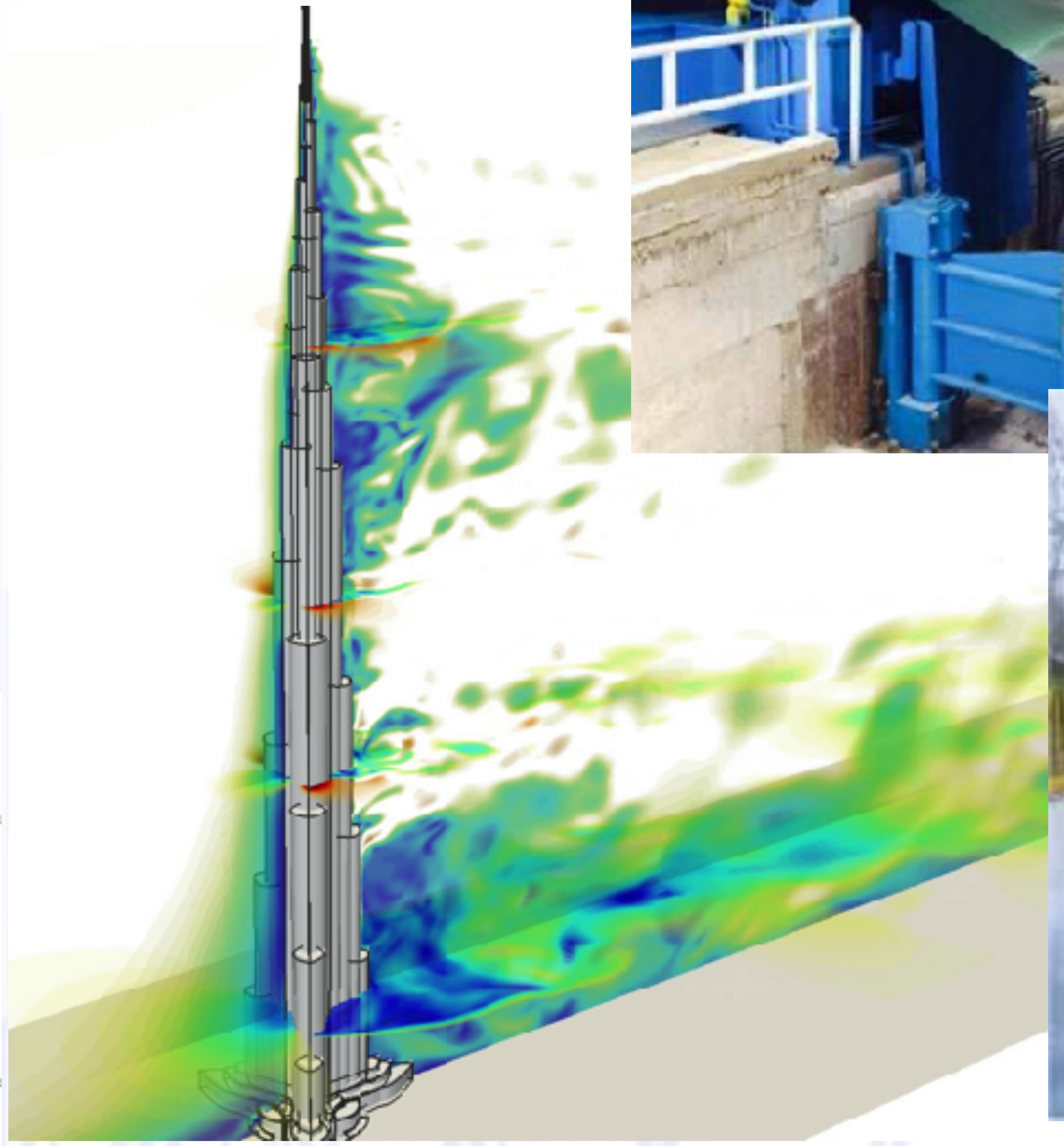
Eccitazioni operative

Sono tutti i carichi ai quali una struttura è sottoposta durante i normale funzionamento!
non tutte le forzanti possono essere misurate.. si utilizza un sensore di risposta come riferimento per il calcolo delle funzioni di risposta in frequenza (OMA Operative Modal Analysis)

I carichi sono spesso espressi in forma statistica..







Misure su macchinario rotante

Il macchinario rotante (vedi anche modulo rotodinamica) funziona solitamente in due modalità
regime stazionario (velocità di rotazione costante)
regime transitorio (velocità di rotazione variabile)

pompaggio
acquedotto

generazione
corrente

motore
CombustioneInterna

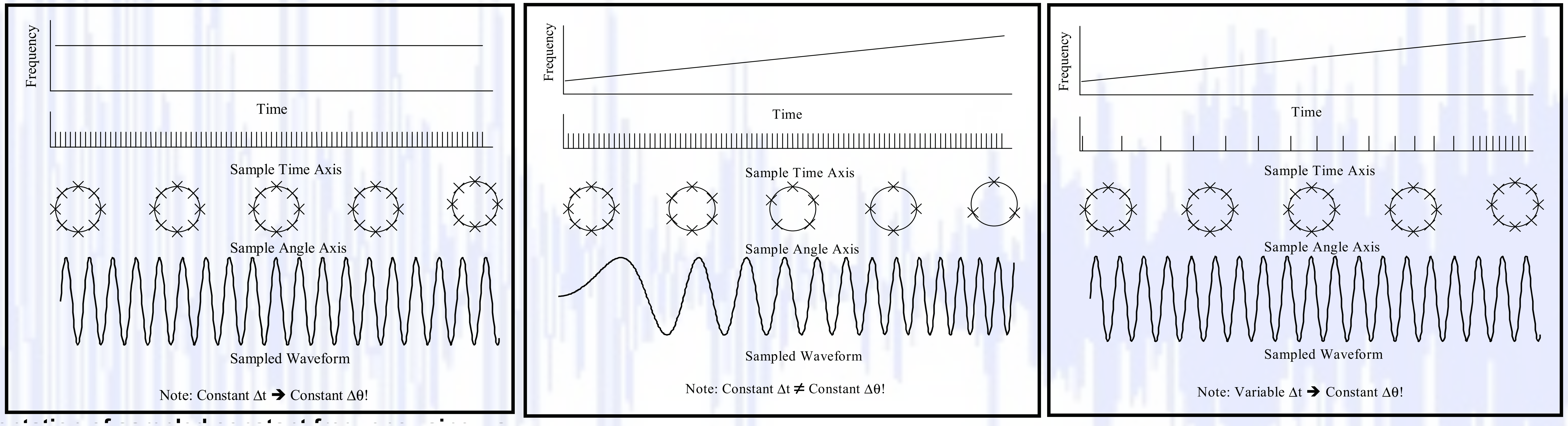
laminazione
a caldo

Le due modalità pongono dei problemi nell’acquizione dei dati:

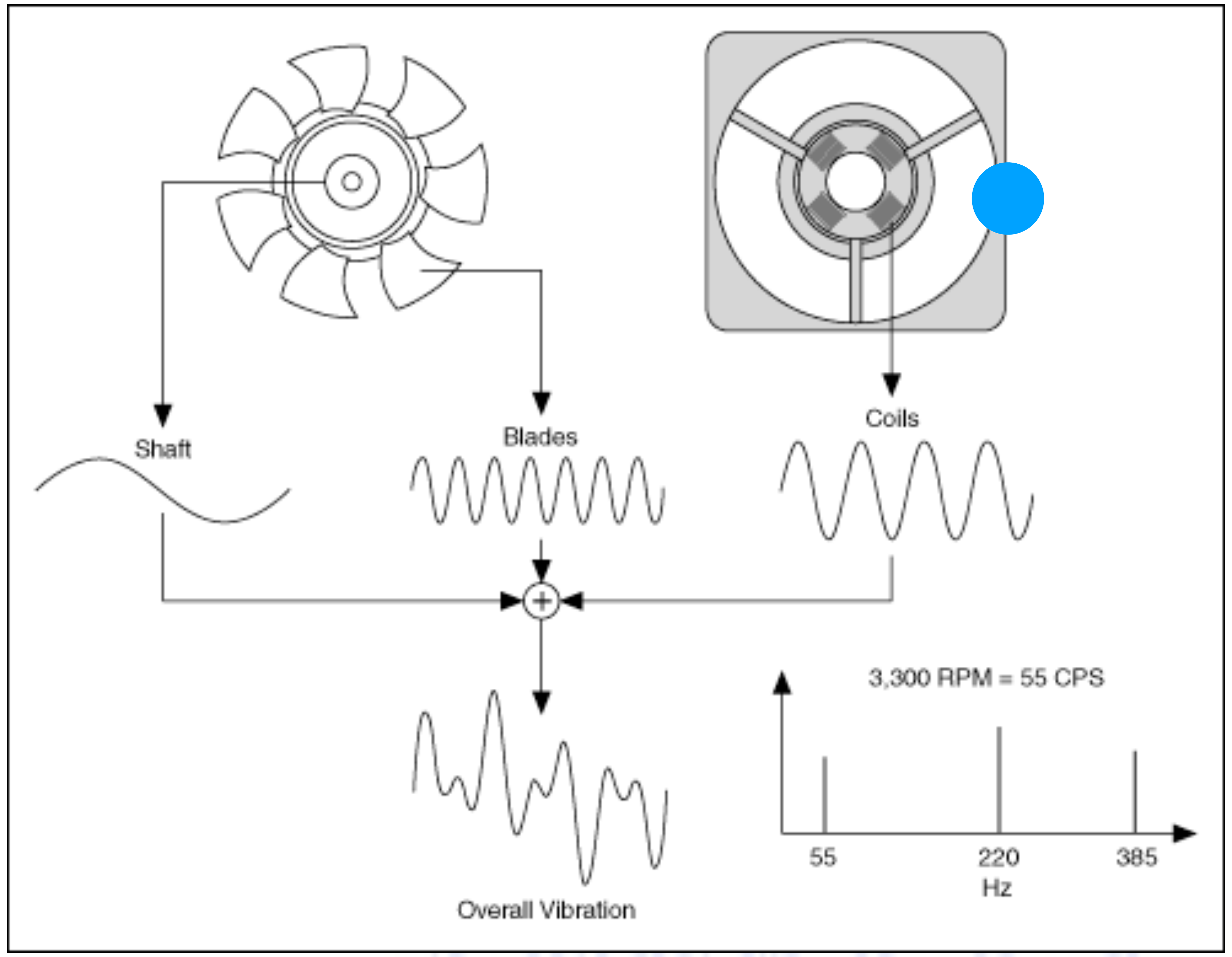
Solitamente nel dominio del tempo si lavora a frequenza di campionamento costante (Δt=cost), se la velocità del rotore cambia, un un giro del completo di questo il numero di campioni acquisiti cambia! => la risoluzione sarà diversa!

Per la misura delle vibrazioni del macchinario rotante si utilizzano due concetti:
l’ordine
il ricampionamento nel dominio dell’angolo

Δt costante

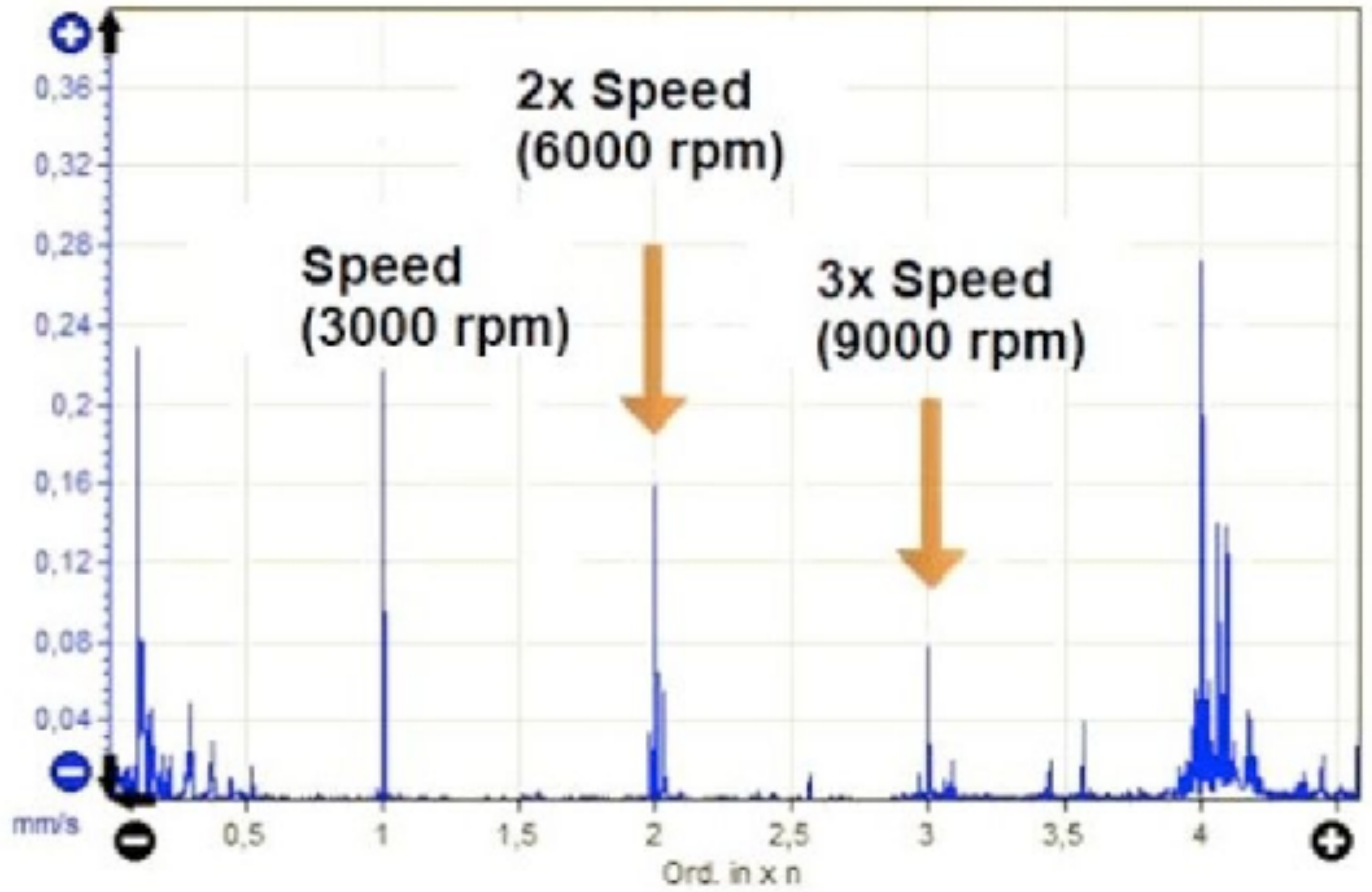


$\Delta\theta$ costante



L'ordine è un fenomeno che si ripete un certo numero di volte in un giro completo del rotore.

Ad esempio:
consideriamo un ventilatore da PC
lo squilibrio viene acquisito dal sensore una volta/giro (ordine 1)
la forza aerodinamica delle palette invece sette volte/giro (ordine 7)
l'effetto dei magneti permanenti del motore elettrico quattro volte/giro (ordine 4)

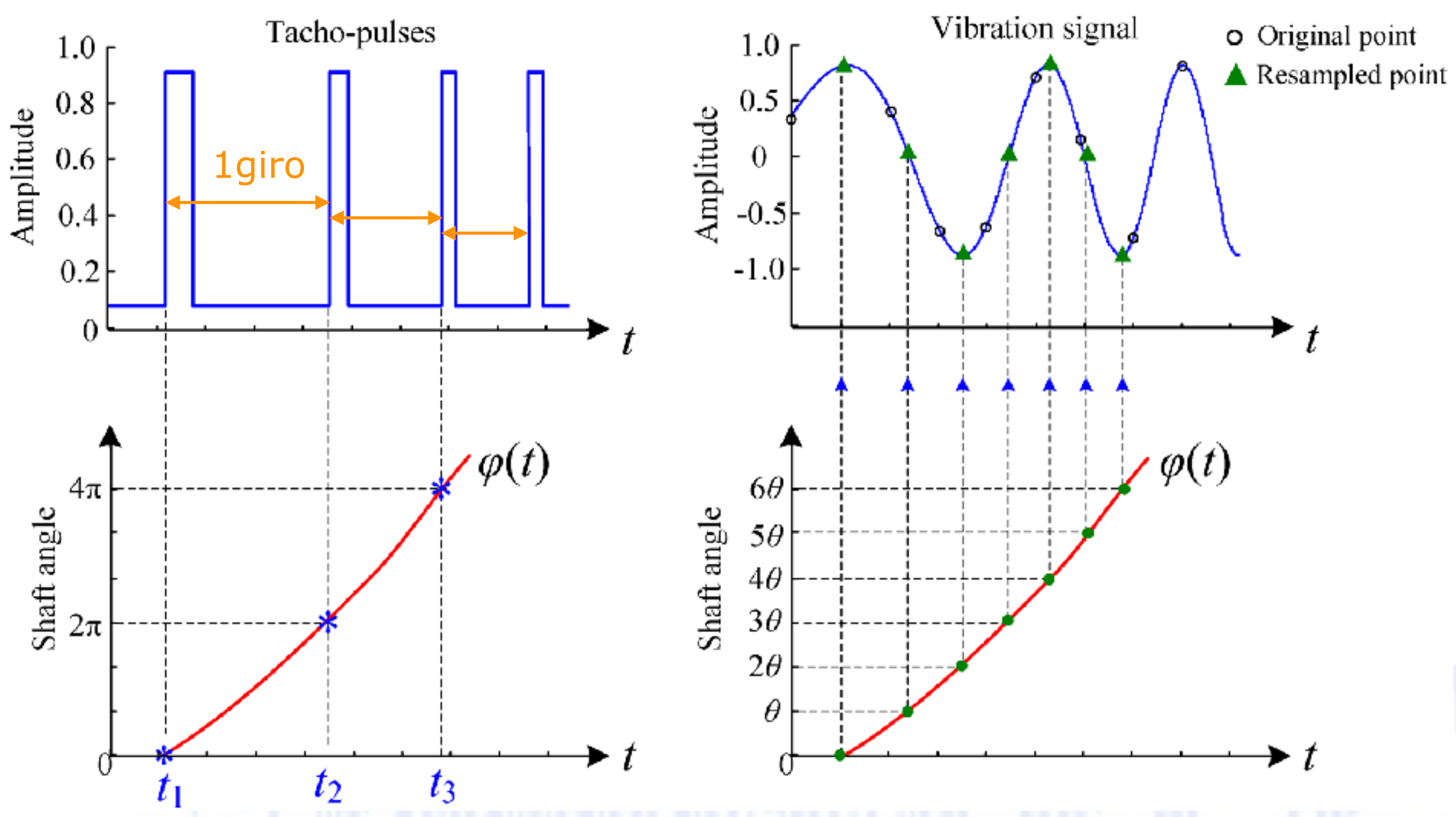


Lo squilibrio è una forza che dipende da ω^2

$$F = m\omega^2 r$$

Il ricampionamento nell'angolo è una tecnica DSP che consente di avere per ogni rotazione del rotore lo stesso numero di campioni, indipendentemente dalla velocità di rotazione!

E' indispensabile aver a disposizione una sonda tachimetrica che invia un impulso (o più) al sistema di acquisizione dati al completamento di una rotazione.



Noto il tempo tra due impulsi (una rotazione o una frazione nota) si può calcolare la velocità media sul giro

Si definisce il numero di campioni (nell'angolo) nel quale dividere la rotazione (a questo punto uguali ogni rotazione)

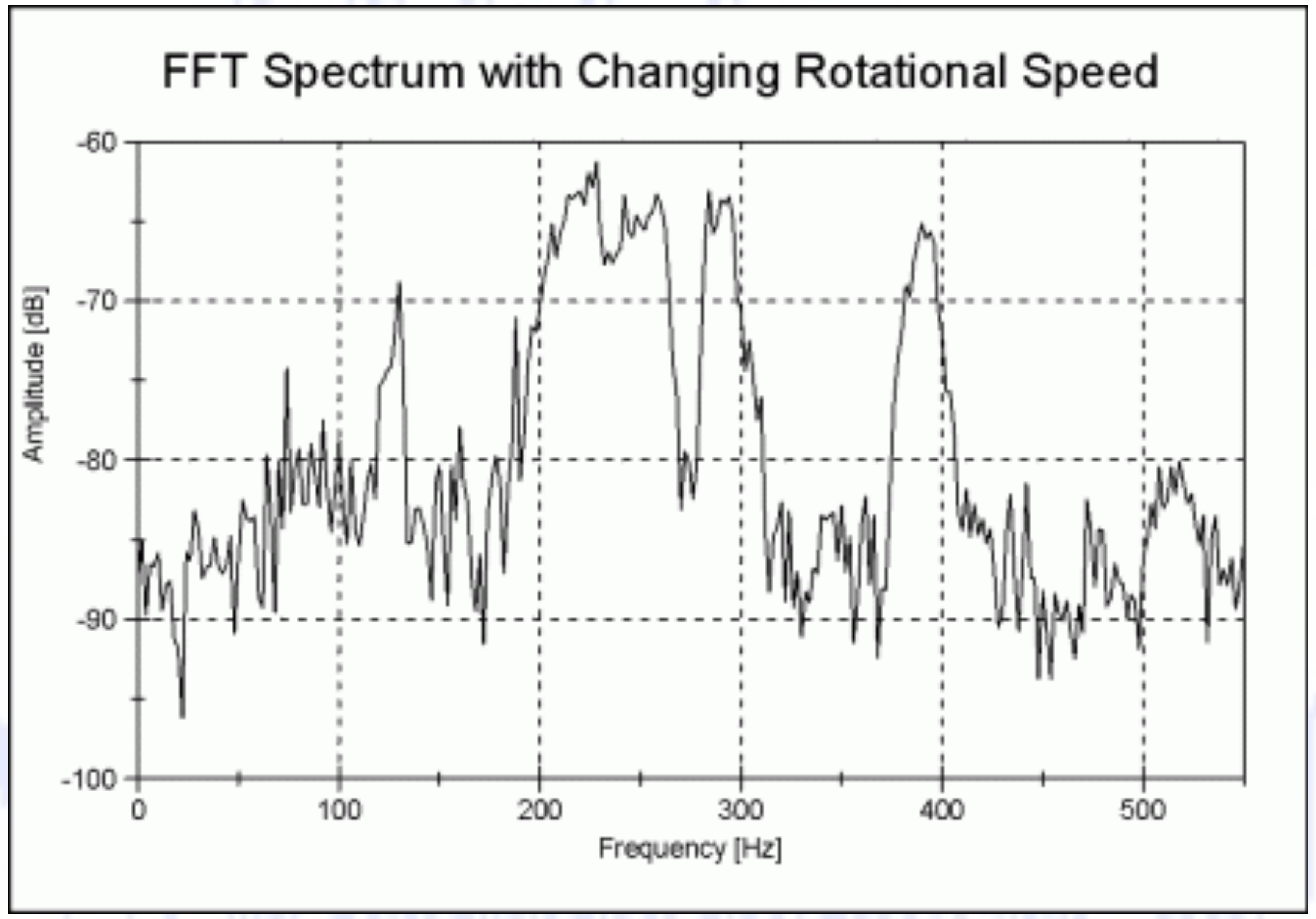
Si interpola la vibrazione misurata, in corrispondenza dei campioni nell'angolo

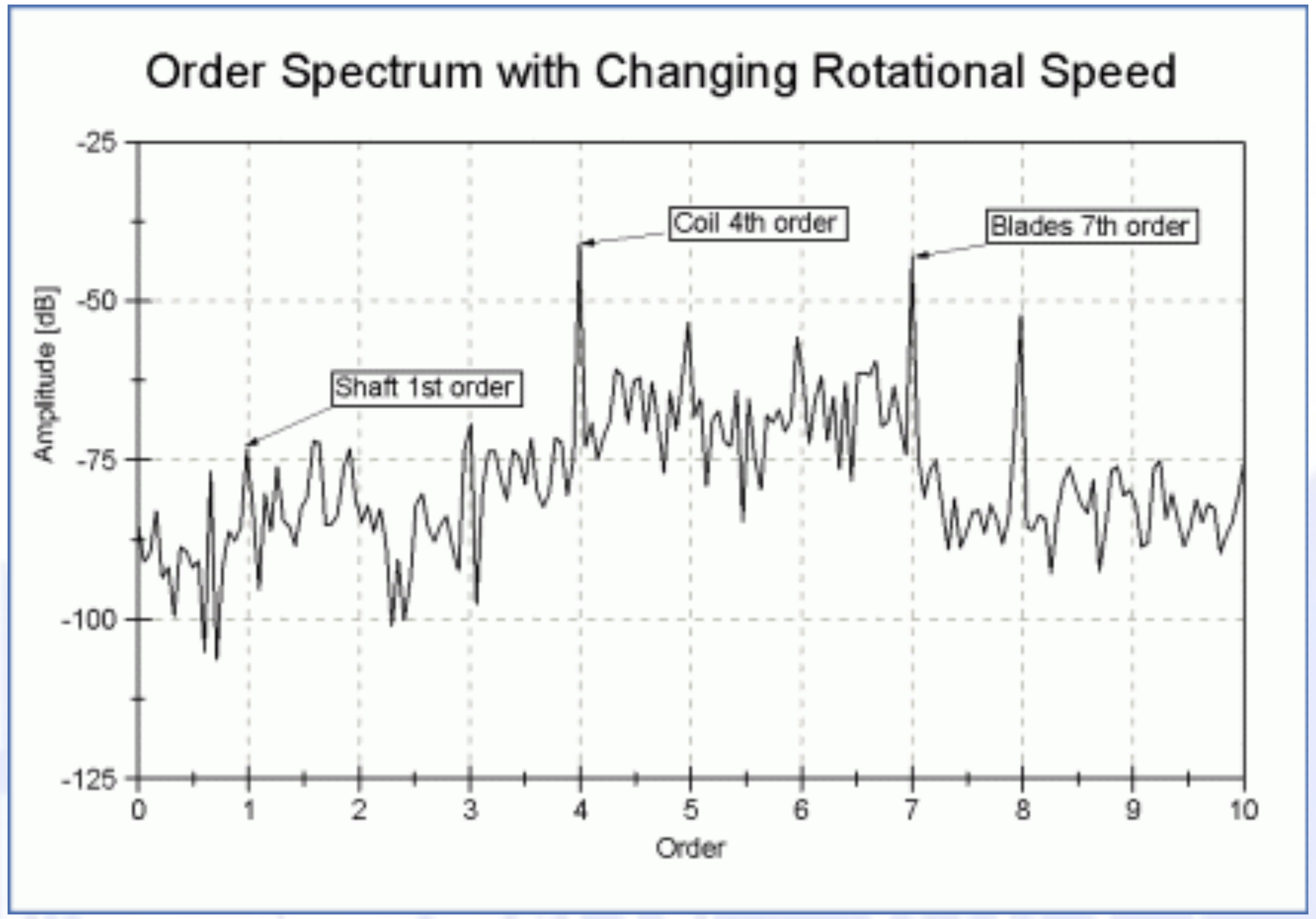
Il nuovo segnale di vibrazione è indipendente dalla velocità angolare ed è valutato sempre negli stessi punti angolari del rotore !

Il ricampionamento permette di avere delle informazioni molto più “pulite” sulla dinamica del sistema.

Valutando le vibrazioni di un sistema a velocità variabile, i picchi si spostano durante le medie e risulta difficile identificare i valori delle frequenze..

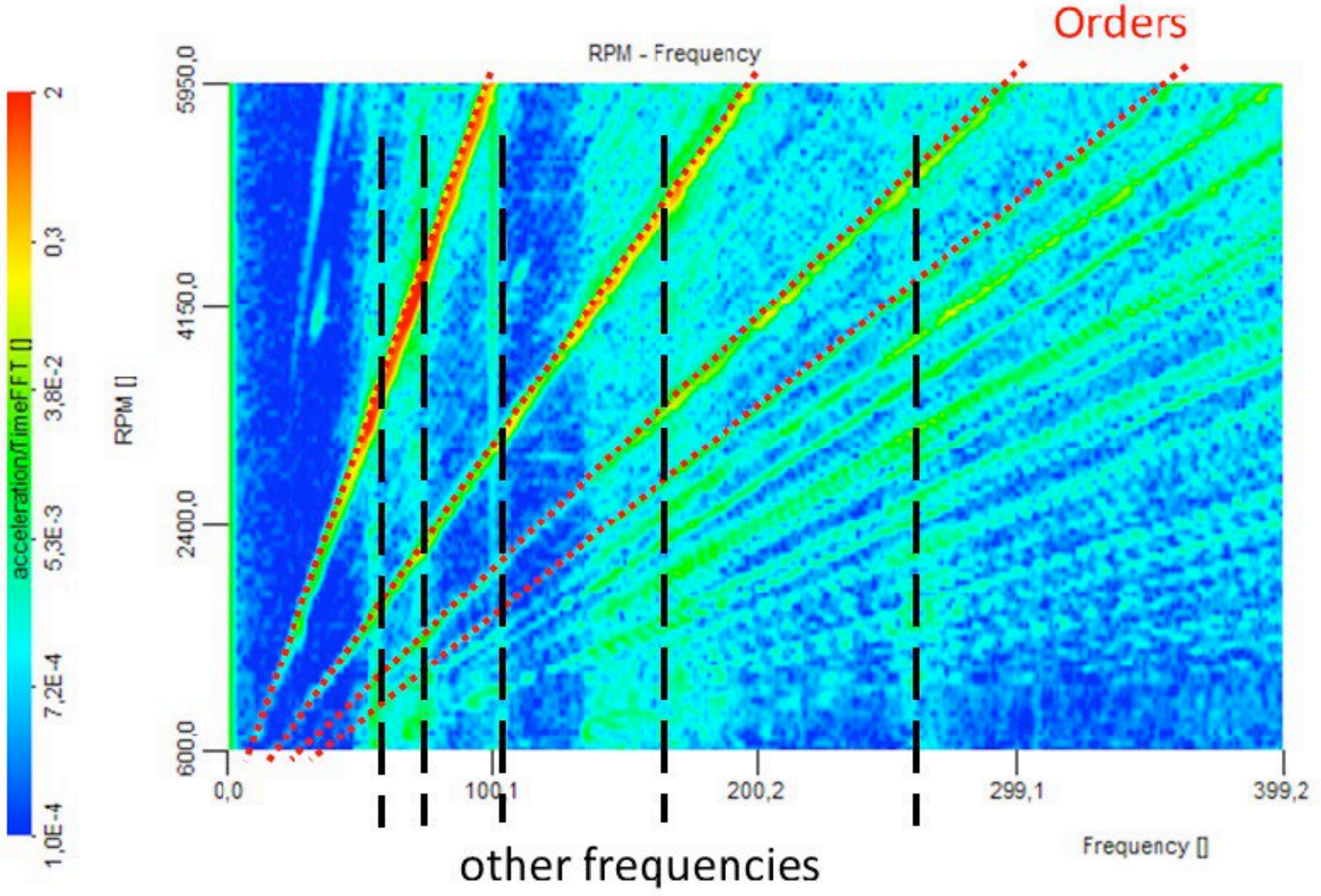
Con il ricampionamento i picchi restano stabili e molto più definiti!



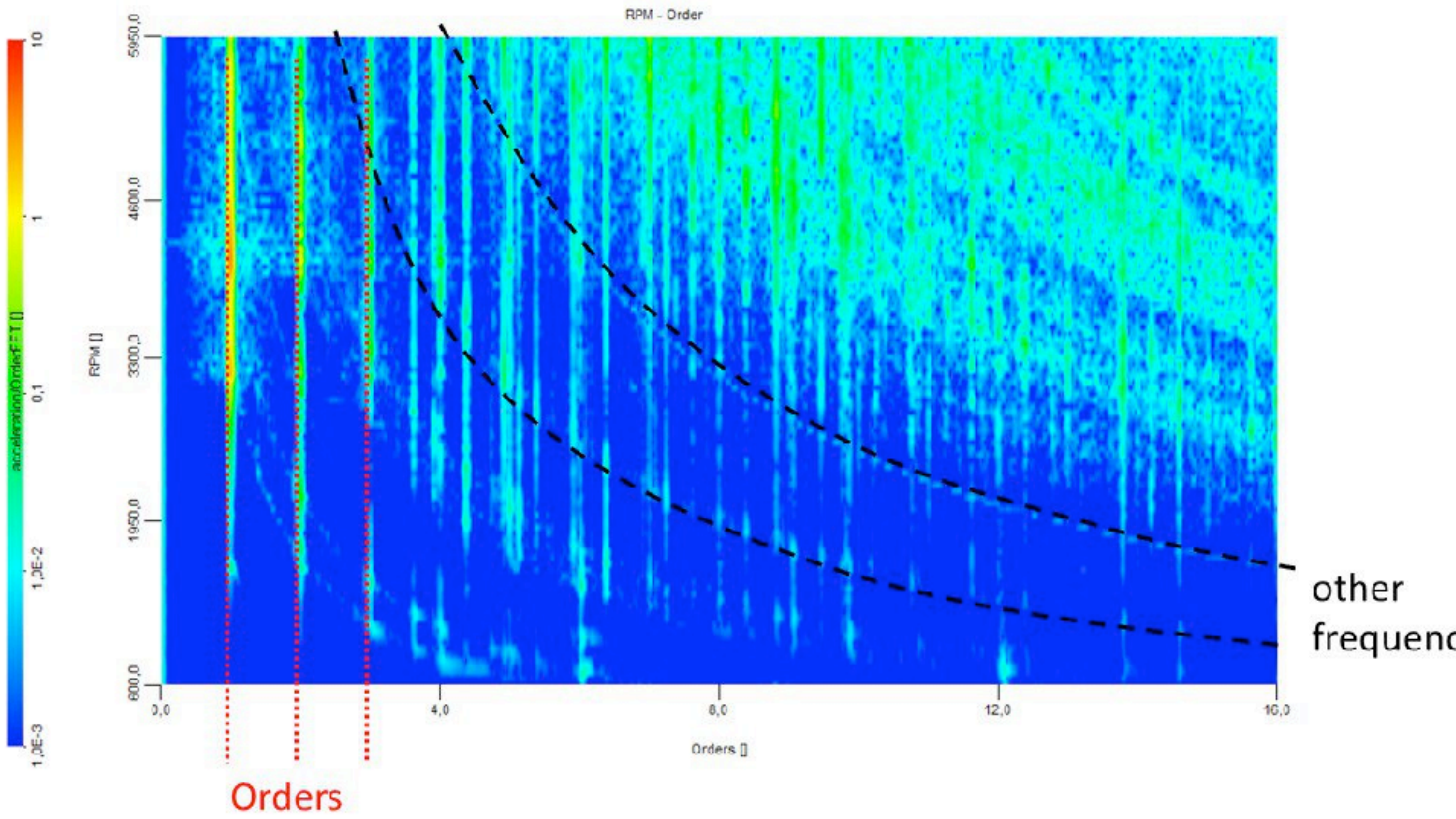


Luigi BREGANT
bregant@units.it

Waterfall tempo-frequenza

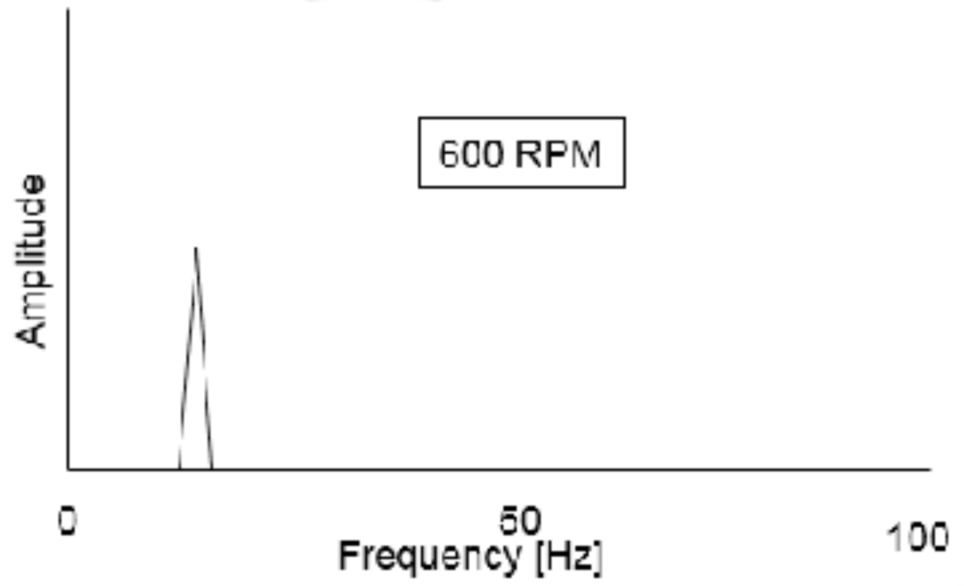


Waterfall tempo-ordine

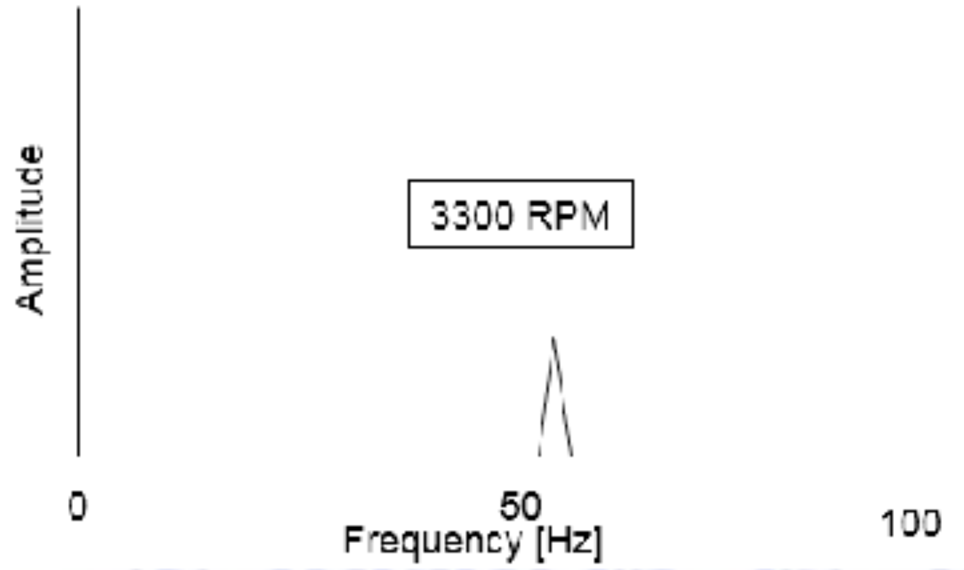


Immaginiamo di prendere un rotore squilibrato,
a vari regimi di rotazione, avremmo spettri diversi..

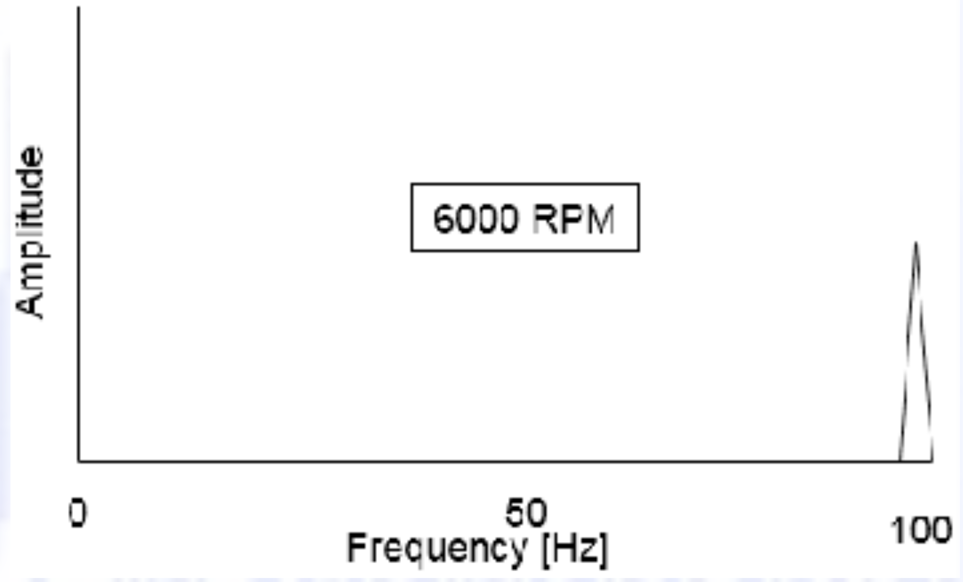
@600 rpm



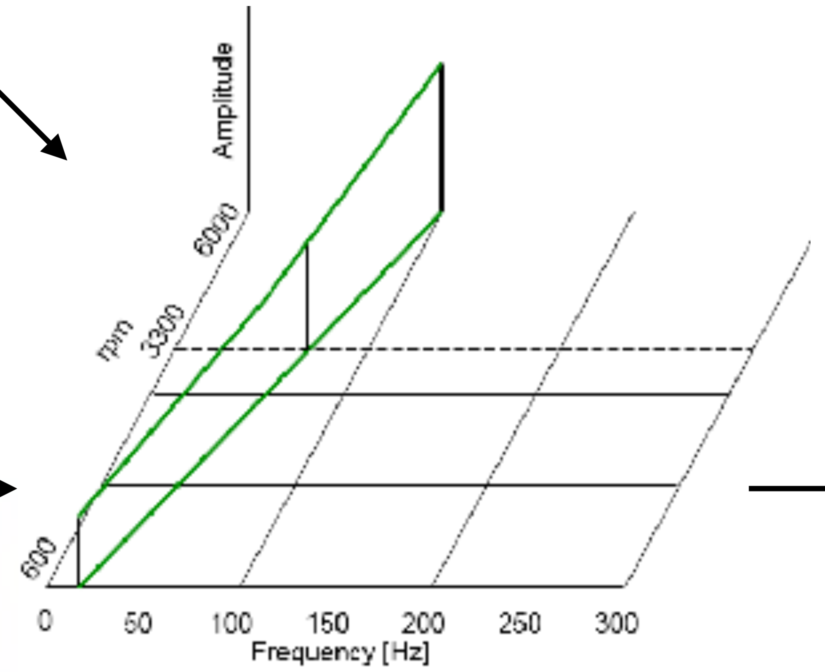
@3300 rpm

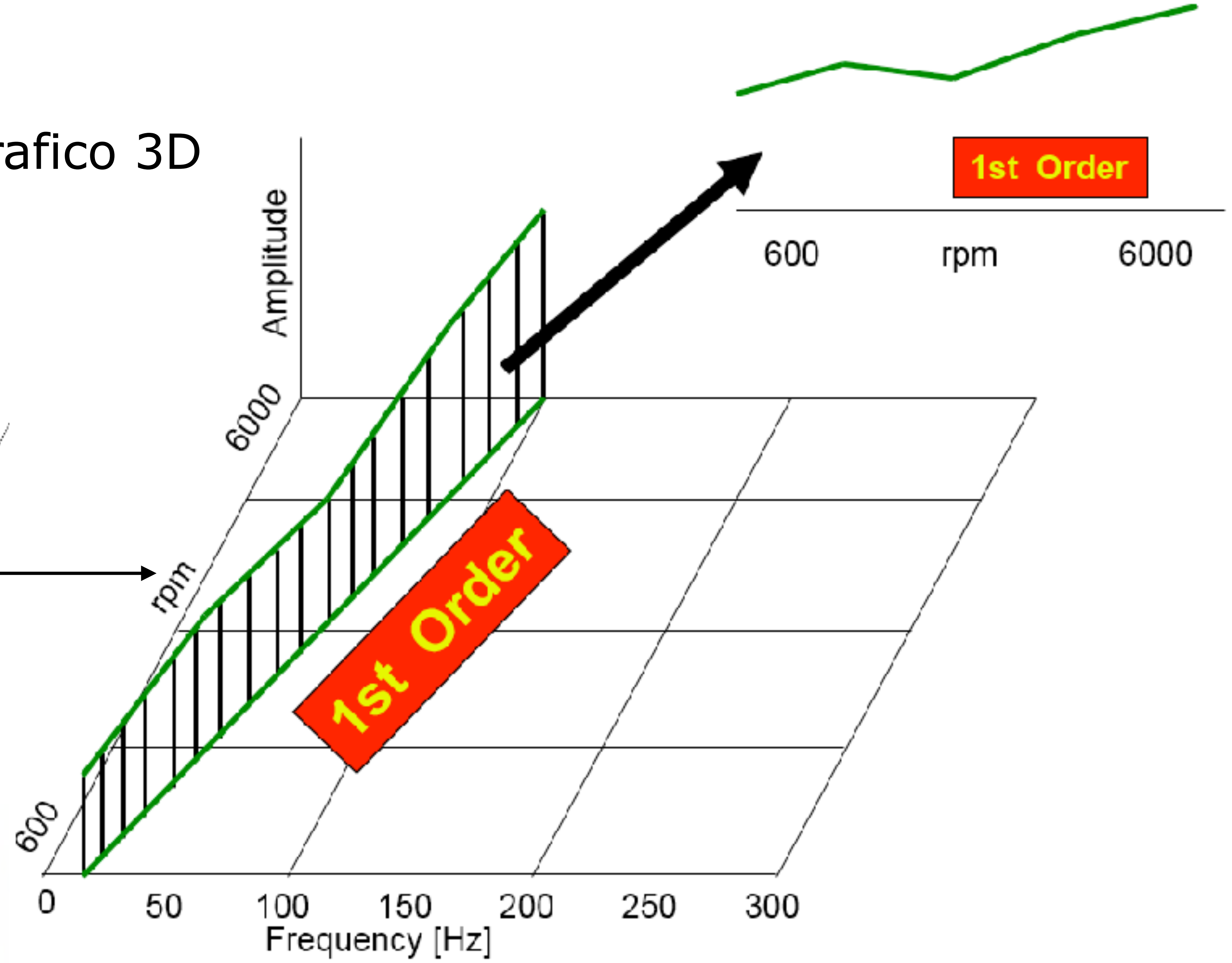


@6000 rpm



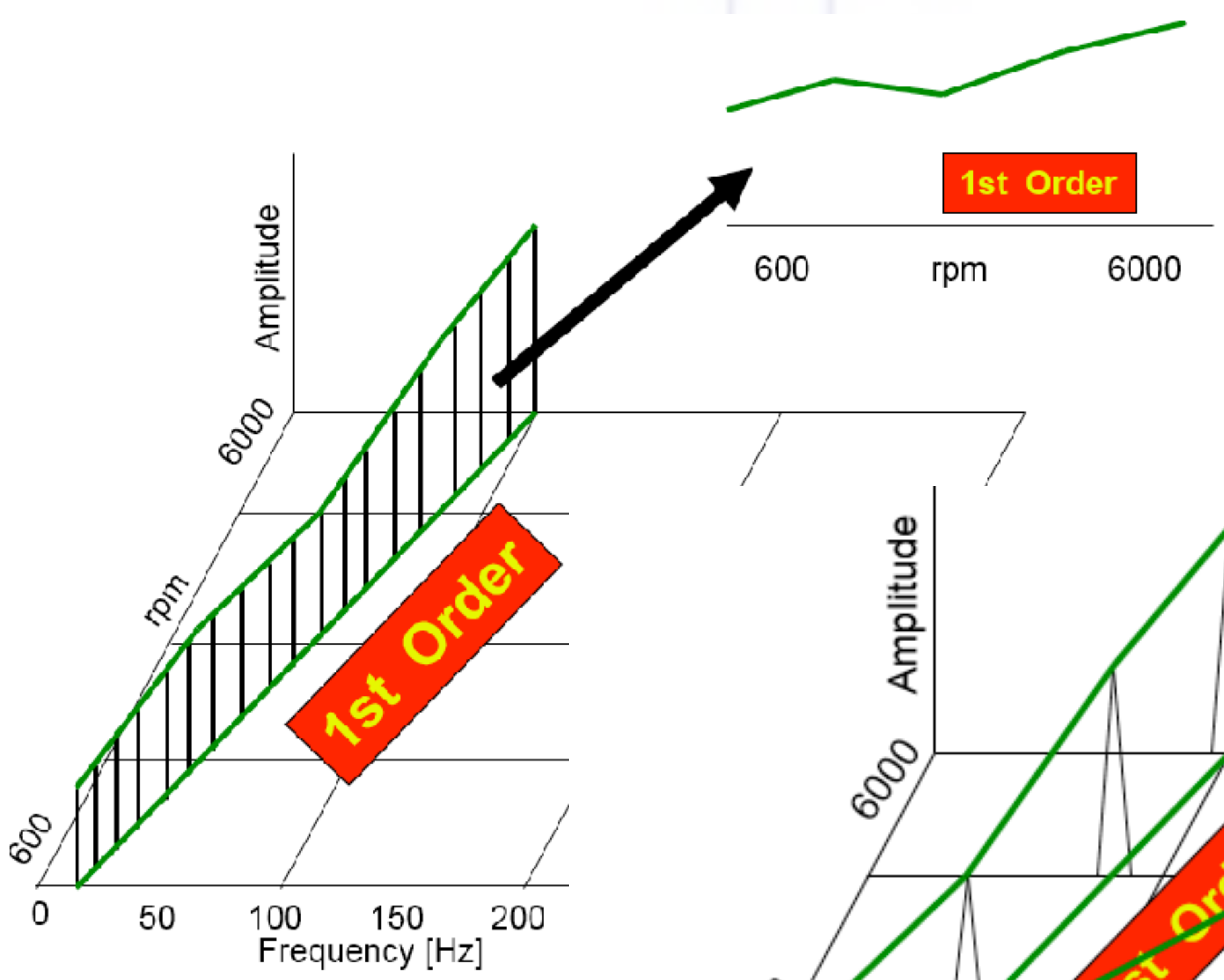
.combinandoli in un grafico 3D

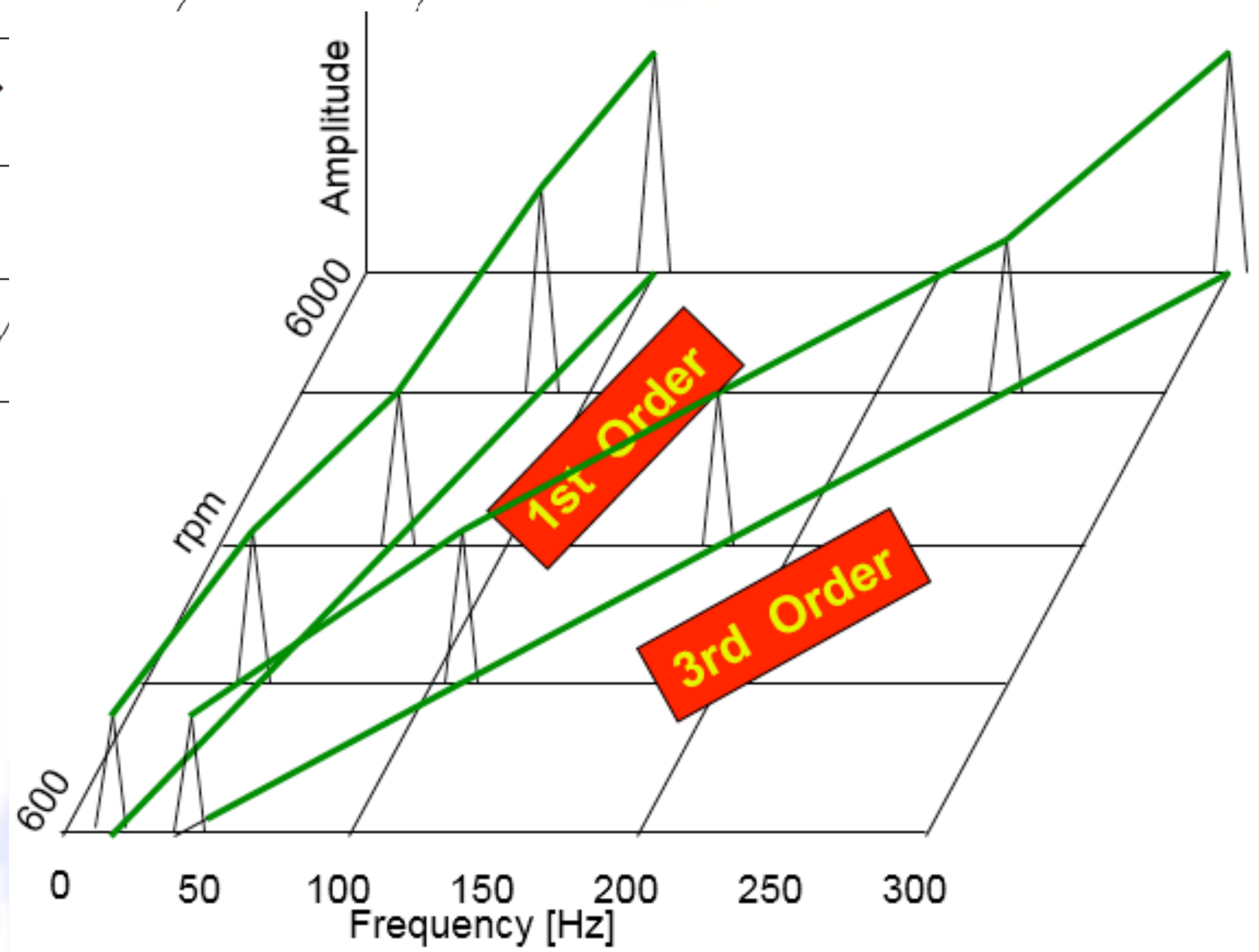


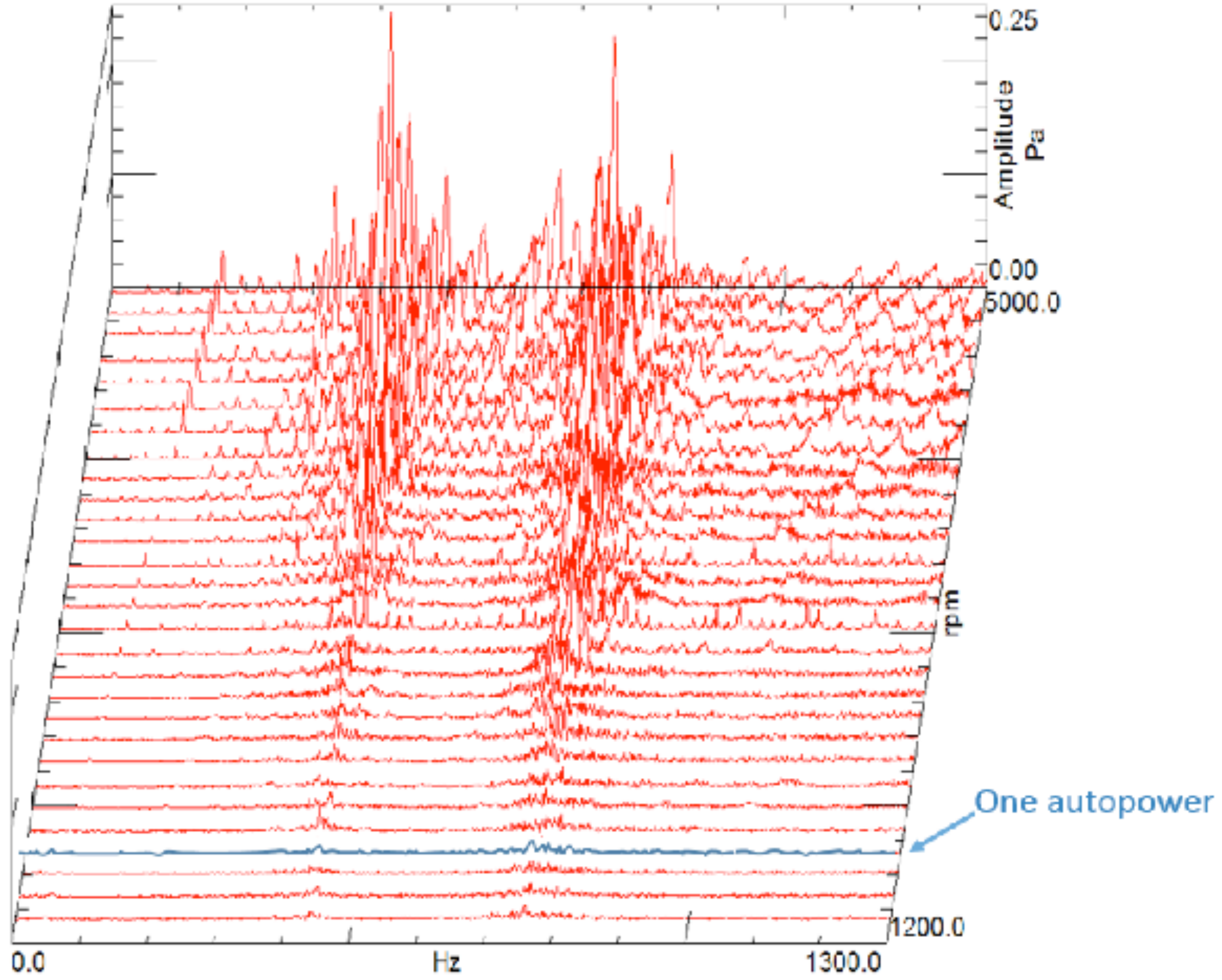


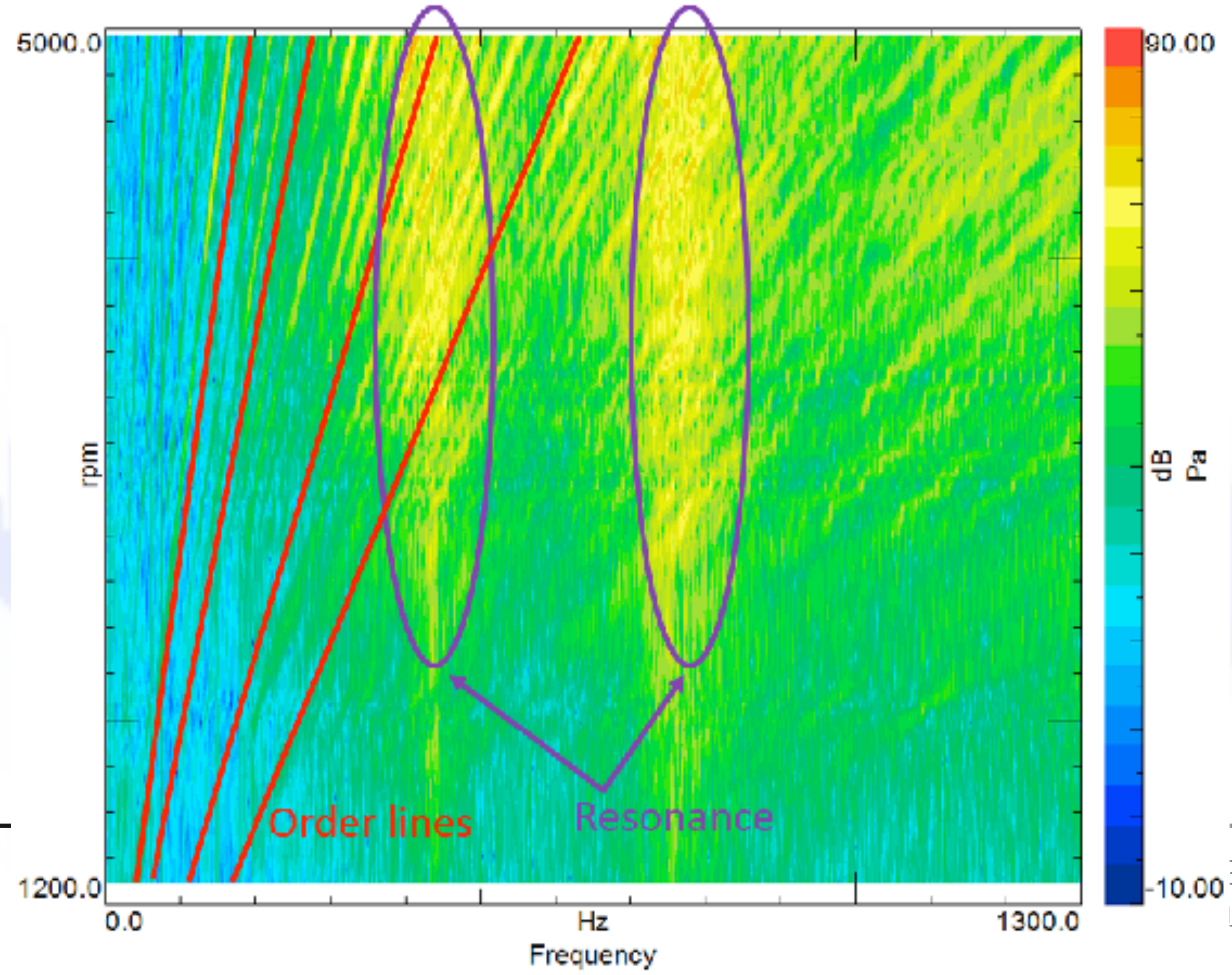
..variando gli rpm in maniera continua

Se a questo albero fosse connesso un
altro albero con un rapporto di trasmissione 1:3
lo spettro contrerebbe anche le informazioni del secondo albero ..









Regime Stazionario

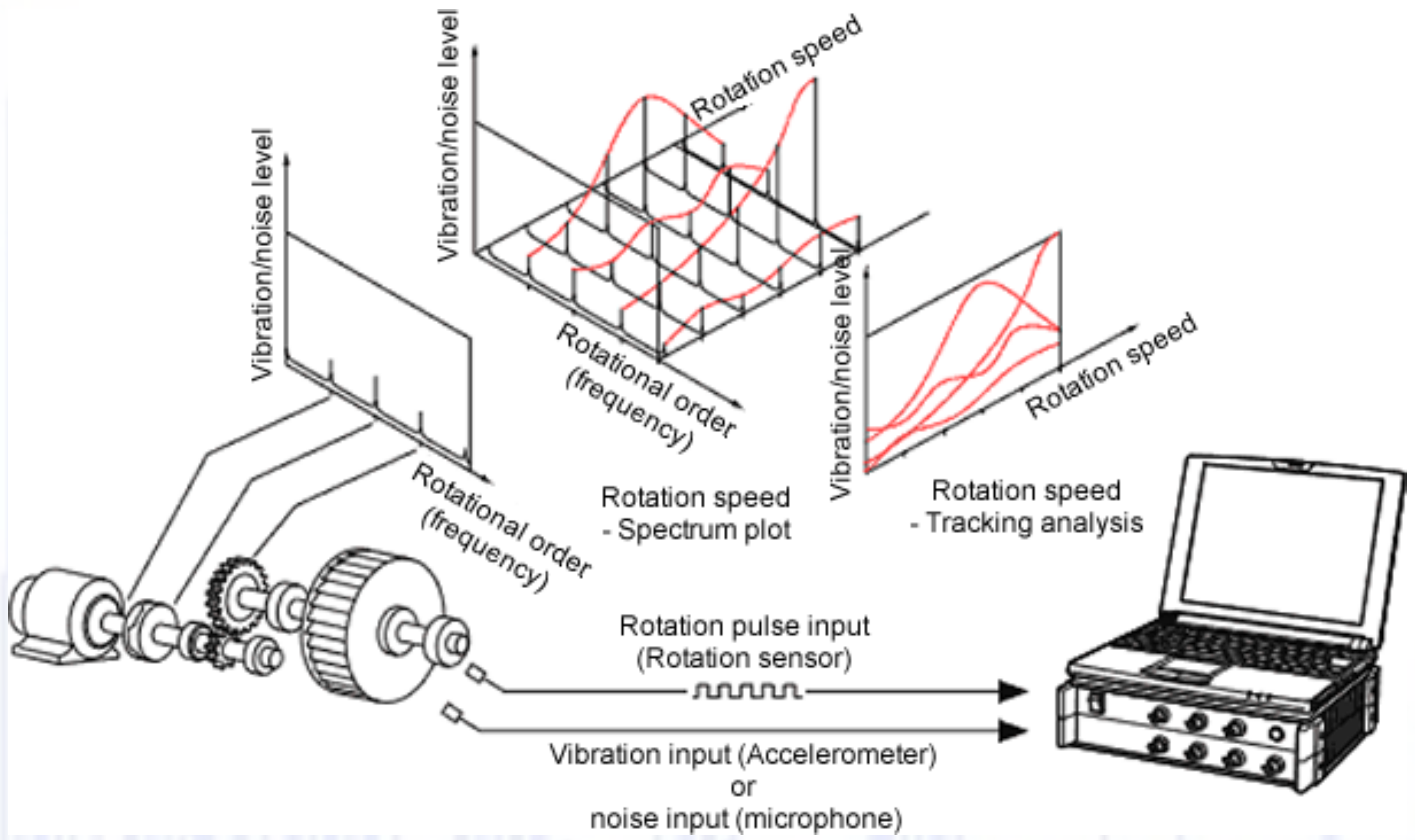
Acquisizione nel tempo
(equispaziata in t)

Trasformata di Fourier

Spettro in frequenza

Waterfall tempo-frequenza

Aggiunta della Tachimetrica
(equispaziata in t)



Regime NON Stazionario

Ricampionamento nell'angolo
(equispaziata in θ)

Trasformata di Fourier

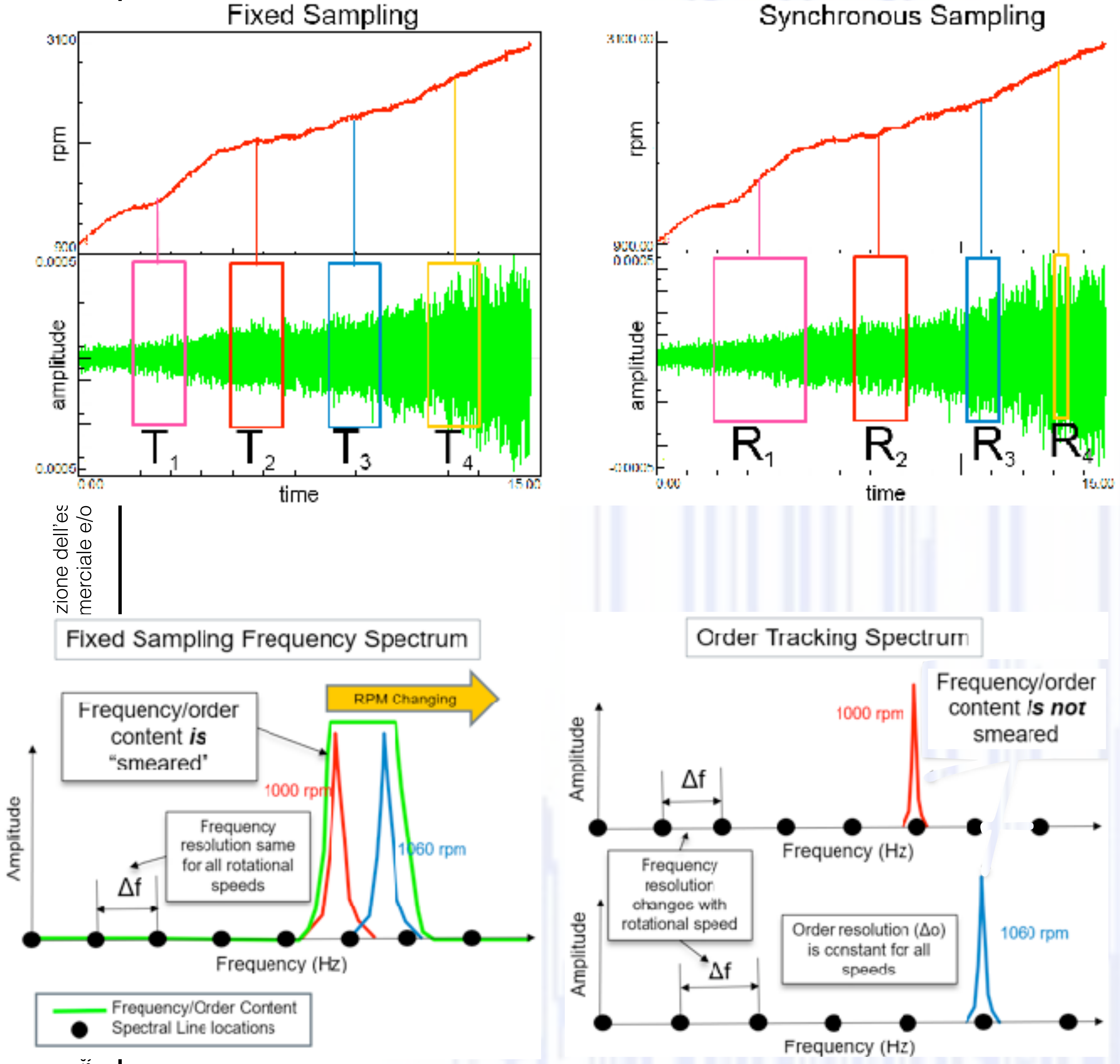
Spettro in ordine

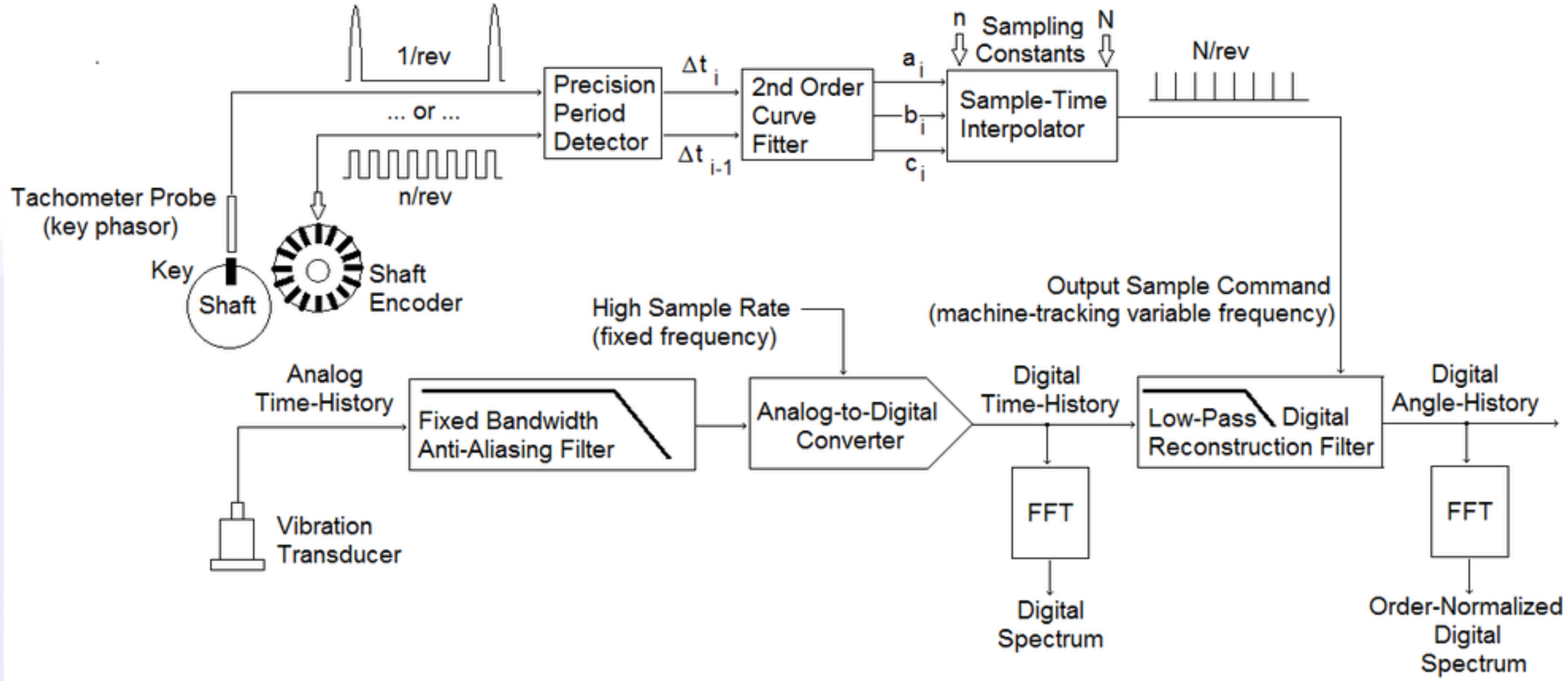
Waterfall tempo-ordine

Range di frequenza
> dipende dalla frequenza di campionamento
Risoluzione in frequenza
> dipende dal numero di campioni acquisiti

Range in ordini
> dipende dal numero di campioni in un giro
Risoluzione in ordini
> dipende dal numero di giri di rotazione acquisiti

Lo schema completo di un sistema di acquisizione dati per l'anali agli ordini..





Strumenti e Metodi Sperimentali