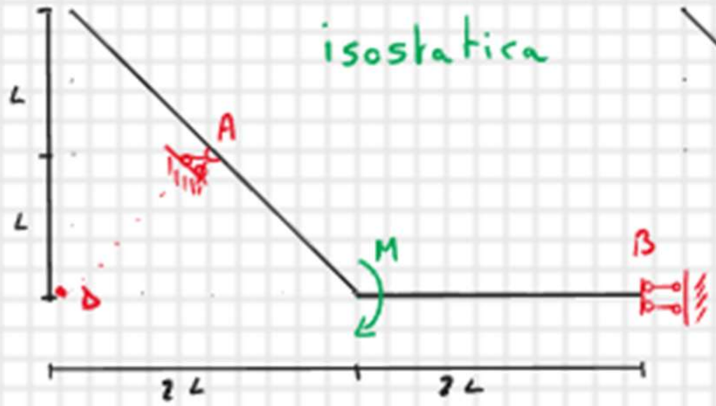
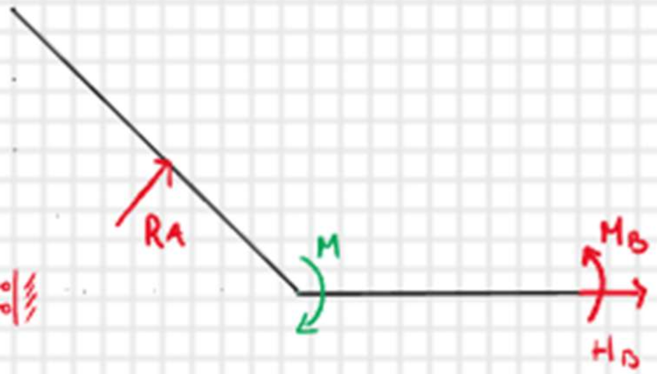
Titolo:

isostatica





Eq. cardinali

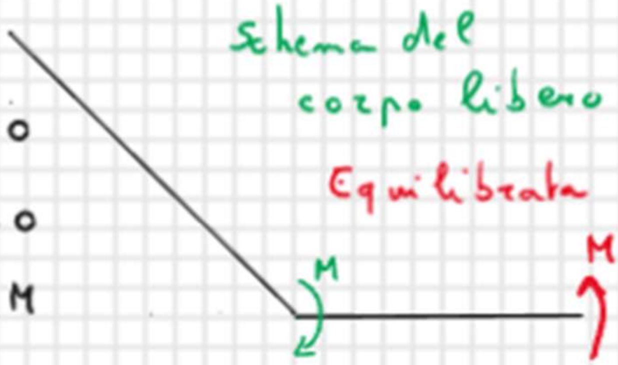
1) $H_b + R_A \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ $\qquad H_B = 0$

2) $R_A \sqrt{2}/2 = 0 \longrightarrow R_A = 0$

M_D 3) $M_B - M = 0$ $\qquad M_B = M$

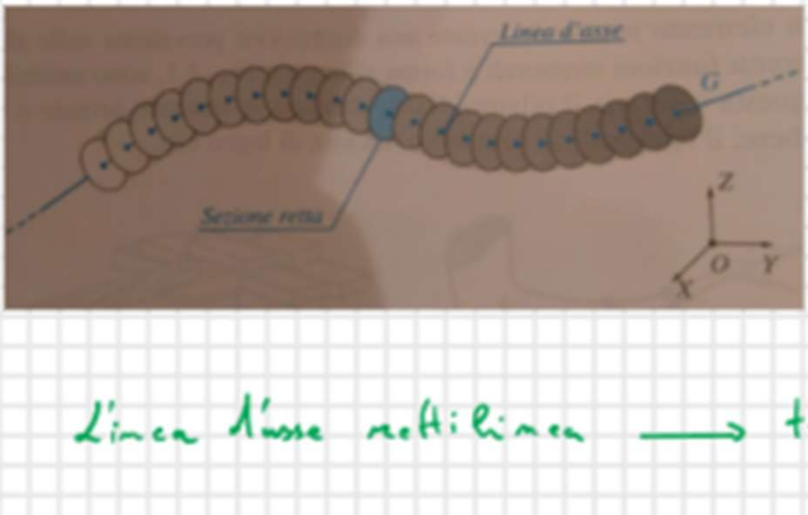
Schema del corpo libero

Equilibrata



Caratteristiche di sollecitazione
(o azioni interne)

Trave: corpo tridimensionale, con la lunghezza preponderante rispetto ad una lunghezza che caratterizza la sua sezione



Caratterizzata:

- linea asse
- sezione trasversale

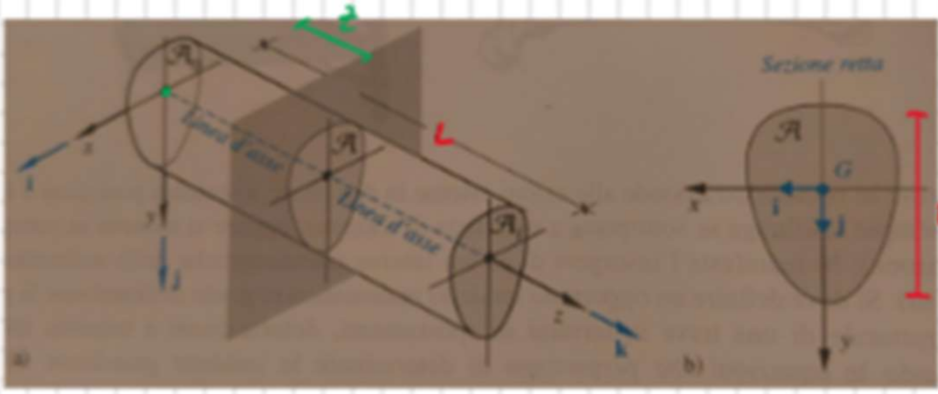
(A, G, I_{max}, I_{min})

Linea d'asse rettilinea $\longrightarrow$ trave rettilinea

Titolo:

Rapporto tra lunghezza del corpo e una lunghezza caratteristica della sezione

$\frac{B}{L} \le \frac{1}{10}$ **Trave**

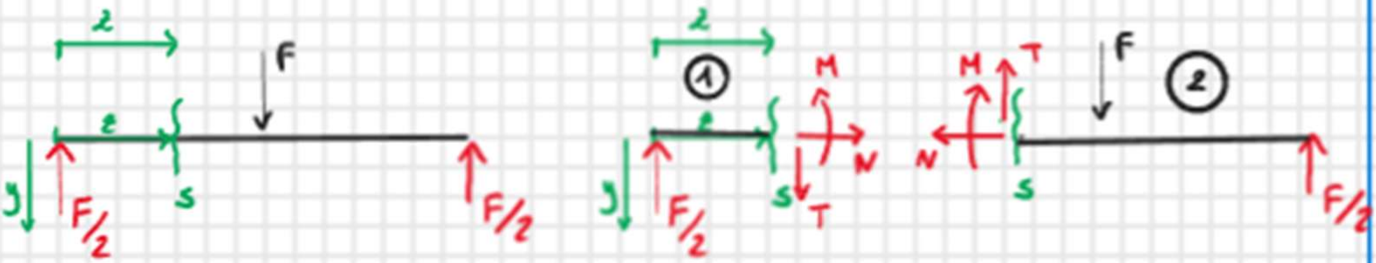


Terna locale (O,x,y,z)
O sul baricentro della sezione
z lungo l'asse della trave
y verso il basso
x uscente dal foglio

Trave piana : . linea d'asse giace su un piano Π
. "assi principali d'inerzia giace sul piano"

Il baricentro G della sezione trasla lungo la linea d'asse

Equilibrata



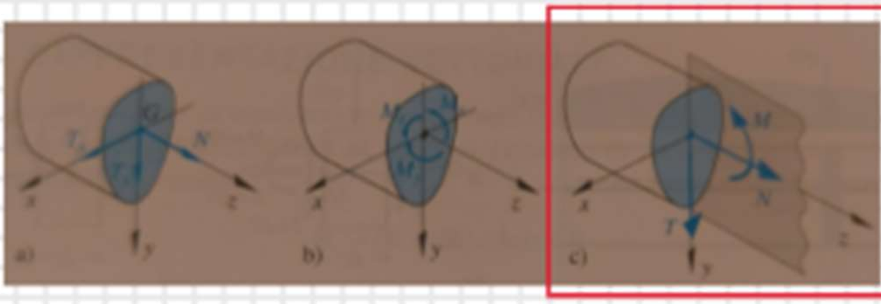
La sezione s è individuata dalla coordinata locale z

La parte ① e ② sono equilibrate da N, T, M

N(z), T(z), M(z) dipendono dalla sezione che scelgo

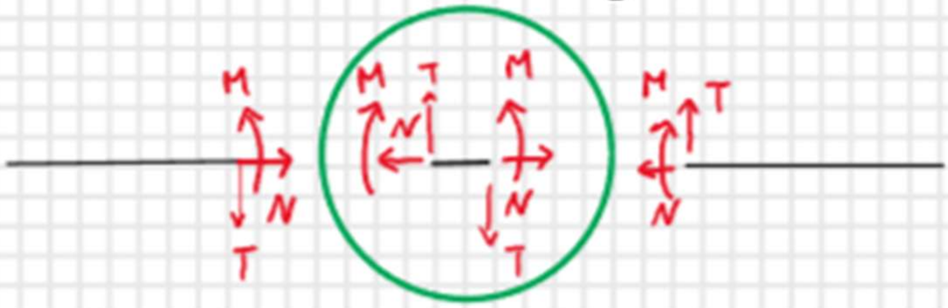
N(z)	Forza assiale (azione assiale)	[N]	Azioni
T(z)	Forza tagliante , Taglio	[N]	interne
M(z)	Momento flettente	[Nm]	o c.d.s.

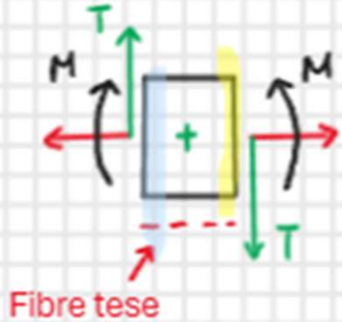
Titolo:



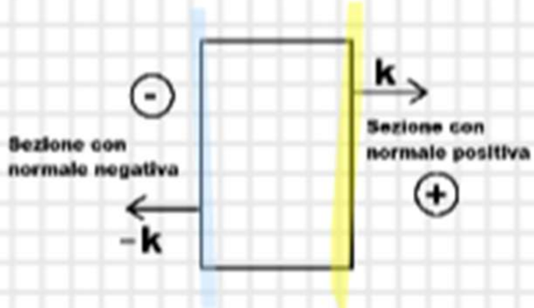
Caratteristiche di sollecitazione nel caso piano

Convenzione sui segni delle azioni interne





concio elementare
(convenzione)

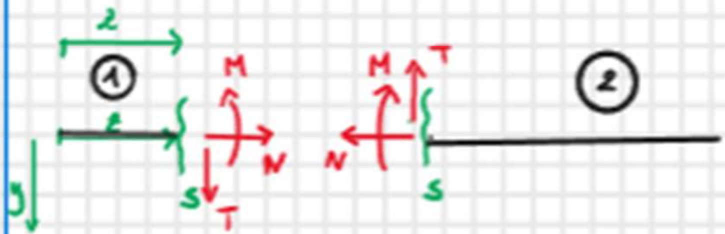


N>0 azione assiale positiva se di trazione

T>0 Taglio positivo genera una rotazione oraria del concio

M>0 Momento flettente positivo tende le fibre inferiore del concio

Un modo alternativo per ricordarsi le convenzioni sul segno

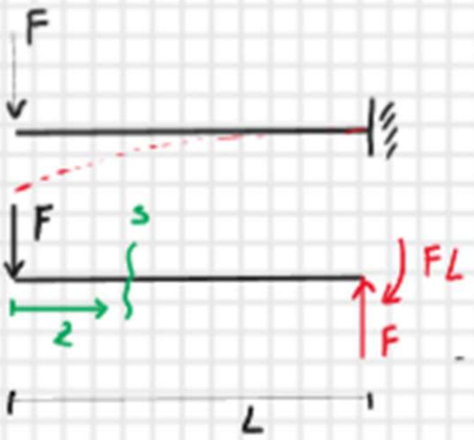


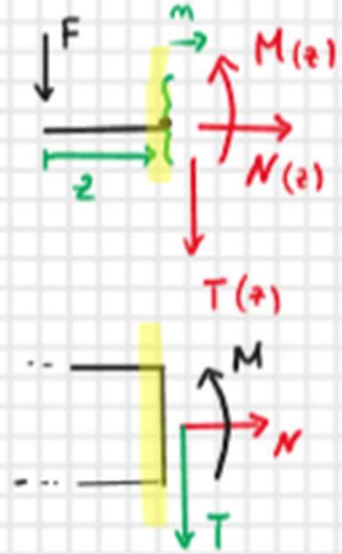
T è positivo, fa ruotare in senso orario la parte di trave (1 o 2) sulla quale è applicato

M è positivo, la freccia ricurva si allontana dall'asse delle y positivo (y positivo verso il basso)

Titolo:

Come calcolare N, T e M





Isolo il tratto di trave delimitato dalla sezione S, applico le azioni interne secondo la convenzione riportata nel concio elementare, guadando la faccia corrispondente del concio (con normale positiva, la gialla, la destra)

Equazioni equilibrio del tratto delimitato dalla sezione

1) $N(z) = 0$ Lungo l'asse

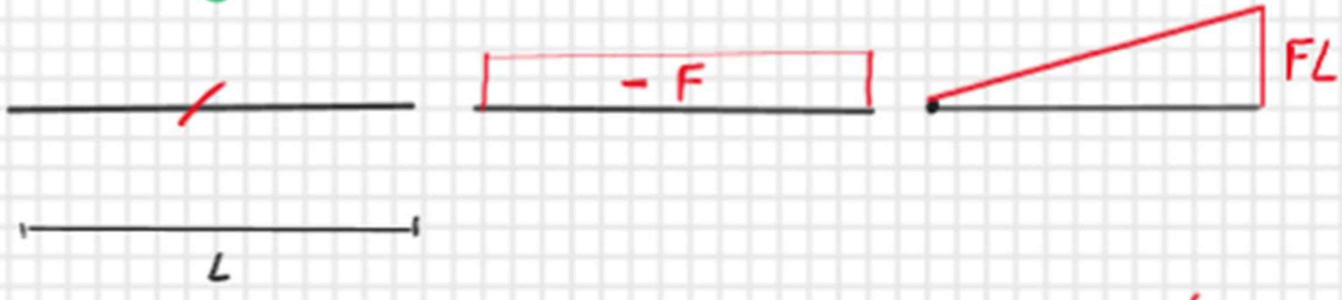
2) $-F - T(z) = 0$ Perpendicolarmente all'asse

3) $F \cdot z + M(z) = 0$ Rispetto al baricentro della sezione (Polo)

Per i segni nelle equazioni di equilibrio, vale quanto detto per le reazioni vincolari, (non sono legati a quelli riportati nel concio elementare

$$N(z) = 0 \qquad T(z) = -F \qquad M(z) = -Fz$$

Diagrammi delle sollecitazioni



Azione assiale

Taglio

Momento flettente

Titolo:

Importante

I diagrammi di N(z) e T(z) si riportano col segno (+ e -) ottenuto

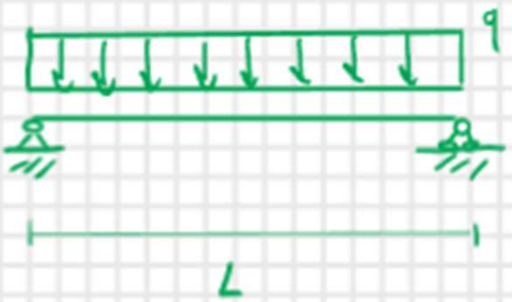
Il diagramma di M(z) lo traccio sul lato delle fibre tese della trave, quando nella formula ha segno positivo lo traccio dal lato delle y positive

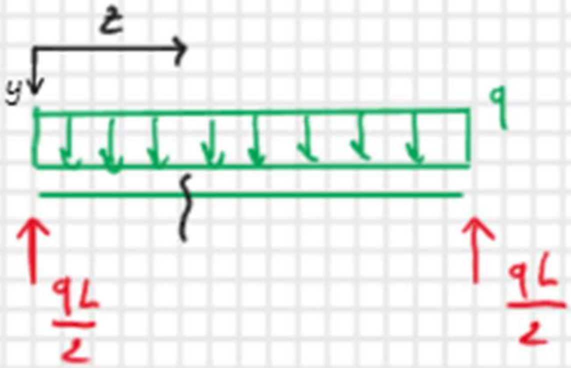
- Dai diagrammi selezioniamo le sezioni più sollecitate della struttura

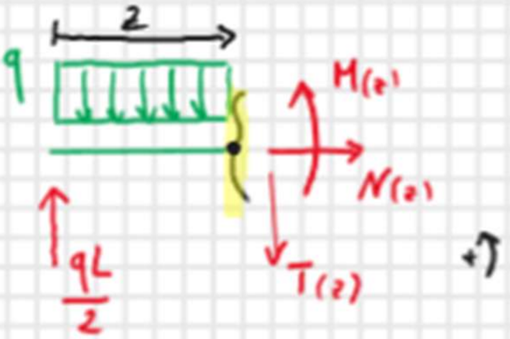
  $\sigma = \frac{M}{I} y \longrightarrow$ Calcoliamo gli sforzi nelle sezioni più sollecitate (corsi successivi)

- In base ai diagrammi calcoliamo le armature nelle travi in calcestruzzo armato

Es.





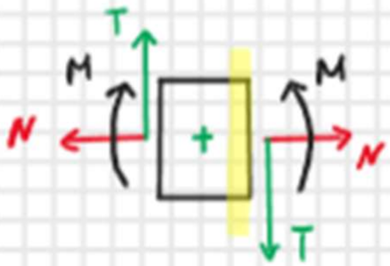


Eq. di equilibrio

1) $N(z) = 0$

2) $-qz + q\frac{L}{2} - T(z) = 0$

3) $M(z) - \left(q\frac{L}{2}\right)z + (qz)\left(\frac{z}{2}\right) = 0$



$N(z) = 0$

$T(z) = \frac{qL}{2} - qz$

$M(z) = \frac{qL}{2}z - q\frac{z^2}{2}$

Titolo:

$N(z) = 0$

$T(z) = \frac{qL}{2} - qz$

$T(0) = qL/2$

$T(L) = -qL/2$

$T(\frac{L}{2}) = 0 \xrightarrow[T=0,\ M_{max}]{} M(\frac{L}{2}) = \frac{qL^2}{8}$

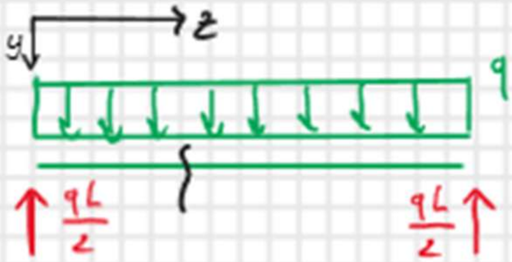
$M(z) = \frac{qL}{2}z - q\frac{z^2}{2}$

$M(0) = 0$

$M(L) = 0$

$M_{max} = qL^2/8$

I valori delle azioni interne alle estremità della trave corrispondono ai valori delle reazioni vincolari dello schema di corpo libero col segno dato dalla convenzione riportatata nel concio elementare. Confronta il diagramma di T e lo schema qui sotto



Momento flettente dal lato delle fibre tese (nelle formule positivo, quindi dal lato delle y locali positive)

Momento flettente é nullo nelle cerniere se non ci sono momenti esterni applicati

Considerazioni generali sull'andamento dei diagrammi

- Momento è massimo dove si annulla il taglio

- carico distribuito nullo, Taglio → costante; Momento flettente → lineare

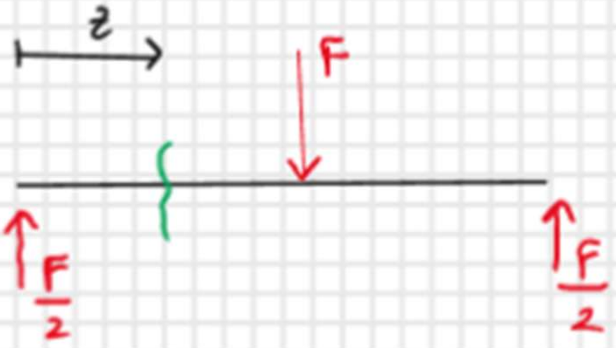
- carico distribuito uniforme, Taglio → lineare; Momento flettente → parabolico

- carico distribuito lineare, Taglio → parabolico; Momento flettente → cubico

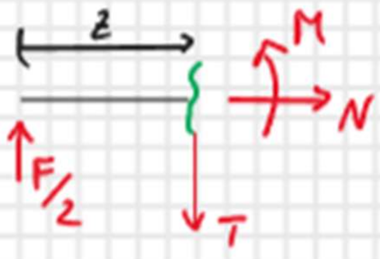
Titolo:

Strutture con discontinuità

- Discontinuità dovute ai carichi (concentrati)

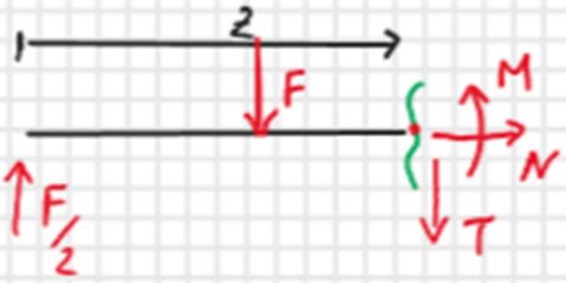


Tratto n° 1 $z \in \left[0 ; \frac{L}{2}\right]$



$$N(z) = 0 \qquad\qquad N(z) = 0$$
$$F/2 - T = 0 \quad \Rightarrow \quad T(z) = F/2$$
$$M - F/2 \cdot z = 0 \qquad\qquad M(z) = \frac{F}{2} z$$

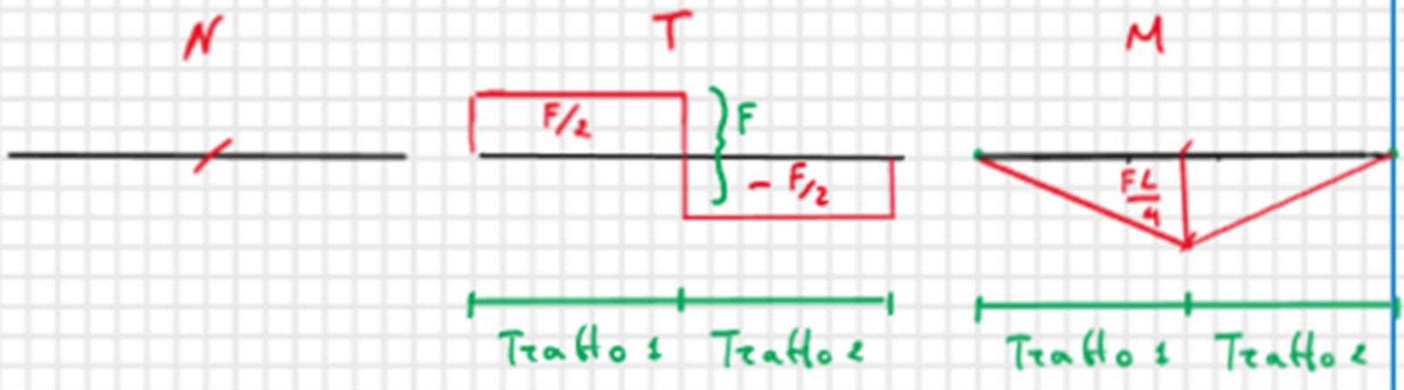
Tratto n° 2 $z \in \left[\frac{L}{2} ; L\right]$ Supero il carico F



$$N(z) = 0$$
$$\frac{F}{2} - F - T(z) = 0$$
$$M - \frac{F}{2} z + F\left(z - \frac{L}{2}\right) = 0$$

$$N(z) = 0 \quad T(z) = -\frac{F}{2} \quad M(z) = \frac{F}{2} z - F\left(z - \frac{L}{2}\right) = \frac{F}{2}\left(L - z\right)$$

Titolo:



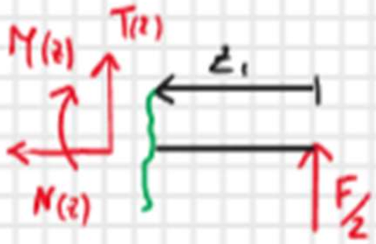
Momento flettente é nullo nelle cerniere se non ci sono momenti esterni applicati

$\boxed{\text{Discontinuità nel passaggio dal tratto 1 al tratto 2 è pari al carico applicato F}}$

Alternativa per calcolare le azioni interne nel tratto 2 (sempre possibile)

Fisso l'origine della coordinata z che individua la sezione nell'estremo destro della trave

Tratto n° 2 $\quad z_1 \in \left[0 ; \frac{L}{2}\right]$



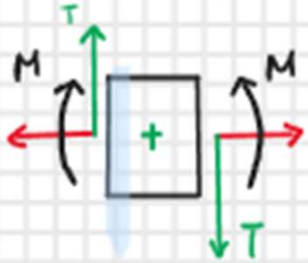
Le equazioni di equilibrio si modificano perchè ho modificato la coordina z rispetto al primo caso

$$N(z_1) = 0$$

$$T(z_1) + \frac{F}{2} = 0$$

$$M(z_1) - \frac{F}{2} z_1 = 0$$

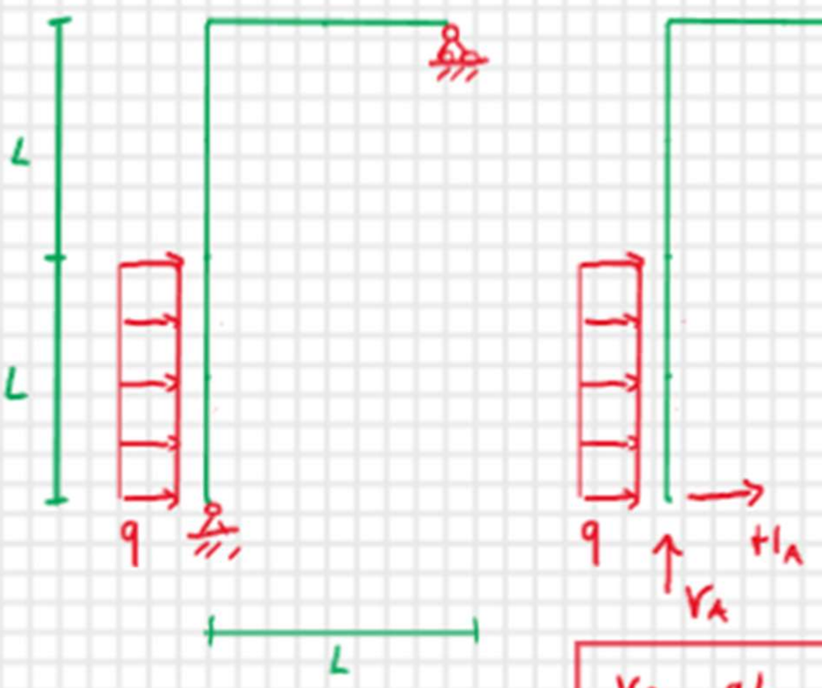
Isolo il tratto di trave delimitato dalla sezione S, applico le azioni interne secondo la convenzione riportata nel concio elementare, guadando la faccia corrispondente del concio (con normale negativa, la celeste, la sinistra)



$$N(z_1) = 0 \qquad T(z_1) = -\frac{F}{2} \qquad M(z_1) = \frac{F}{2} z_1$$

Titolo:

Discontinuità dovute al carico e alla geometria



$H_A + qL = 0$

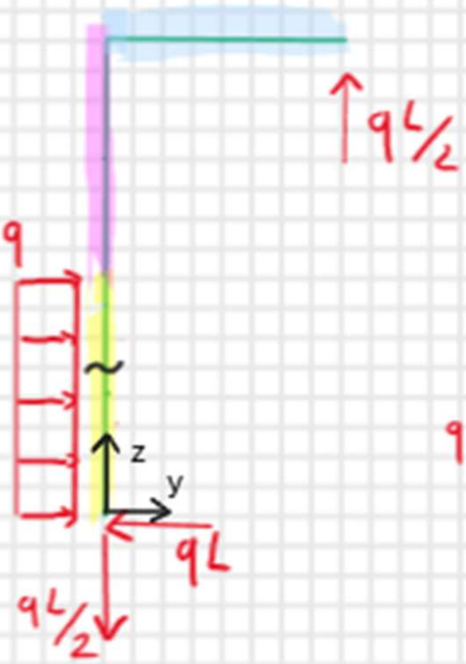
$V_A + V_B = 0$

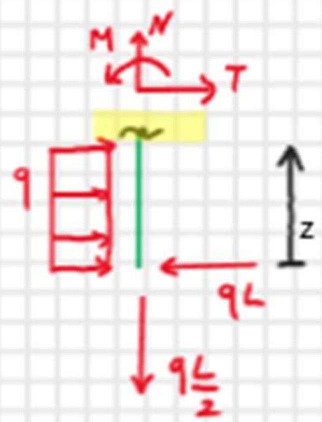
$V_B L - qL\left(\frac{L}{2}\right) = 0$ in A

$\boxed{V_B = q\frac{L}{2} \quad V_A = -q\frac{L}{2} \quad H_A = -qL}$

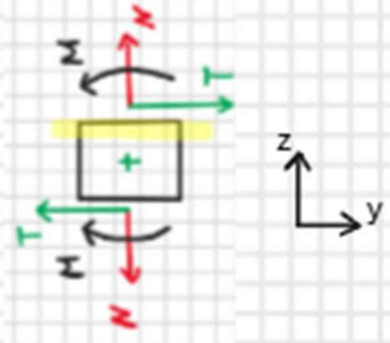
Tre tratti

Tratto n°1 (giallo)





Ruoto il concio di 90° per allinearlo agli assi z e y locali, scelgo la faccia di normale positiva, gialla.



Lungo l'asse

$N(z) - q\frac{L}{2} = 0$

Perpendicolarmente all'asse

$qL - qz - T(z) = 0$

Rispetto al baricentro della sezione (Polo)

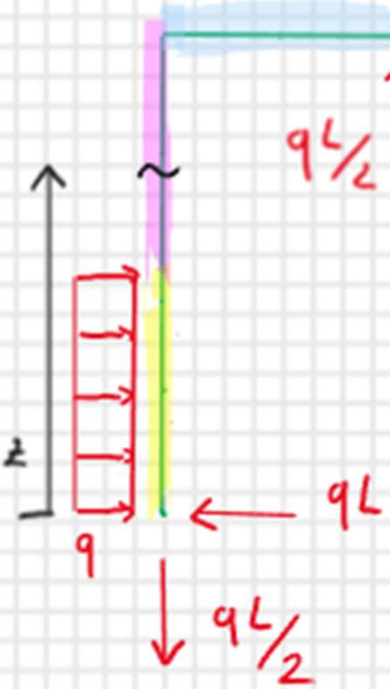
$M(z) - qLz + q\frac{z^2}{2} = 0$

Tratto 1

$N(z) = q\frac{L}{2}$ $\quad T(z) = qL - qz$ $\quad M(z) = qLz - q\frac{z^2}{2}$

Titolo:

Tratto n°2 Supero il carico distribuito



$-N(z) - q\frac{L}{2} = 0$

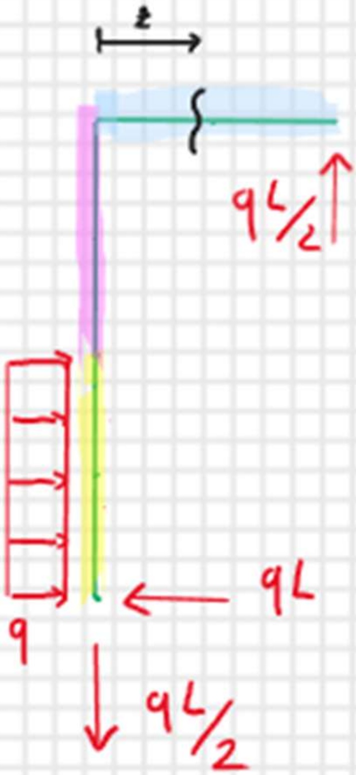
$-qL + qL + T(z) = 0$

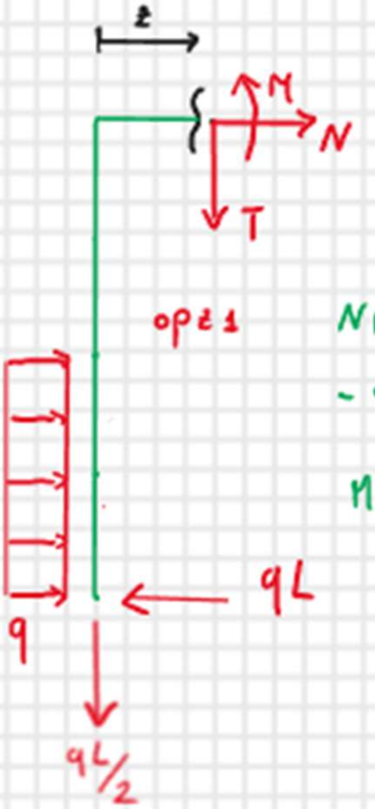
$-qLz + qL\left(z - \frac{L}{2}\right) + M(z) = 0$

Tratto 2

$N(z) = q\frac{L}{2}$ $T(z) = 0$ $M(z) = \cancel{qLz} - \cancel{qLz} + q\frac{L^2}{2} = q\frac{L^2}{2}$

Tratto n°3





op z 1

$N(z) + qL - qL = 0$

$-q\frac{L}{2} - T(z) = 0$

$M(z) + q\frac{L}{2}z + qL\left(L + \frac{L}{2}\right) - qL\,2L = 0$

Titolo:

Tratto 3

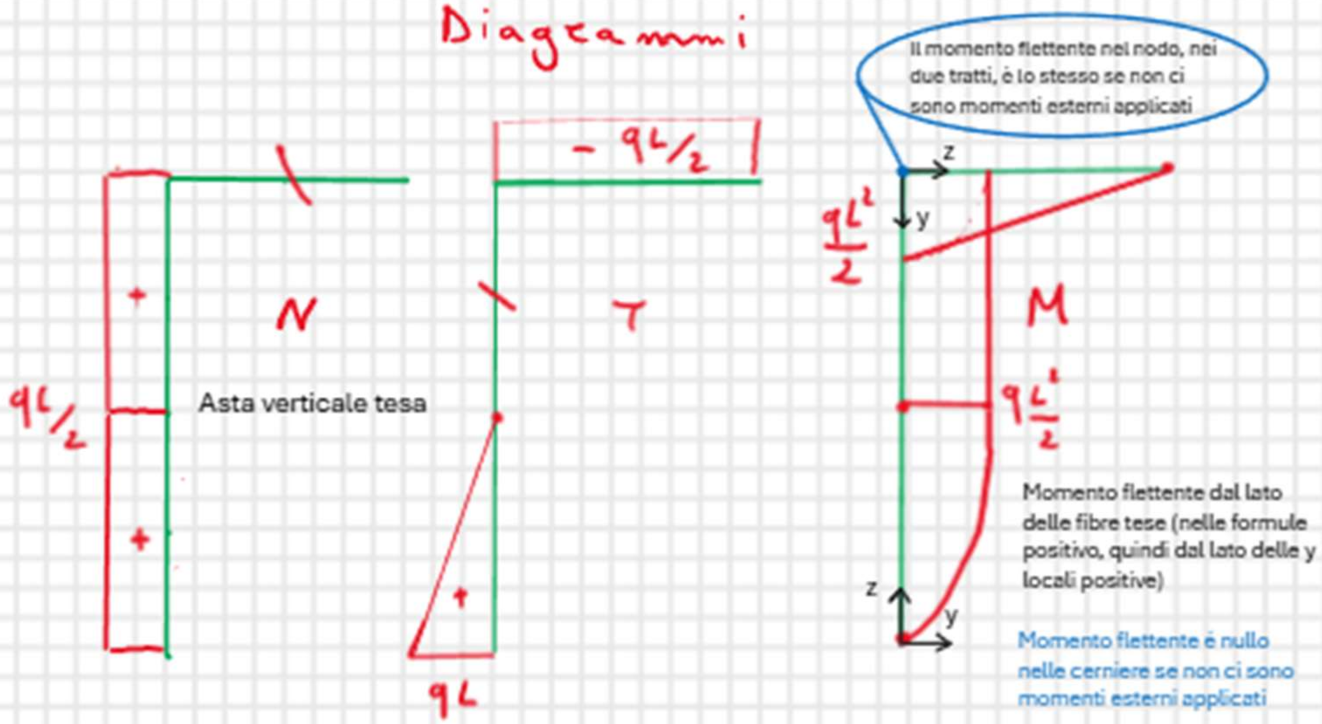
$N(z) = 0 \qquad T(z) = -q\frac{L}{2} \qquad M(z) = \frac{qL^2}{2} - q\frac{L}{2}z$

Alternativa per calcolare le azioni interne nel tratto 3

Fisso l'origine della coordinata z che individua la sezione nell'estremo destro della trave

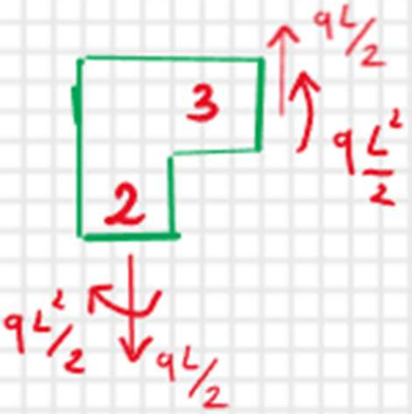
Più semplice

Diagrammi



Equilibrio del nodo tra il tratto 2 e 3

Riporto i valori delle azioni interne in corrispondenza del nodo



I momenti e le forze sono equilibrati