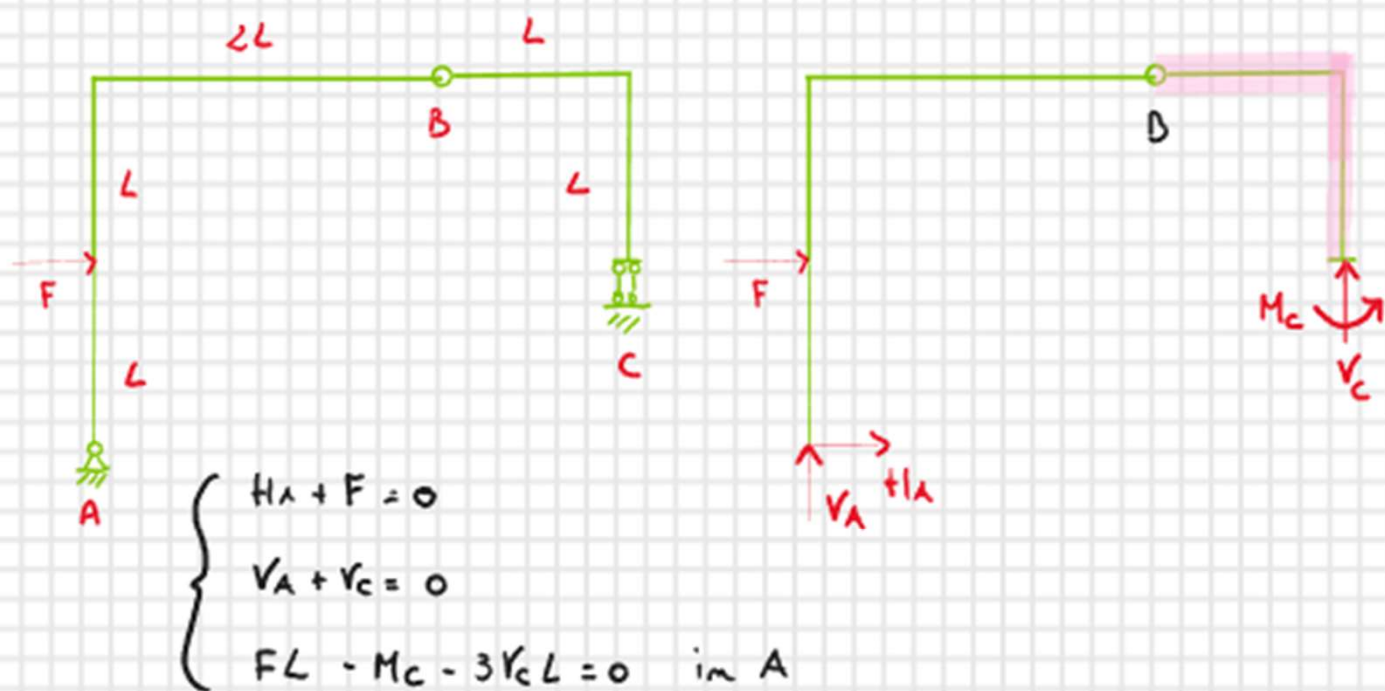
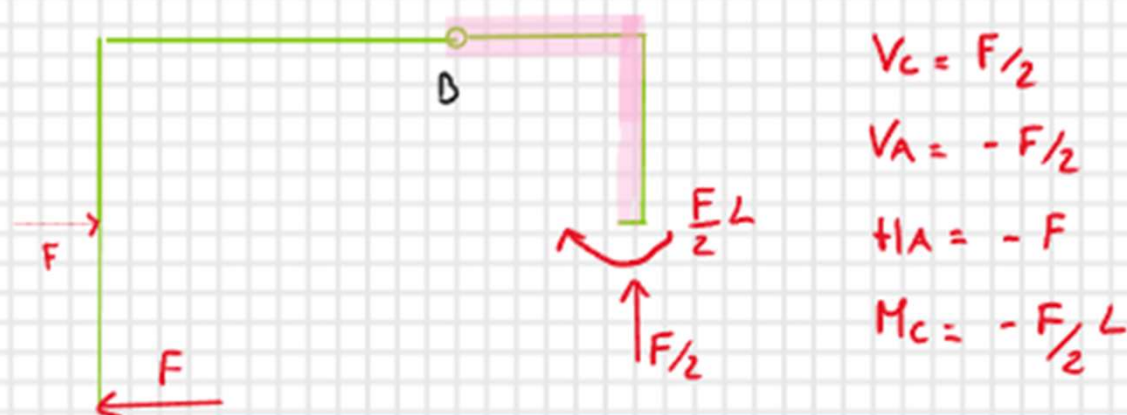


Titolo:

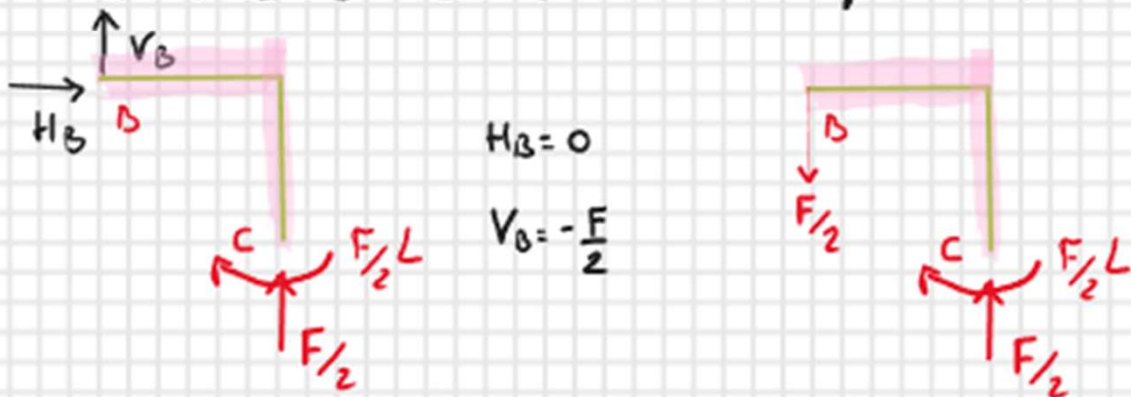
Esempio



in B $M_C + V_C L = 0$ *eq. ausiliaria*
eq. di equilibrio parziale



Possiamo calcolare le forze in B

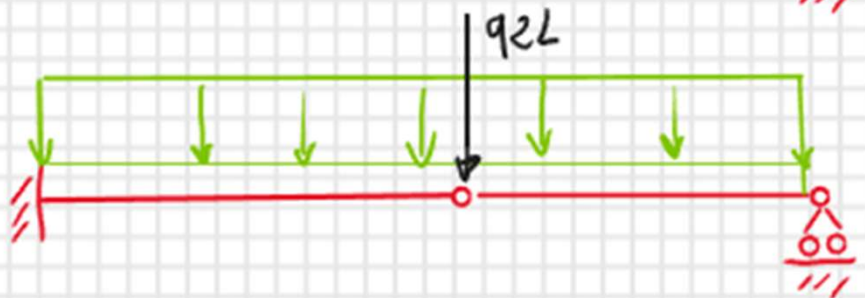


Titolo:

Nota: Attenzione alla ripartizione del carico distribuito



isostatica



NO Sbagliata



SI Corretta

Il carico distribuito lo riconduciamo ad un carico concentrato, ma su ogni singola trave



$$H_A = 0 \quad V_A + V_C = 2qL \quad M_A - 2V_C L - q\frac{L^2}{2} - \frac{3}{2}qL^2 = 0$$

$V_C L - q\frac{L^2}{2} = 0$ eq. ausiliaria della sottostruttura evidenziata in celestino, sulla cerniera B.

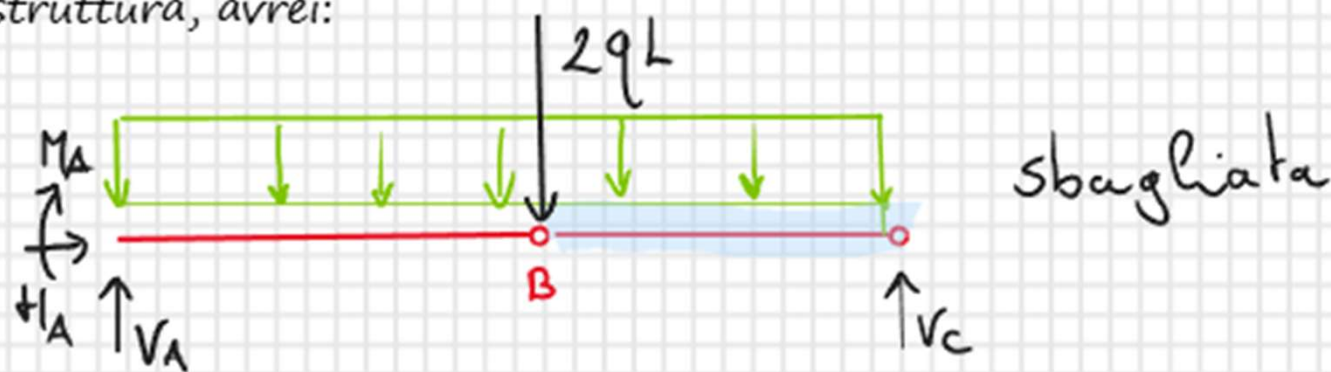
Titolo:

$$V_C = qL/2 \quad V_A = \frac{3}{2} qL \quad M_A = -qL^2/2 \quad t_A = 0$$

Soluzione corretta della struttura



Se il carico concentrato equivalente lo considerassi per l'intera struttura, avrei:



L'equazione ausiliaria risulterebbe: $V_C L = 0$

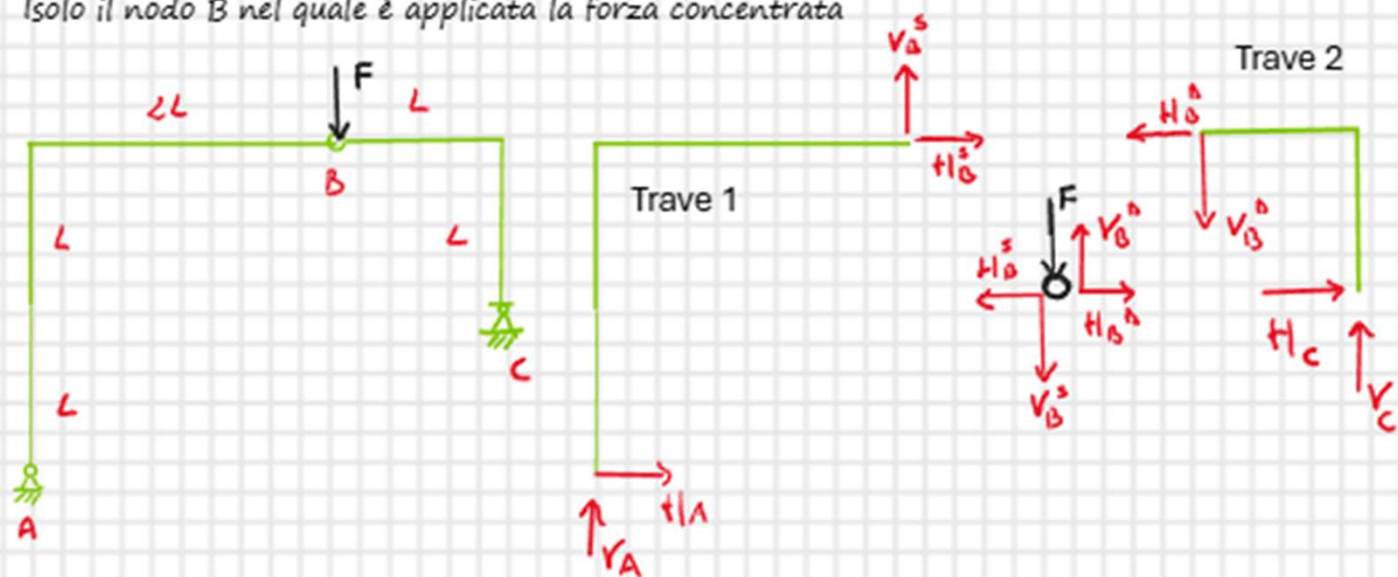
$V_C = 0$ **NO** La trave 2 in celestino risulterebbe scarica

Ripartire il carico su ogni singola trave

Titolo

Carico applicato sulla cerniera

Isolo il nodo B nel quale è applicata la forza concentrata



- Pedice D e S per indicare a destra e a sinistra della cerniera B

Incognite δ ($H_A, V_A, H_B^S, V_B^S, H_B^A, V_B^A, H_C, V_C$)

3 eq. cardinali per ciascuna trave
+
2 equazioni di equilibrio del nodo

2 eq. equilibrio nel nodo B $\left\{ \begin{array}{l} \text{eq. orizzontale} \\ \text{eq. verticale} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -H_D^S + H_B^A = 0 \\ -V_B^S - F + V_B^A = 0 \end{array}$

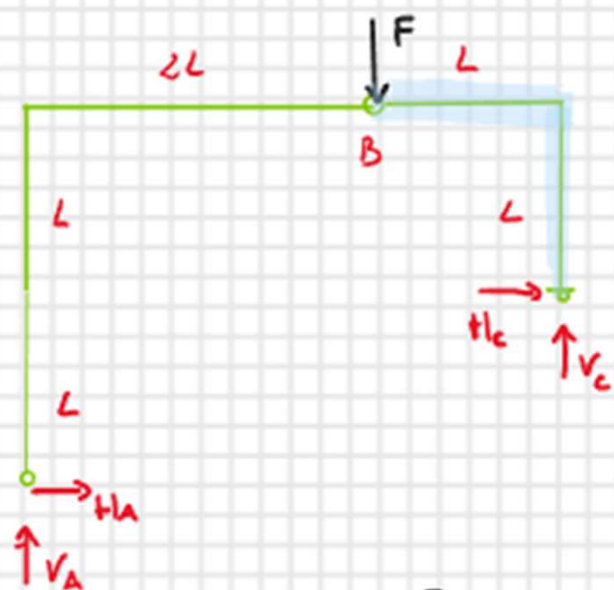
3 E.C.S. per la trave 1

3 E.C.S. per la trave 2

$$\begin{aligned} H_A + H_B^S &= 0 \\ V_A + V_B^S &= 0 \\ V_B^S 2L - H_B^S 2L &= 0 \end{aligned}$$

Titolo

Risolvero la struttura sfruttando una equazione ausiliaria

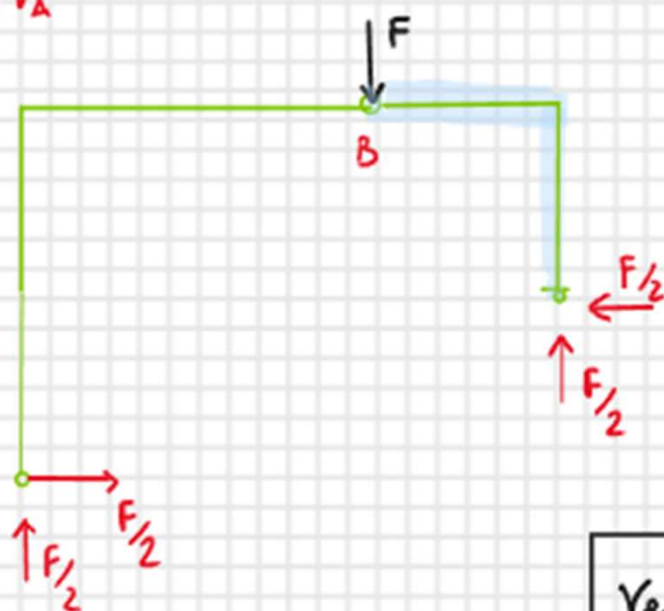


$$H_A + H_C = 0$$

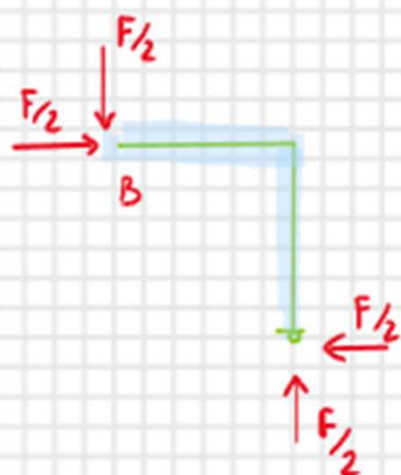
$$V_A + V_C = F$$

$$+V_C 3L - H_C L - F 2L = 0 \quad \text{in A}$$

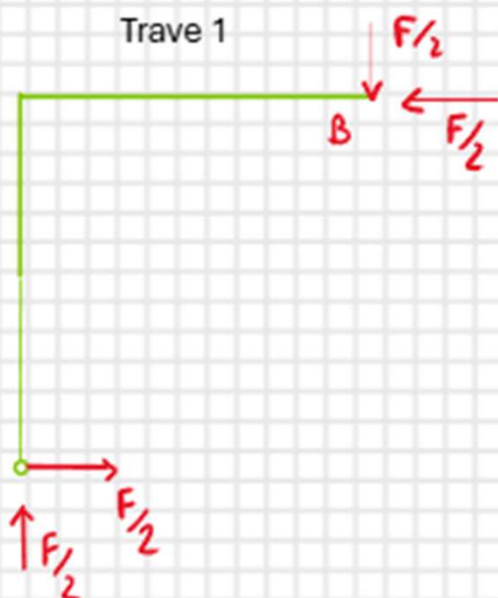
$$V_C L + H_C L = 0 \quad \text{ausiliaria}$$



Trave 2

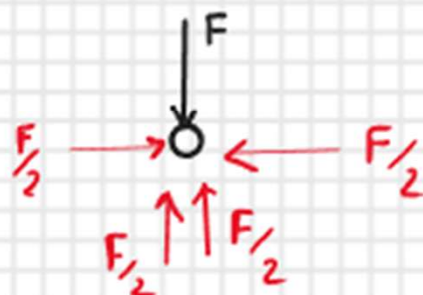


Trave 1



Verifica nel modo B

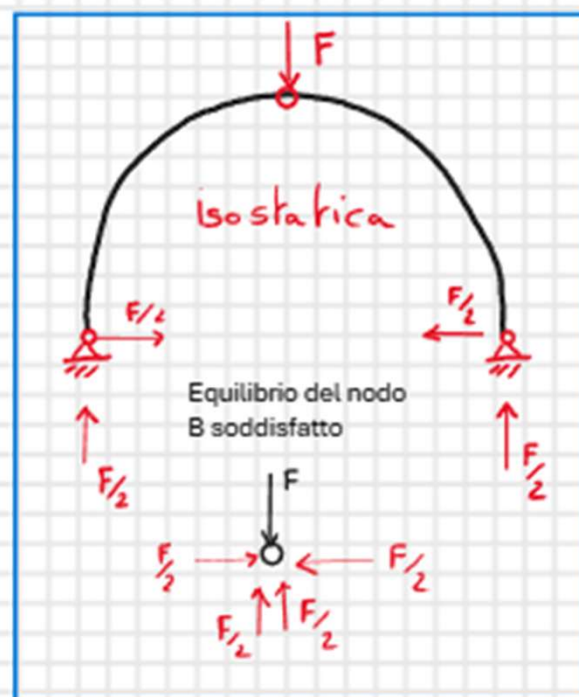
Inserisco i valori trovati risolvendo la trave 1 e la trave 2



equilibrio del modo
verificato

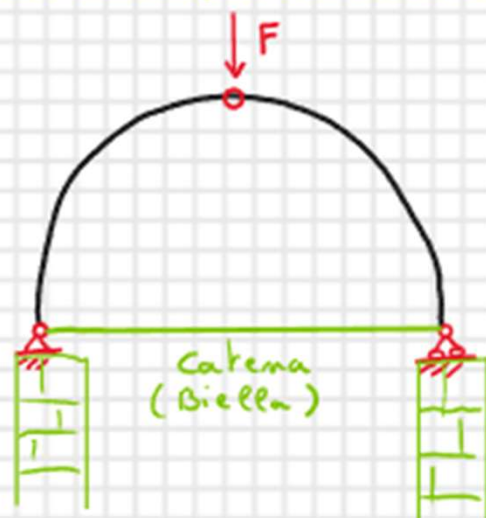
Titolo

Esempio per arrivare alle strutture chiuse

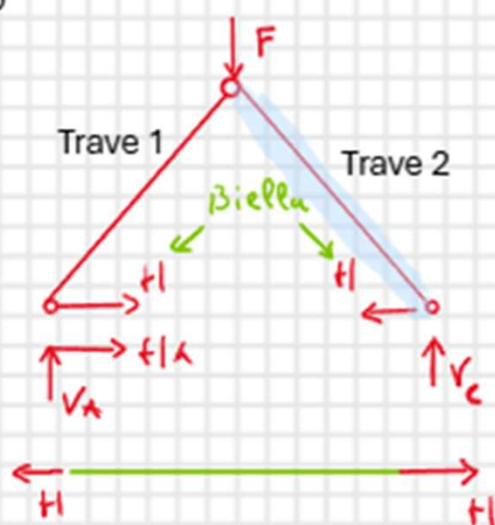
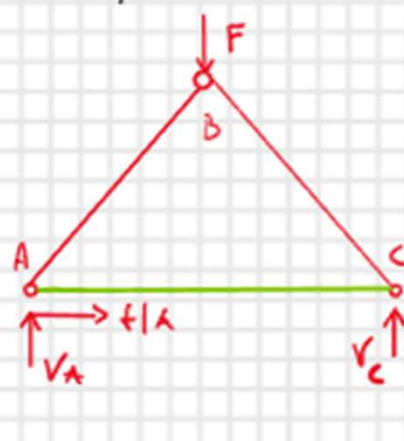
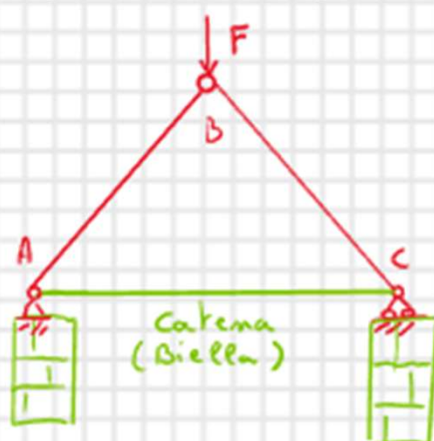


Modifico la cerniera con un carrello, introduco una biella per garantire l'isostaticità. (Genero una struttura chiusa)

modifico



Uso travi rettilinee, simulando la capriata di un tetto



Ho 3 reazioni vincolari esterne, quindi le equazioni cardinali della statica sono sufficienti per ricavarne il valore

$$H_A = 0$$

$$V_A + V_C = F$$

$$F \cdot \frac{L}{2} - V_C \cdot L = 0$$

$$H_A = 0$$

$$V_A = F/2$$

$$V_C = F/2$$

Con le e.c.s

ricavo le reazioni

vincolari (H_A, V_A, V_C)

Per ricavare la forza H nella biella uso l'eq. ausiliaria sulla trave 2

$$H \cdot L - V_C \cdot L = 0 \longrightarrow H = F/2$$

Titolo

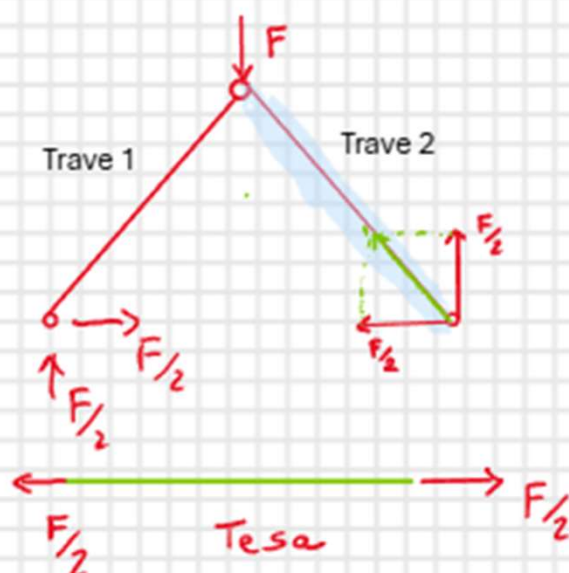


Diagramma azione assiale

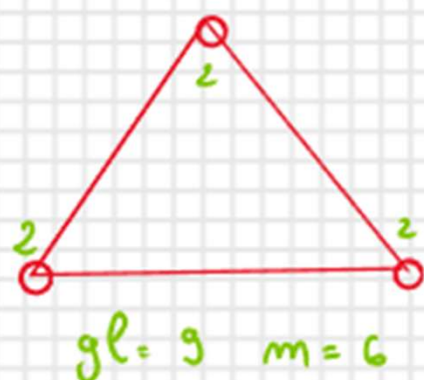


Non c'è T e M 3 bielle

Tutte e 3 le travi, sono delle bielle. Sommando le due forze in A e C (freccia verde in figura) si ottiene una forza risultante, allineata con l'asse della trave 1 e 2

Travi 1 e 2 rosse compresse (puntoni)
Trave 3 verde tesa (tirante)

Il triangolo isostatico

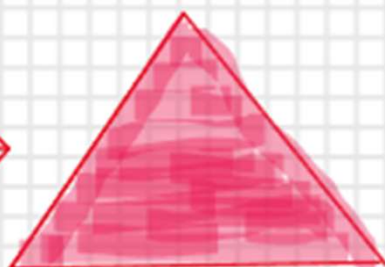
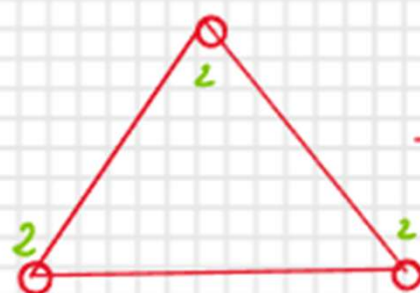


Triangolo isostatico è una struttura formata da:

- 3 travi
- 3 vincoli relativi doppi
- 3 cerniere reali (fittizie) non allineate

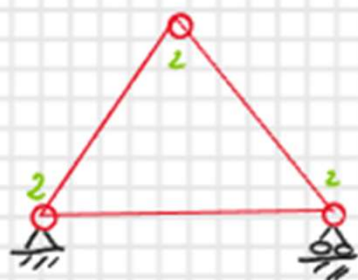
Gradi di libertà residui $9-6=3$, come un corpo rigido

Si comporta cinematicamente come un corpo rigido



corpo rigido
3 gradi di libertà

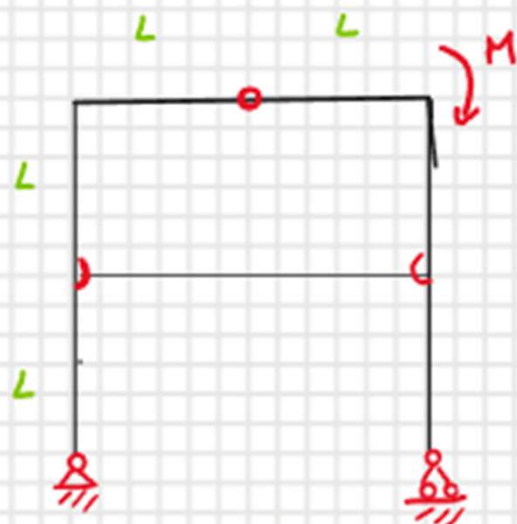
Titolo



Il triangolo isostatico lo trattiamo come un corpo rigido (trave nera), al quale possiamo applicare i vincoli che lo legano all'esterno (cerniera e carrello) o ad altre parti della struttura (se presenti)

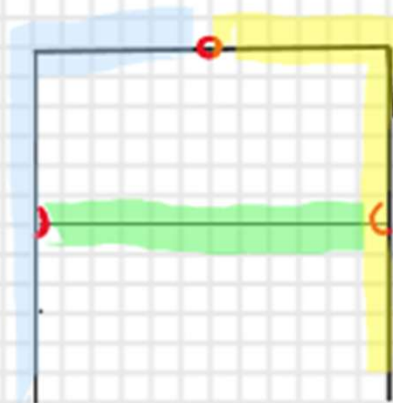


Strutture "chiuse"



Isostatica

Riconosciamo all'interno della struttura a destra un triangolo isostatico



Triangolo isostatico

3 aste

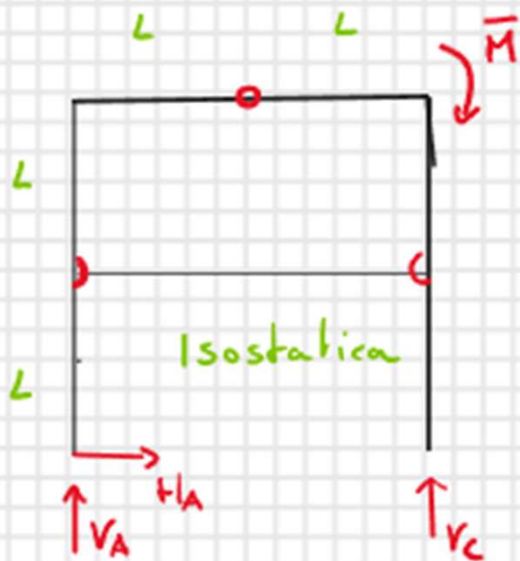
3 cerniere non allineate

Cinematicamente la nostra struttura si comporta come la figura in basso



isostatica

Titolo



$$H_A = 0$$

$$V_A + V_C = 0$$

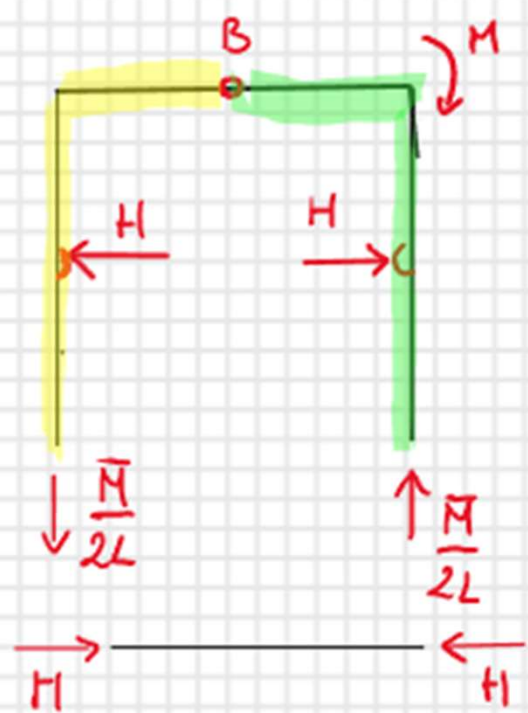
$$\bar{M} - 2V_C L = 0$$

$$H_A = 0$$

$$\Rightarrow V_A = -\frac{\bar{M}}{2L}$$

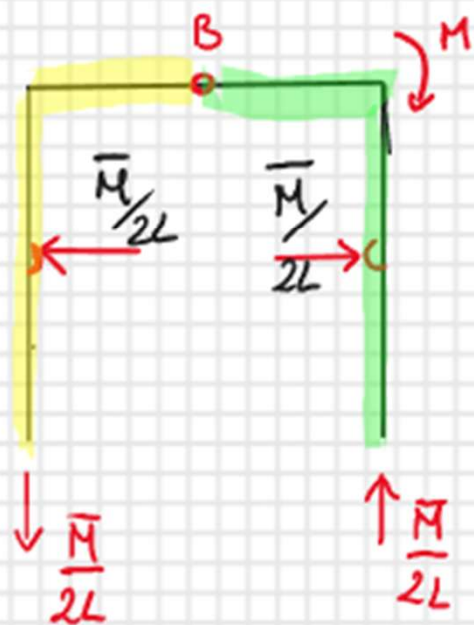
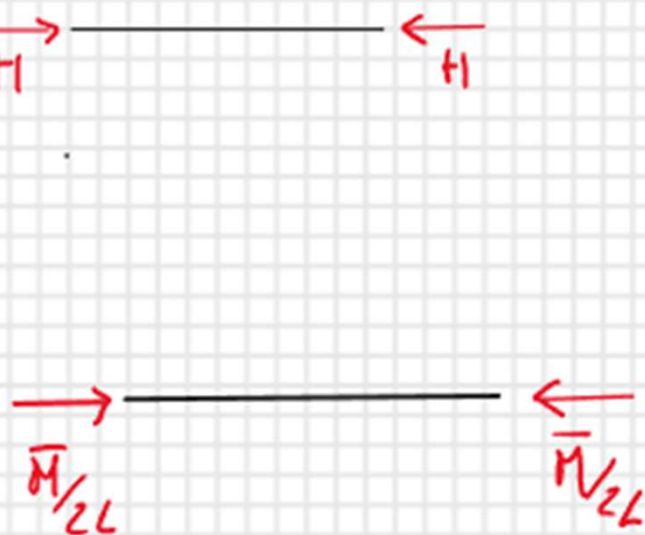
$$V_C = \frac{\bar{M}}{2L}$$

Apriamo la struttura per calcolare la forza nella biella



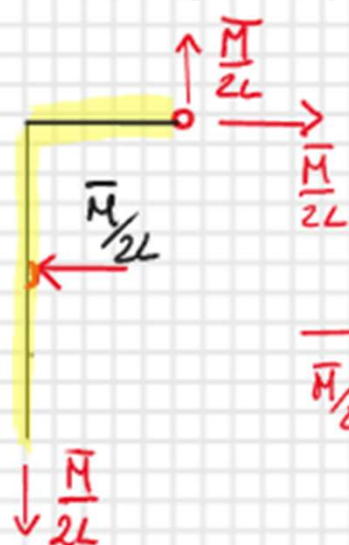
Eq. ausiliaria rispetto a B di uno dei 2 tratti

$$HL - \frac{\bar{M}}{2L} L = 0 \rightarrow H = \frac{\bar{M}}{2L}$$

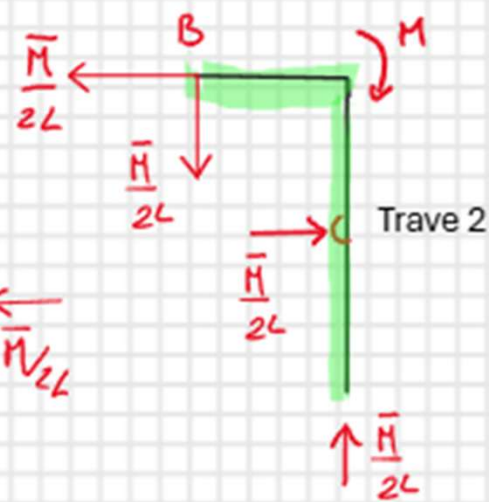


Titolo

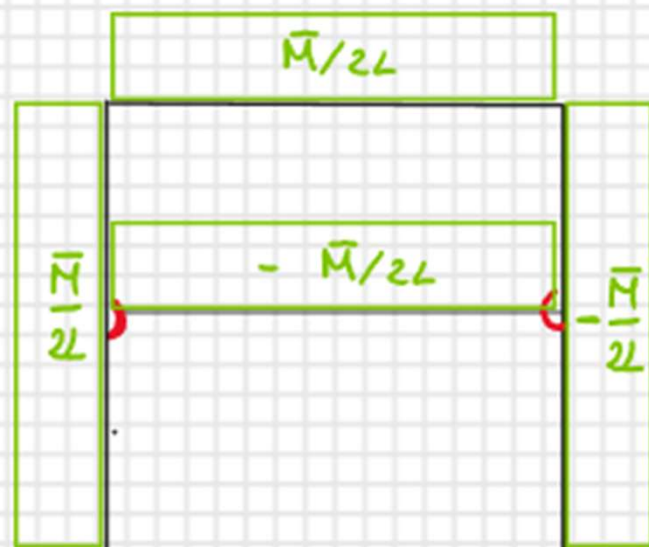
E' possibile separare le travi e mettere in evidenza le forze che si scambiano per agevolare il tracciamento dei diagrammi (non indispensabile!)



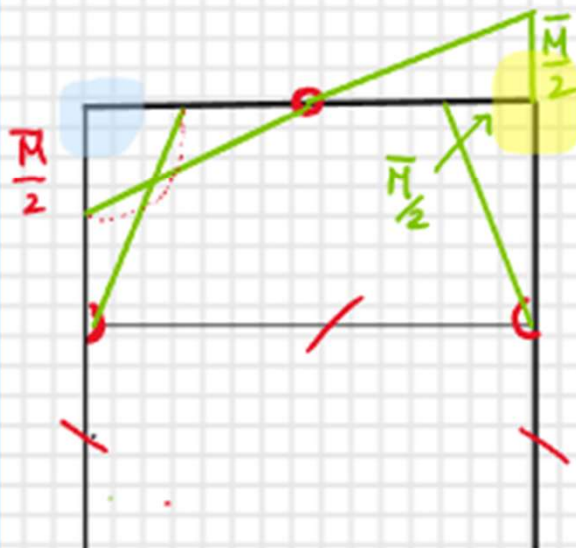
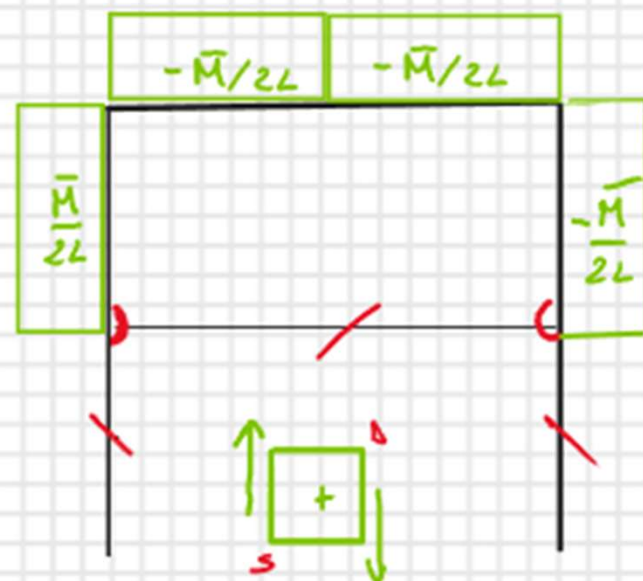
Azione assiale



Taglio

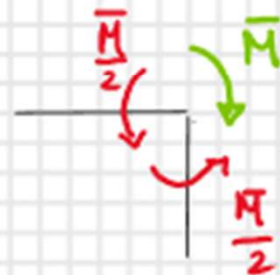


Momento flettente



Verifica nodo celeste

Verifica nodo giallo

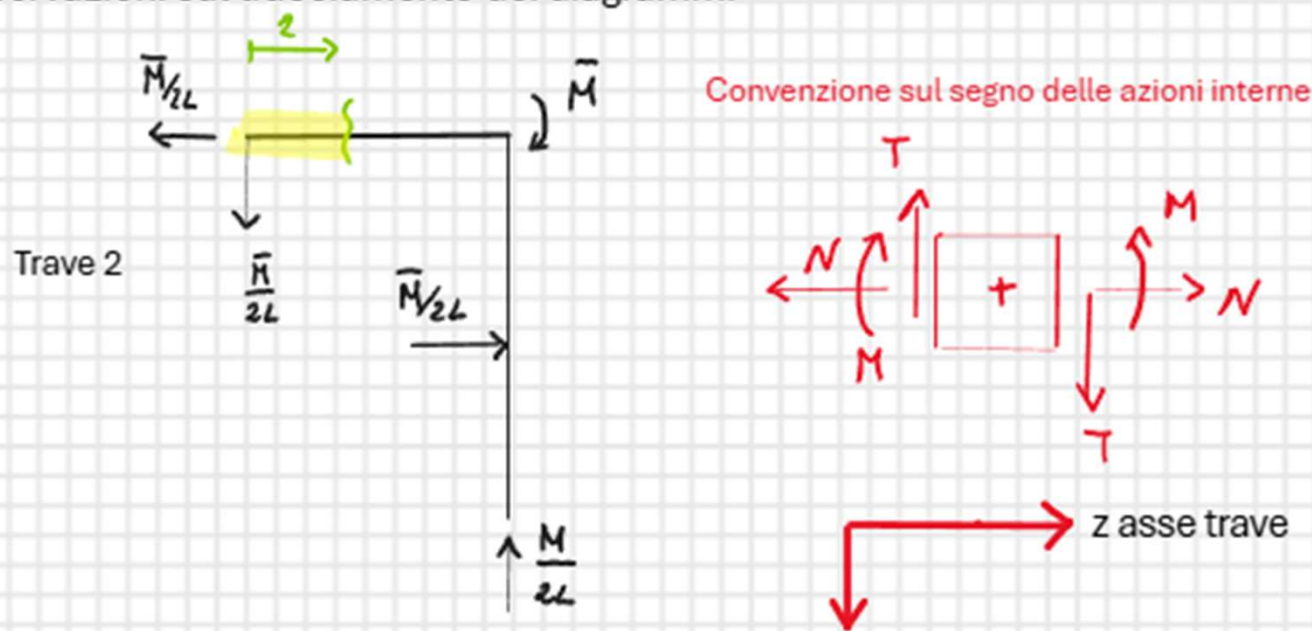


Equilibrio dei momenti soddisfatto

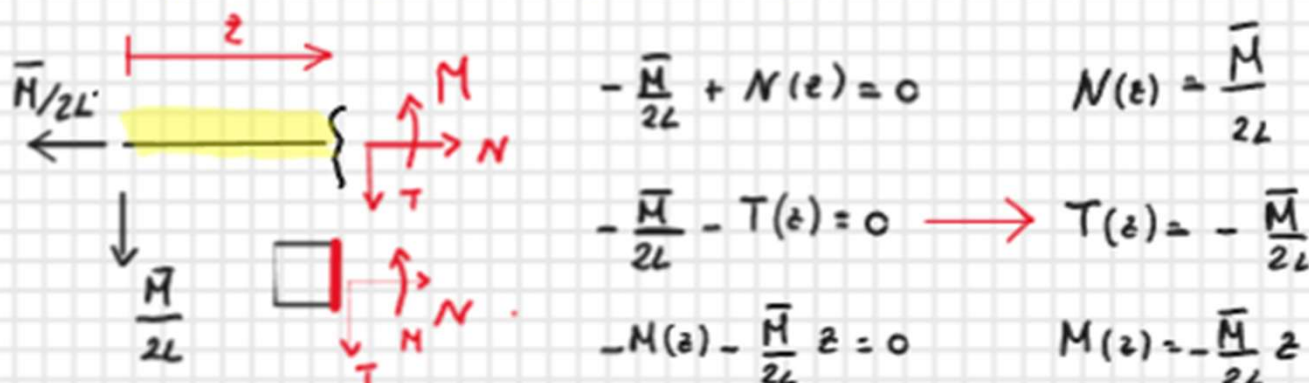
Sono i momenti che le travi trasmettono al nodo

Titolo

Osservazioni sul tracciamento dei diagrammi



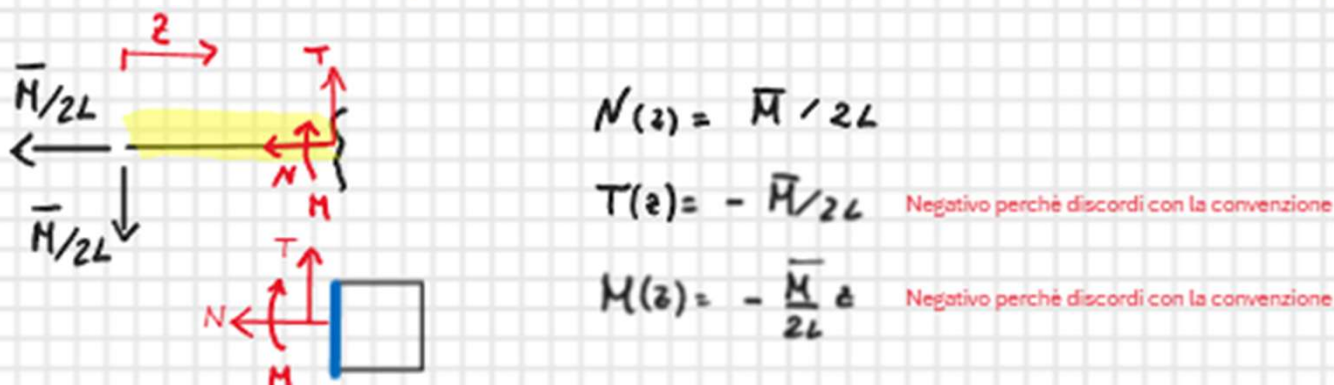
- Nelle lezioni precedenti imponevamo l'equilibrio della parte di trave individuata dalla sezione



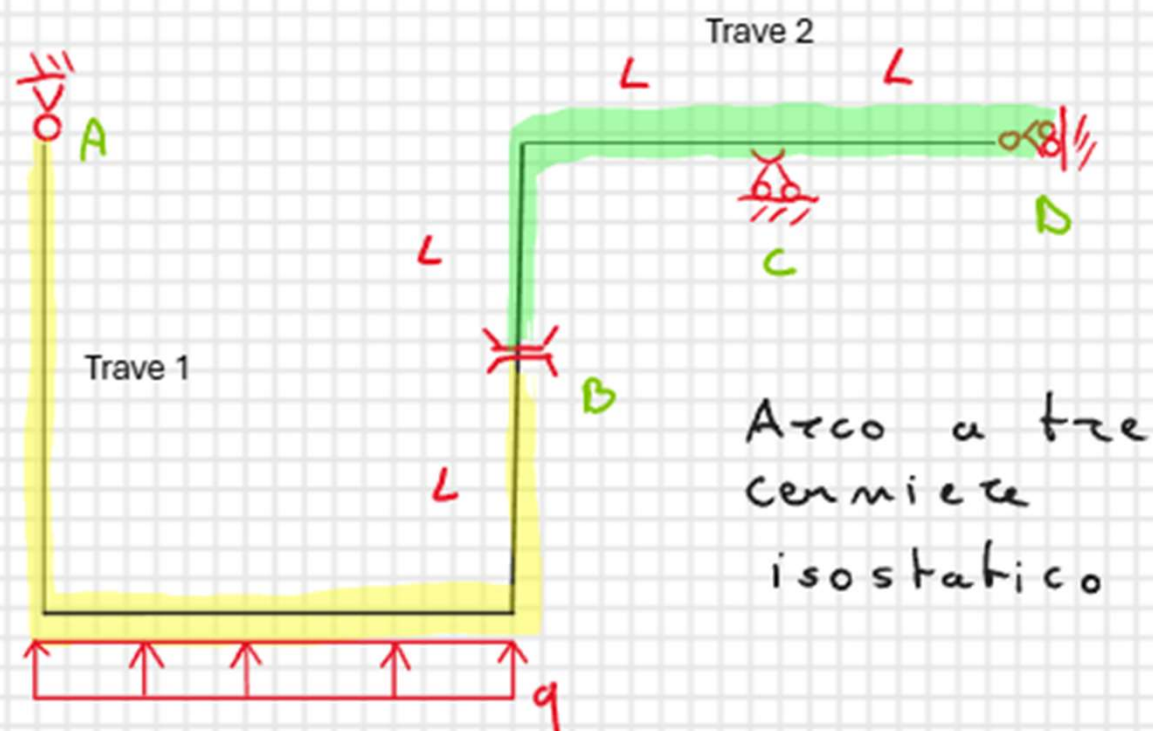
Le azioni interne utilizzate sono quelle della faccia del concio elementare opposta al tratto di trave individuato dalla sezione (faccia rossa)

Nelle formule il momento negativo lo disegniamo dal lato opposto alla freccia rossa rivolta in basso, rappresentata nelle convenzioni (fibre tese)

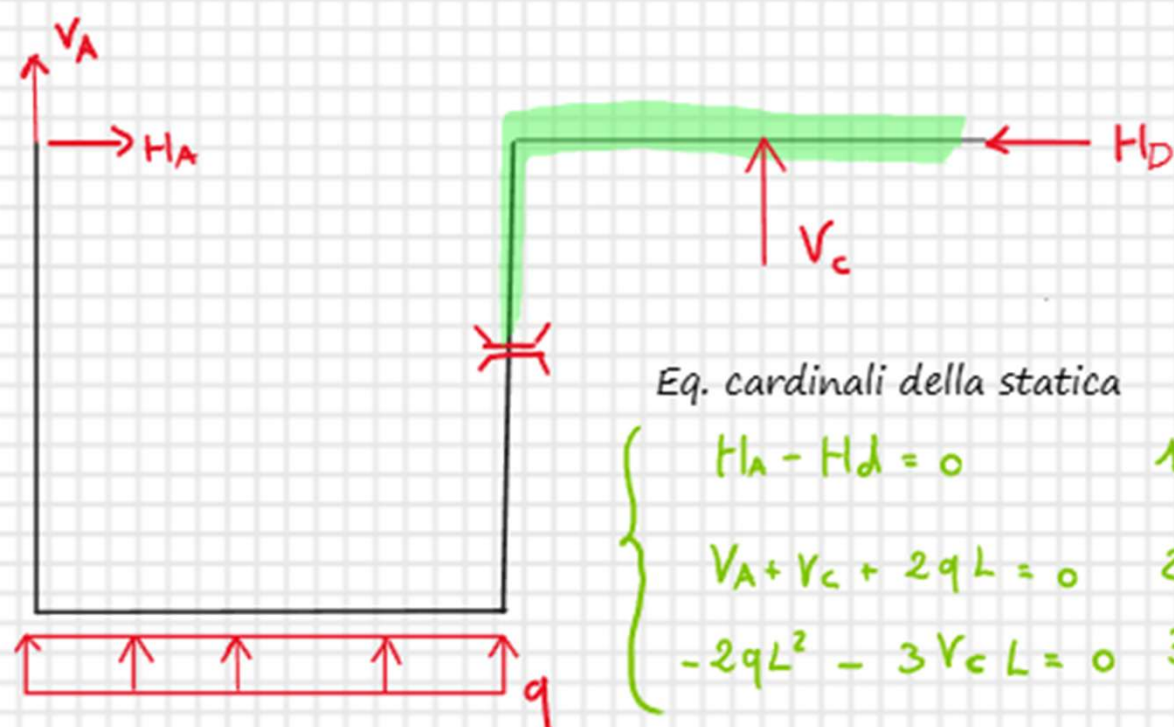
- Alternativamente possiamo imporre l'equivalenza delle forze che agiscono sul tratto di trave selezionato con le azioni interne prese sulla faccia del concio rivolta verso la trave (sezione blu)



Titolo



Arco a tre
cerniere
isostatico



Eq. cardinali della statica

$$\begin{cases} H_A - H_D = 0 & 1) \\ V_A + V_C + 2qL = 0 & 2) \\ -2qL^2 - 3V_C L = 0 & 3) \end{cases}$$

Abbiamo 4 incognite, quindi scriviamo un'ulteriore equazione di equilibrio parziale (equazione ausiliaria) per la trave 1 o per la 2

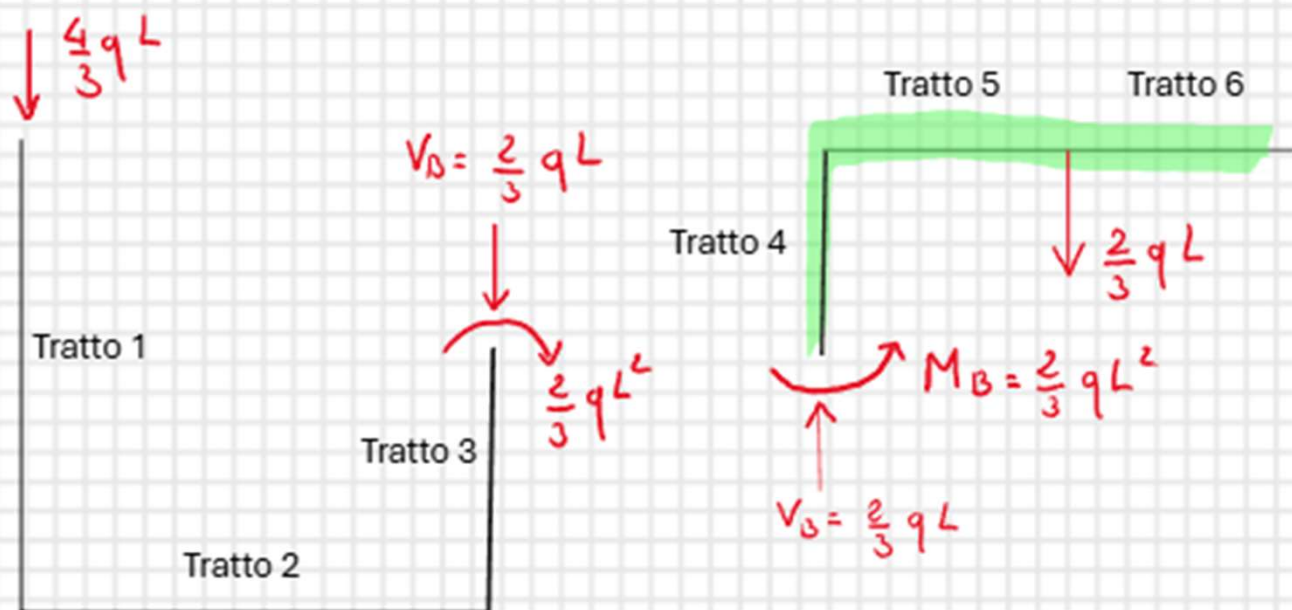
L'equazione ausiliaria la scriviamo relativamente al pattino, imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali (il pattino non può trasmettere una forza parallela al suo piano)

$$\begin{array}{ccccc} \text{Trave 2} & & & & \text{Trave 1} \\ 4) & H_D = 0 & \text{oppure} & & H_A = 0 \end{array}$$

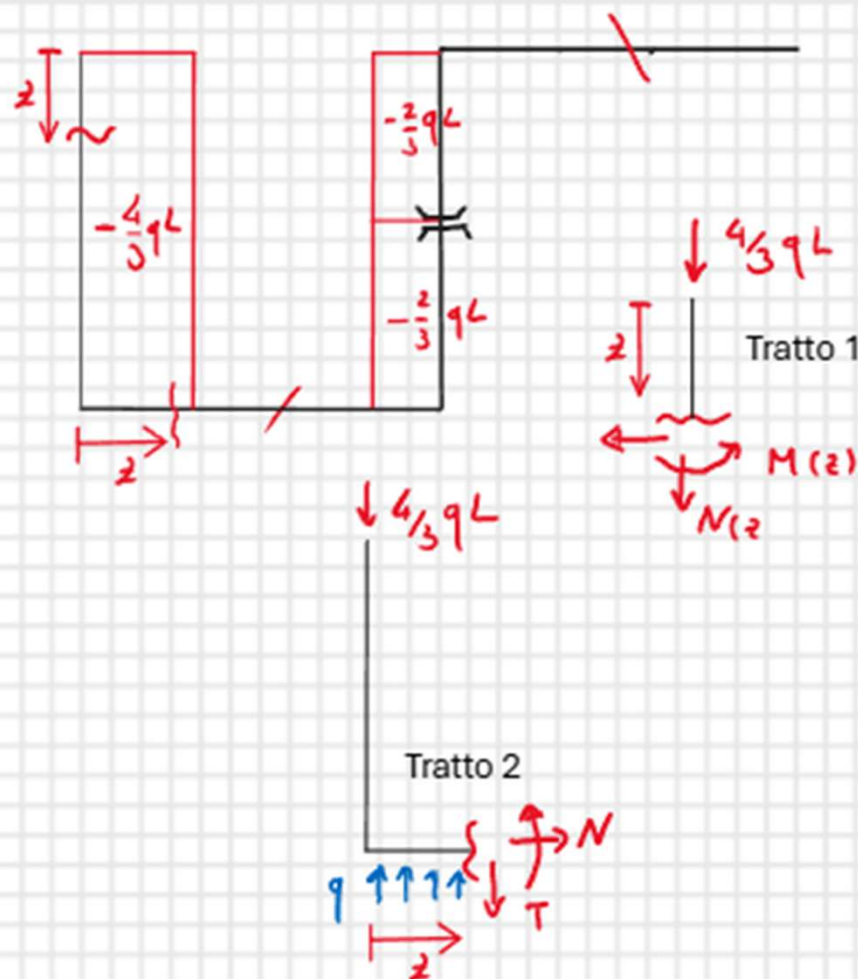
Titolo

Soluzione:

$$H_D = 0 \quad H_A = 0 \quad V_C = -\frac{2}{3} qL \quad V_A = -\frac{4}{3} qL$$



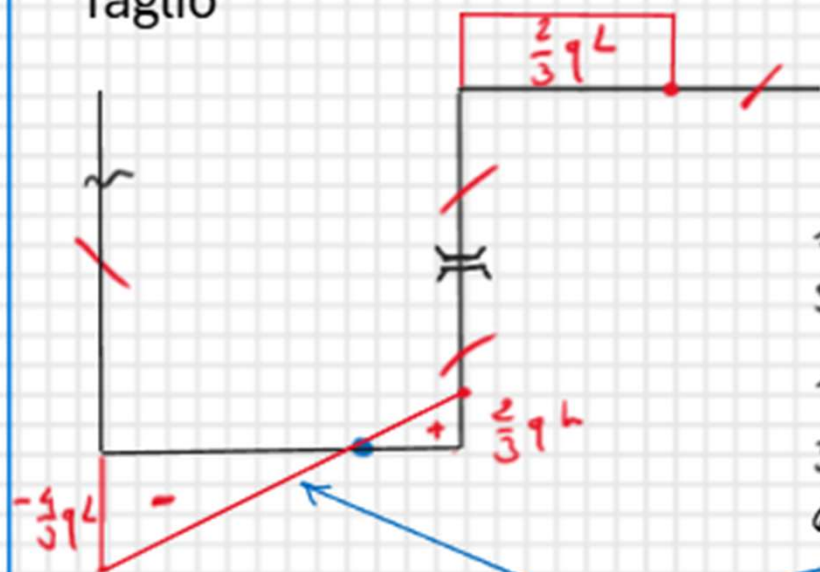
Azione assiale



- 1) $-N(z) - \frac{4}{3} qL = 0$
 $N(z) = -\frac{4}{3} qL$
- 2) $N(z) = 0$
- 3) $N(z) = -\frac{2}{3} qL$
- 4) $N(z) = -\frac{2}{3} qL$
- 5) $N(z) = 0$
- 6) $N(z) = 0$

Titolo

Taglio



Tratto 1



- 1) $-T(z) = 0$
- 5) $T(z) = \frac{2}{3} qL$
- 4) $T(z) = 0$
- 3) $T(z) = 0$
- 6) $T(z) = 0$

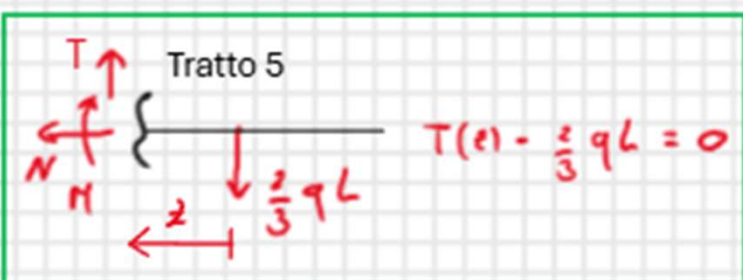
$$2) \quad T(z) = -\frac{4}{3} qL + qz$$

Taglio nullo:

$$T(z) = -\frac{4}{3} qL + qz = 0 \rightarrow z = \frac{4}{3} L$$



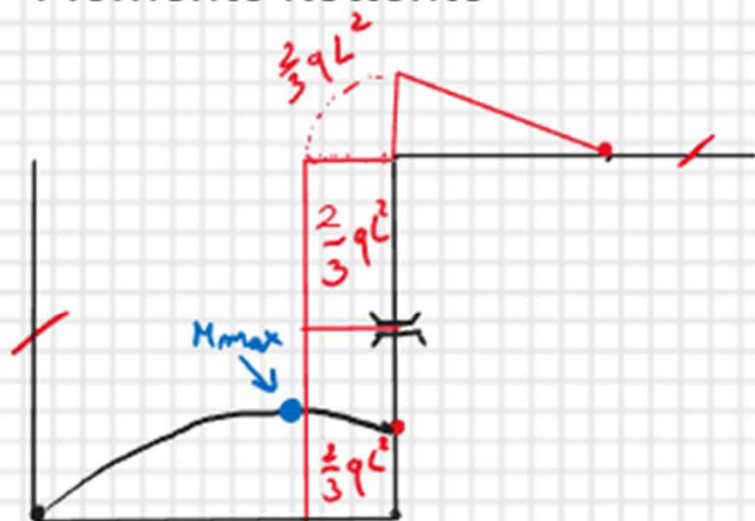
Tratto 2



Tratto 5

$$T(z) - \frac{2}{3} qL = 0$$

Momento flettente



Dove $T=0$ ($z=4/3L$), $M=M_{max}$

$$1) \quad M(z) = 0$$

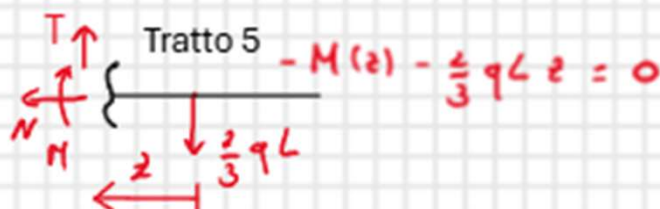
$$6) \quad M(z) = 0$$

$$5) \quad M(z) = -\frac{1}{3} qL z$$

$$3) \quad M(z) = \frac{2}{3} qL^2$$

$$4) \quad M(z) = \frac{2}{3} qL^2$$

$$2) \quad M(z) = -\frac{4}{3} qL z + q \frac{z^2}{2}$$

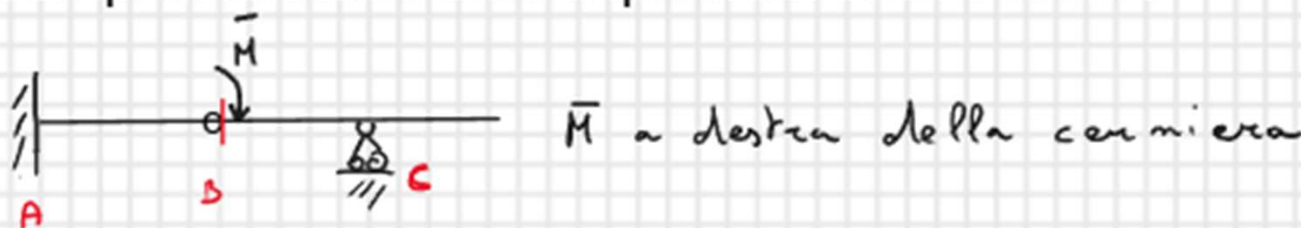


Tratto 5

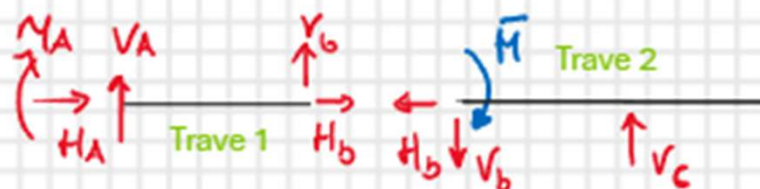
$$-M(z) - \frac{2}{3} qL z = 0$$

Titolo

Esempi di strutture oltre a quelli dei temi d'esame



Risolve prima la trave 1 (3 incognite)

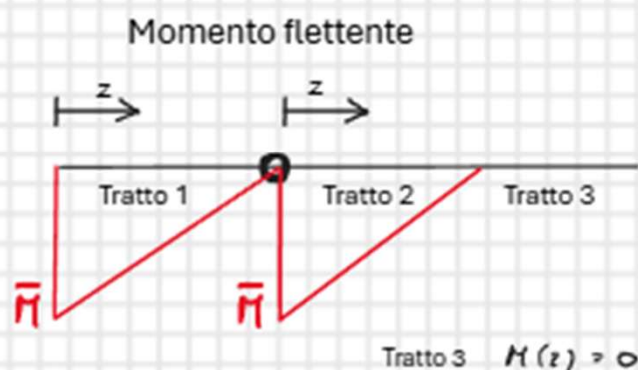
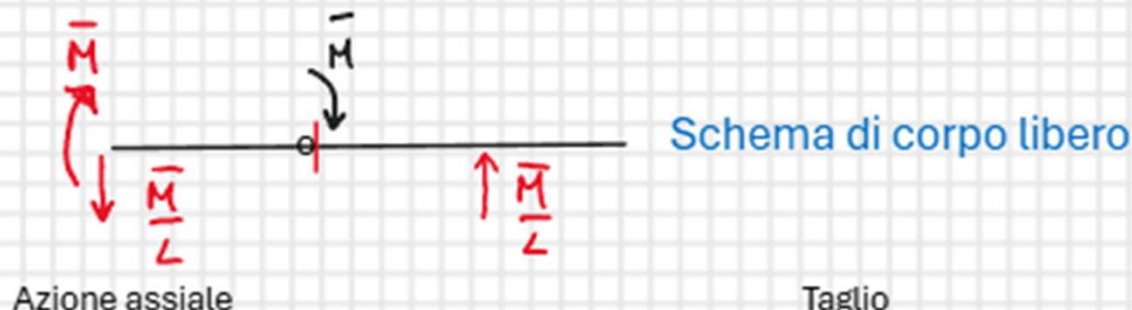


$$\begin{aligned} H_b &= 0 & H_b &= 0 \\ V_b &= V_c & V_c &= \bar{M}/L \\ -\bar{M} + V_c L &= 0 & V_b &= \bar{M}/L \end{aligned}$$

Risolve la struttura 2, calcolo b 1

Trave 2

$$H_A = 0 \quad V_A = -\bar{M}/L \quad M_A = \frac{\bar{M}}{L} L = \bar{M}$$



Tratto 1

$$\begin{aligned} M(z) - \bar{M} + \frac{\bar{M}}{L} z &= 0 \\ M(z) &= \bar{M} - \frac{\bar{M}}{L} z \end{aligned}$$

Tratto 2

$$\begin{aligned} M(z) - \bar{M} + \frac{\bar{M}}{L} z &= 0 \\ M(z) &= \bar{M} - \frac{\bar{M}}{L} z \end{aligned}$$

Alternativa tratto 2 con la z che parte da destra

Tratto 2

$$M(z) = \frac{\bar{M}}{L} z$$

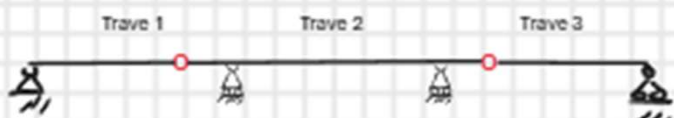
Titolo

Travi Gerber (usate negli impalcati dei ponti)

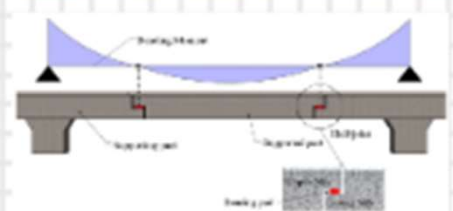
schema n° 1



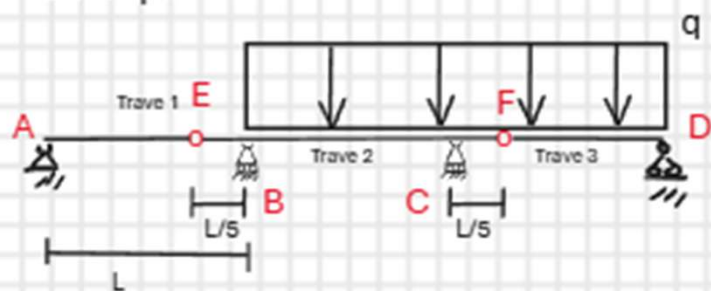
schema n° 2



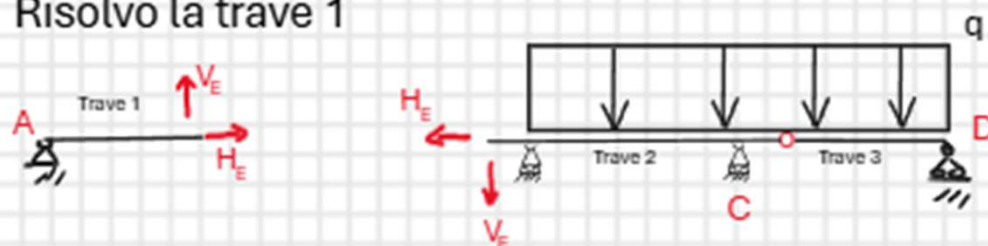
Isostatiche



Esempio



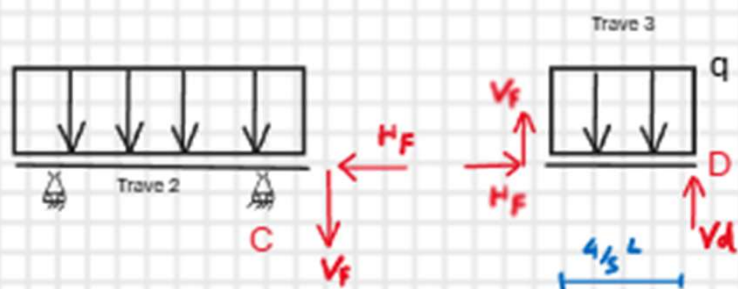
Risolvero la trave 1



Trave 1 scarica

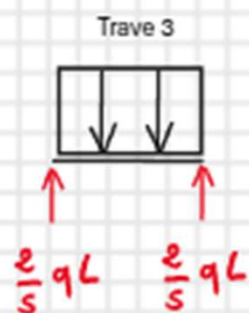
$$H_E = 0 \quad V_E = 0$$

Risolvero la trave 3



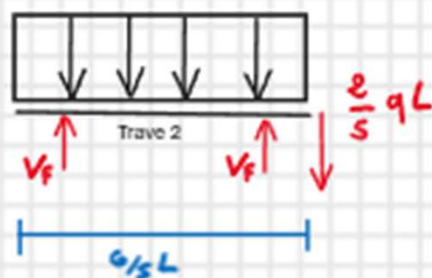
$$H_F = 0$$

$$V_F = V_D = \frac{2}{5} qL$$



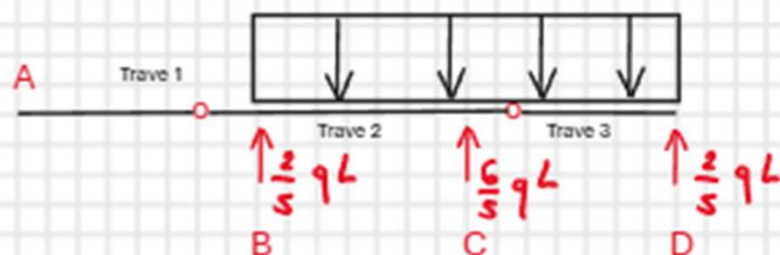
Titolo

Risolvere la trave 2



$$V_b = \frac{2}{5} qL \quad V_c = \frac{6}{5} qL$$

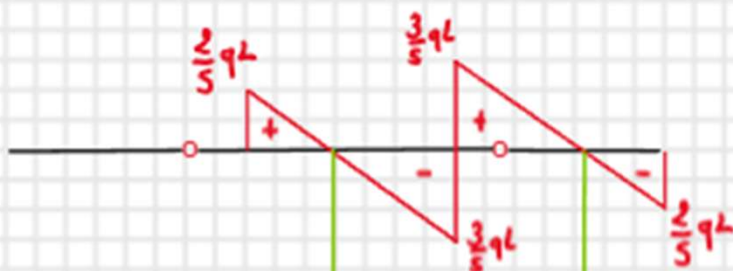
Schema di corpo libero



Azione assiale

$$N(z) = 0$$

Taglio



Momento flettente

