

## ESERCITAZIONE 02 CALCOLO DEI SOLAI

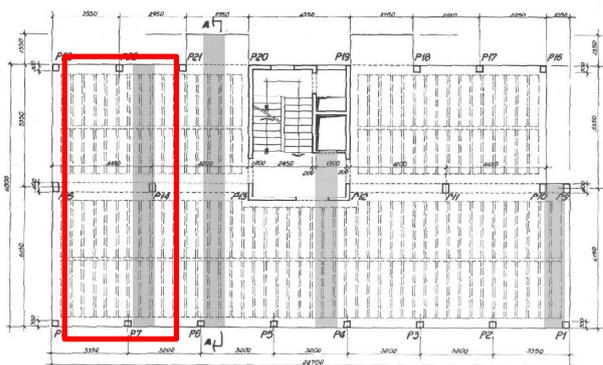
# E02

A. A. 2024-2025  
Corso di Tecnica delle costruzioni

Esercitazione 02 – Calcolo dei solai

### ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI: COMBINAZIONI DI CARICO

tav. 1 PIANTA PIANO TIPO



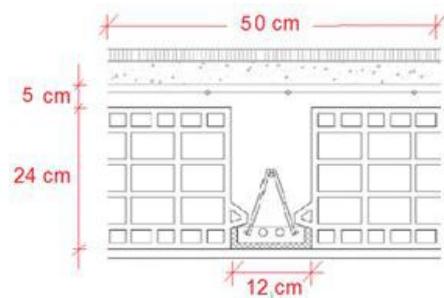
Ci si riferisce alla zona di solaio costituita da due campate contigue di luci rispettivamente pari a 6,00 m e 5,20 m, compresa tra i pilastri P6-P8-P21-P23

Dall'analisi dei carichi sui solai di interpiano:

-	Permanenti strutturali (solaio in laterocemento 24+5)	$G_1$	3,30	$\text{kN/m}^2$
-	Permanenti non strutturali (massetto 0,56 + pavimento 0,40 + intonaco 0,30 + tramezzi ripartiti 1,60 $\text{kN/m}^2$ )	$G_2$	2,86	$\text{kN/m}^2$
-	Accidentali (carico di affollamento)	$Q_k$	2,00	$\text{kN/m}^2$

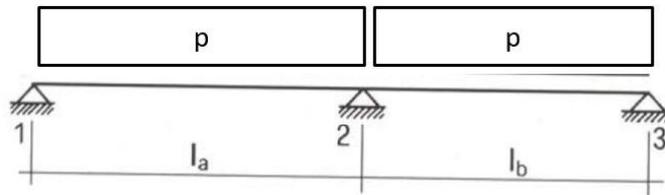
Si considera una striscia di solaio pari all'interasse tra i travetti (0,5 m).  
I carichi per metro lineare di solaio sono, pertanto

- $g_{k1} \quad 3,30 \text{ kN/m}^2 * 0,5\text{m} \quad = \quad 1,65 \text{ kN/m}$
- $g_{k2} \quad 2,86 \text{ kN/m}^2 * 0,5\text{m} \quad = \quad 1,43 \text{ kN/m}$
- $q_{1k} \quad 2,00 \text{ kN/m}^2 * 0,5\text{m} \quad = \quad 1,00 \text{ kN/m.}$



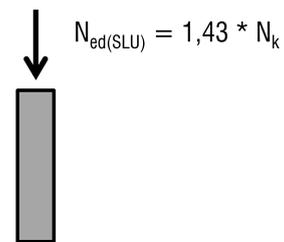
La striscia di solaio può essere schematizzata tramite un'asta vincolata in corrispondenza di travi o pareti di controvento. La scelta del tipo di vincolo dipende dalla rigidezza torsionale di queste due tipologie di elementi strutturali verticali: in genere, per semplicità, si adotta un vincolo di appoggio in corrispondenza delle travi e un vincolo di incastro per i setti paralleli alla direzione del solaio.

Per la striscia di solaio in esame si è ipotizzato il seguente schema statico (solaio a due campate semplicemente appoggiato in corrispondenza delle travi principali).

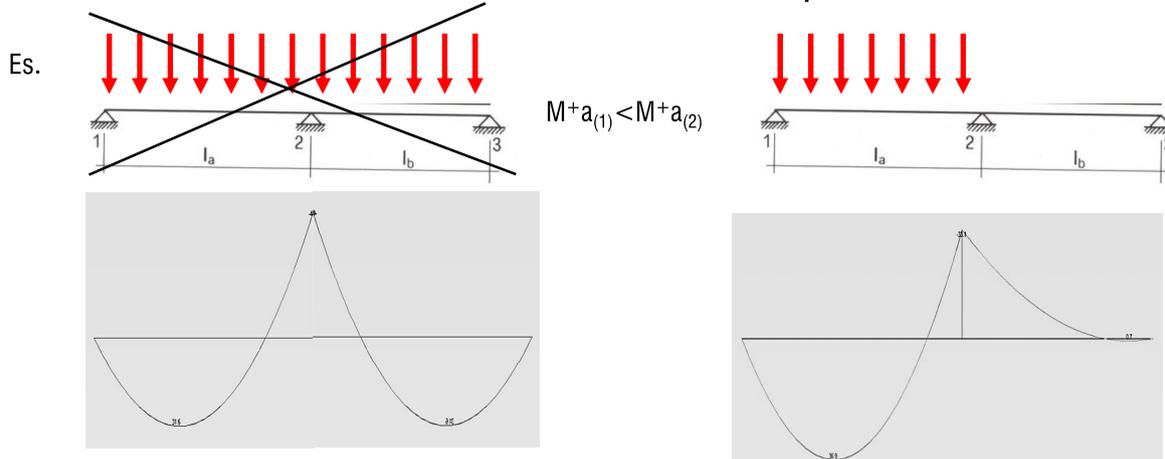


**N.B. Nell'analisi delle sollecitazioni, l'obiettivo è quello di calcolare l'entità massima delle sollecitazioni (momento, taglio, sforzo assiale) in tutte le sezioni di un elemento strutturale.**

Nell'analisi delle sollecitazioni sui pilastri, dove si ricercavano le massime sollecitazioni assiali, l'obiettivo era raggiunto semplicemente sollecitando i pilastri con il carico totale massimo.



Nei solai si ricercano **le massime sollecitazioni a momento e a taglio**, ma **non è detto che queste siano determinate da una distribuzione del carico totale massimo su tutte le campate.**



È pertanto necessario considerare diverse **combinazioni di carico**, per tenere in conto che l'entità dei carichi può risultare variata da una campata all'altra rispetto al valore calcolato.

Questa variabilità dei carichi rispetto al valore calcolato viene tenuta in conto attraverso dei coefficienti amplificativi ( $\gamma_{sfav}$ ) e riduttivi ( $\gamma_{fav}$ ).

Per le verifiche ALLO STATO LIMITE ULTIMO, questi coefficienti valgono (Tab. 2.6.I - NTC 2018, coeff. strutturali A1):

Permanenti strutturali	$\gamma_{fav,G1}$	1,00
	$\gamma_{sfav,G1}$	1,30
Permanenti non strutturali	$\gamma_{fav,G2}$	0,80
	$\gamma_{sfav,g2}$	1,50
Accidentali	$\gamma_{fav,Qk}$	0,00
	$\gamma_{sfavQk}$	1,50

Pertanto si ha che:

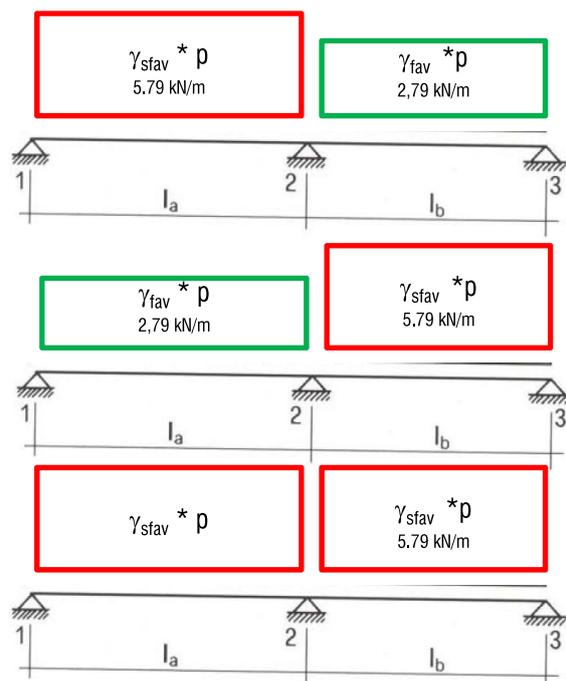
$$\begin{aligned} \gamma_{sfav} * p &= \gamma_{sfav,G1} * g_1 + \gamma_{sfav,G2} * g_2 + \gamma_{sfav,Qk} * q_k \\ &= 1,30 * 1,65 \text{ kN/m} + 1,50 * 1,43 \text{ kN/m} + 1,50 * 1,00 \text{ kN/m} \\ &= 2,15 \text{ kN/m} + 2,15 \text{ kN/m} + 1,50 \text{ kN/m} \\ &= \mathbf{5,79 \text{ kN/m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{fav} * p &= \gamma_{fav,G1} * g_1 + \gamma_{fav,G2} * g_2 + \gamma_{fav,Qk} * q_k \\ &= 1,00 * 1,65 \text{ kN/m} + 0,80 * 1,43 \text{ kN/m} + 0,00 * 1,00 \text{ kN/m} \\ &= 1,65 \text{ kN/m} + 1,14 \text{ kN/m} + 0,00 \text{ kN/m} \\ &= \mathbf{2,79 \text{ kN/m}} \end{aligned}$$



### Combinazioni di carico:

- **COMBINAZIONE 1**  
(per massimizzare il momento in campata a)
- **COMBINAZIONE 2**  
(per massimizzare il momento in campata b)
- **COMBINAZIONE 3**  
(per massimizzare il momento all'appoggio 2)

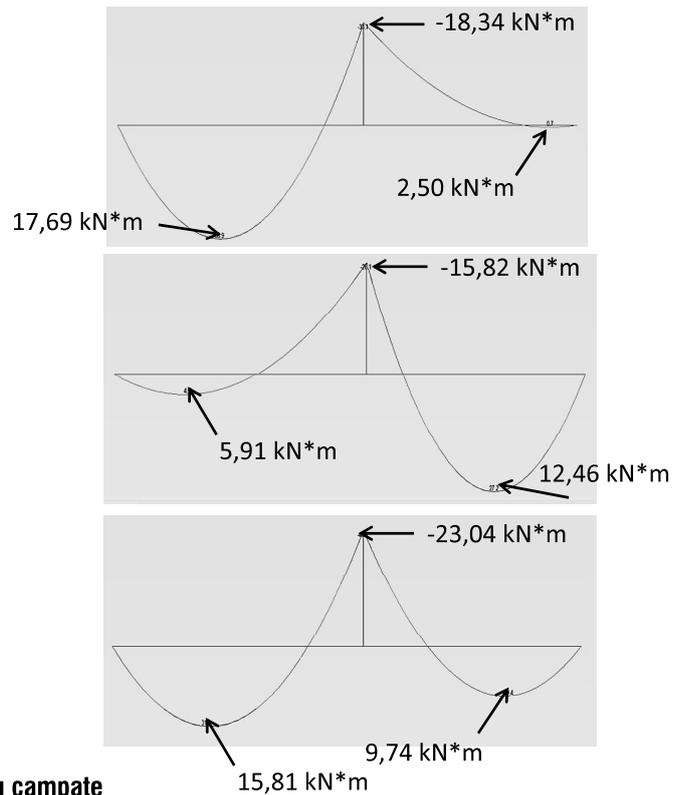


Vedere APPENDICE 1 per combinazioni di carico di sistemi a più campate



**Combinazioni di carico:**

- COMBINAZIONE 1  
(per massimizzare il momento in campata a)
- COMBINAZIONE 2  
(per massimizzare il momento in campata b)
- COMBINAZIONE 3  
(per massimizzare il momento all'appoggio 2)

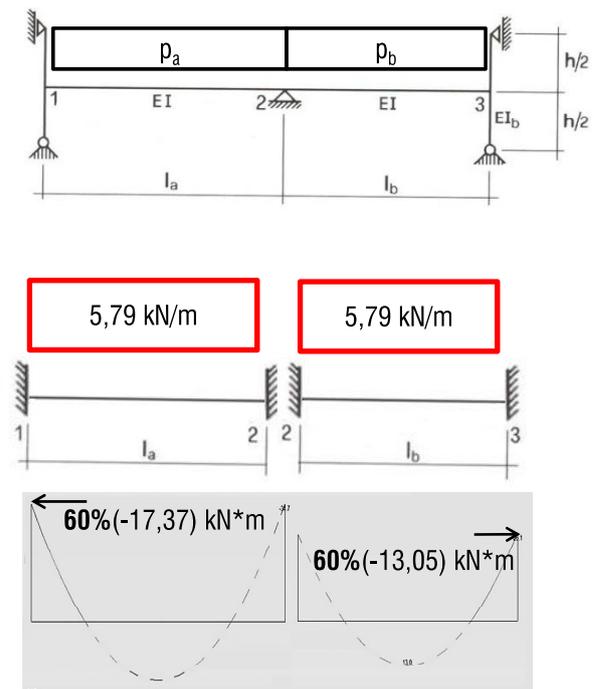


Vedere APPENDICE 2 per sollecitazioni nelle travi a più campate

• COMBINAZIONE 4

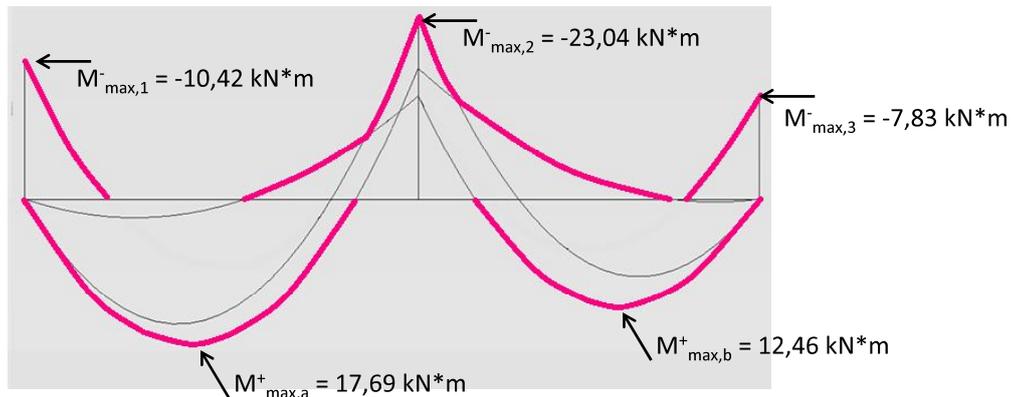
È inoltre necessario stimare il momento sollecitante alle due estremità del solaio (nell'esempio: 1 e 3), per tenere in conto di un parziale vincolo alla rotazione dato dalla presenza dei pilastri (fig. a lato)

Per una stima semplificata, è possibile considerare le aste d'estremità (a e b) come incastrate e valutare quindi i momenti di estremità come una quota parte (50-60%) dei momenti d'incastro:



### DIAGRAMMA DI INVILUPPO DEI MOMENTI

Si sovrappongono i diagrammi dei momenti calcolati in precedenza per ciascuna combinazione, per ricavare le sollecitazioni più gravose in ogni sezione della trave.



	$M_{max,1}^-$	$M_{max,a}^+$	$M_{max,2}^-$	$M_{max,b}^+$	$M_{max,3}^-$
COMB 1	0	<b>17,69</b>	-18,34	2,50	0
COMB 2	0	5,91	-15,82	<b>12,46</b>	0
COMB 3	0	15,81	<b>-23,04</b>	9,75	0
COMB 4	<b>-10,42</b>	/	/	/	<b>-7,83</b>

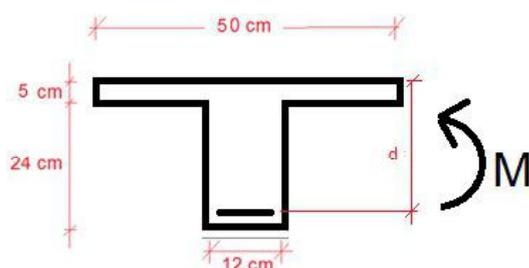
### DIMENSIONAMENTO DELLE ARMATURE

Note le sollecitazioni, è possibile calcolare l'area di armatura richiesta attraverso:

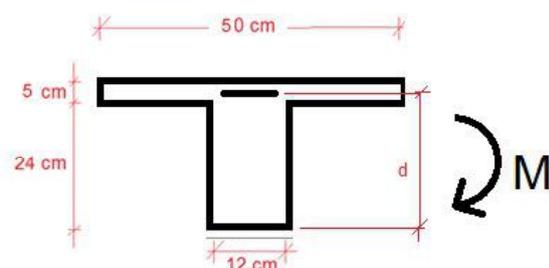
$$A_s = \frac{M_{sd}}{z \cdot f_{yd}} \cong \frac{M_{sd}}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

dove  $M_{sd}$  momento sollecitante,  $z$  braccio della coppia interna pari a circa  $0,9d$  con  $d$  altezza utile della sezione (distanza dell'armatura tesa dal bordo compresso di calcestruzzo).  $f_{yd}$  tensione di snervamento di calcolo dell'acciaio (per acciaio B450C pari a 391 MPa).

**IN CAMPATA (momento positivo)**



**VICINO ALL'APPOGGIO (momento negativo)**



Campata A  $A_s = \frac{17690000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa}} = 198,7 \text{ mm}^2$  con **2 $\phi$ 14**  $A_s^* = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 14^2}{4}\right) = 307,9 > 198,7 \text{ mm}^2$

Campata B  $A_s = \frac{12460000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa}} = 140,0 \text{ mm}^2$  con **1 $\phi$ 14**  $A_s^* = \left(\frac{\pi \cdot 14^2}{4}\right) = 153,9 \text{ mm}^2 > 140,0 \text{ mm}^2$

Appoggio 2  $A_s = \frac{23040000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa}} = 258,8 \text{ mm}^2$  con **2 $\phi$ 14**  $A_s^* = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 14^2}{4}\right) = 307,9 \text{ mm}^2 > 258,8$

Appoggio 1  $A_s = \frac{10420000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa}} = 117,0 \text{ mm}^2$  con **1 $\phi$ 14**  $A_s^* = \left(\frac{\pi \cdot 14^2}{4}\right) = 153,9 \text{ mm}^2 > 116,58 \text{ mm}^2$

Appoggio 3  $A_s = \frac{7830000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa}} = 87,9 \text{ mm}^2$  con **1 $\phi$ 14**  $A_s^* = \left(\frac{\pi \cdot 14^2}{4}\right) = 153,9 \text{ mm}^2 > 87,9 \text{ mm}^2$

OSS.1) d sarà pari all'altezza del solaio strutturale (240+50 mm) diminuita del copriferro netto (30 mm) e del raggio delle armature (7 mm).

OSS.2) Per semplicità esecutiva, è preferibile adottare un unico diametro per l'armatura dei solai. Solitamente nei solai ordinari si utilizzano ferri d'armatura  $\phi 12$  o  $\phi 14$ . In questo caso è stato scelto il diametro  $\phi 14$ .



## VERIFICHE DI RESISTENZA ALLO STATO LIMITE ULTIMO: FLESSIONE

Allo SLU, bisogna verificare che i momenti resistenti  $M_{Rd}$  relativi alle armature scelte siano superiori ai momenti sollecitanti  $M_{Sd}$ :

$$M_{Rd} = A_s^* \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{yd} > M_{Sd}$$

Campata A  $M_{Rd} = 307,9 \text{ mm}^2 \cdot 0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa} = 27410772 \text{ N} \cdot \text{mm}$   
 $= 27,41 \text{ kN} \cdot \text{m} > 17,69 \text{ kN} \cdot \text{m}$  ✓ VERIFICATO

Campata B  $M_{Rd} = 153,94 \text{ mm}^2 \cdot 0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa} = 13705000 \text{ N} \cdot \text{mm}$   
 $= 13,71 \text{ kN} \cdot \text{m} > 12,46 \text{ kN} \cdot \text{m}$  ✓ VERIFICATO

Appoggio 2  $M_{Rd} = 307,88 \text{ mm}^2 \cdot 0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa} = 27410000 \text{ N} \cdot \text{mm}$   
 $= 27,41 \text{ kN} \cdot \text{m} > 23,04 \text{ kN} \cdot \text{m}$  ✓ VERIFICATO

Appoggio 1  $M_{Rd} = 153,94 \text{ mm}^2 \cdot 0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa} = 13705000 \text{ N} \cdot \text{mm}$   
 $= 13,71 \text{ kN} \cdot \text{m} > 10,42 \text{ kN} \cdot \text{m}$  ✓ VERIFICATO

Appoggio 3  $M_{Rd} = 153,94 \text{ mm}^2 \cdot 0,9 \cdot 253 \text{ mm} \cdot 391 \text{ MPa} = 13705000 \text{ N} \cdot \text{mm}$   
 $= 13,71 \text{ kN} \cdot \text{m} > 7,83 \text{ kN} \cdot \text{m}$  ✓ VERIFICATO



## VERIFICHE DI DUTTILITA' ALLO STATO LIMITE ULTIMO

Bisogna inoltre verificare che il collasso avvenga con l'armatura tesa snervata (collasso «duatile», non «fragile»). La verifica può essere effettuata verificando che

$$\omega_s = \frac{f_{yd} \cdot A_s^*}{f_{cd} \cdot b \cdot d} < \bar{\omega}_s = 0,52$$

con  $b$  larghezza dell'anima del travetto per le sezioni d'appoggio e larghezza dell'ala del travetto per le sezioni di campata

	Campata A	$\omega_s = \frac{391 \text{ MPa} \cdot 307,88 \text{ mm}^2}{14,17 \text{ MPa} \cdot 500 \text{ mm} \cdot 253 \text{ mm}} = 0,07 < \bar{\omega}_s = 0,52$	✓ OK
	Campata B	$\omega_s = \frac{391 \text{ MPa} \cdot 153,94 \text{ mm}^2}{14,17 \text{ MPa} \cdot 500 \text{ mm} \cdot 253 \text{ mm}} = 0,03 < \bar{\omega}_s = 0,52$	✓ OK
	Appoggio 2	$\omega_s = \frac{391 \text{ MPa} \cdot 307,88 \text{ mm}^2}{14,17 \text{ MPa} \cdot 120 \text{ mm} \cdot 253 \text{ mm}} = 0,28 < \bar{\omega}_s = 0,52$	✓ OK
	Appoggio 1	$\omega_s = \frac{391 \text{ MPa} \cdot 153,94 \text{ mm}^2}{14,17 \text{ MPa} \cdot 120 \text{ mm} \cdot 253 \text{ mm}} = 0,14 < \bar{\omega}_s = 0,52$	✓ OK
	Appoggio 3	$\omega_s = \frac{391 \text{ MPa} \cdot 153,94 \text{ mm}^2}{14,17 \text{ MPa} \cdot 120 \text{ mm} \cdot 253 \text{ mm}} = 0,14 < \bar{\omega}_s = 0,52$	✓ OK

## VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO

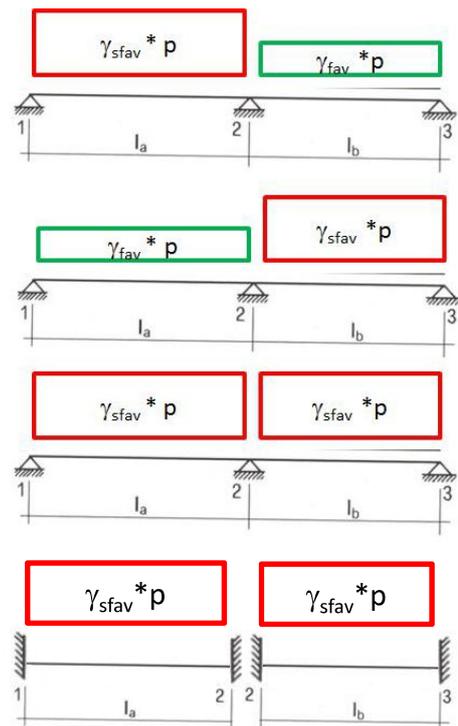
Anche per le verifiche agli stati limite di esercizio (SLE) si considera il diagramma di involuppo delle 4 combinazioni viste in precedenza.

In questo caso, però, i coefficienti amplificativi  $\gamma_{sfav}$  valgono 1.0 mentre quelli riduttivi  $\gamma_{fav}$  valgono 1.0 per carichi  $g_1$  e 0.0 per carichi  $g_2$  e  $q_k$

$$\gamma_{sfav}^* p = 1,00 \cdot (g_1 + g_2 + q_k) = 1,00 \cdot (1,65 + 1,43 + 1,00) = 4,08 \text{ kN/m}$$

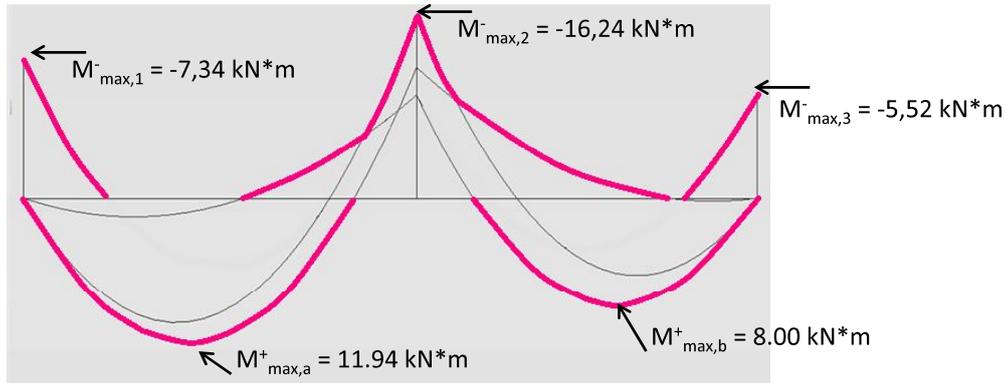
$$\gamma_{fav}^* p = 1,00 \cdot g_1 + 0,80 \cdot g_2 + 0,00 \cdot q_k = 1,00 \cdot 1,65 + 0,80 \cdot 1,43 = 2,79 \text{ kN/m}$$

**Le sollecitazioni ricavate per gli SLE saranno, pertanto, più contenute rispetto a quelle relative allo stato limite ultimo**



### DIAGRAMMA DI INVILUPPO DEI MOMENTI

Si sovrappongono i diagrammi dei momenti calcolati in precedenza per ciascuna combinazione, per ricavare le sollecitazioni più gravose in ogni sezione della trave.



	$M_{max,1}^-$	$M_{max,a}^+$	$M_{max,2}^-$	$M_{max,b}^+$	$M_{max,3}^-$
COMB 1	0	<b>11,94</b>	-14,22	3,67	0
COMB 2	0	6,86	-13,14	<b>8,00</b>	0
COMB 3	0	11,14	<b>-16,24</b>	6,87	0
COMB 4	<b>-7,34</b>	/	/	/	<b>-5,52</b>

### VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO: VERIFICA delle TENSIONI MASSIME

- di compressione, nel cls compresso

$$\sigma_c = \frac{2M}{bxz} < 0,60 f_{ck} = 15 \text{ MPa}$$

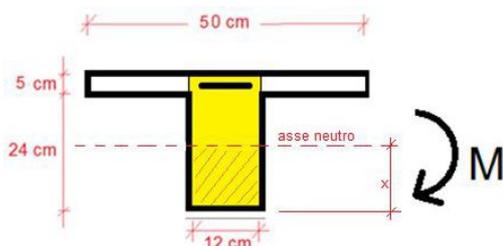
- di trazione, nell'armatura tesa

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z} < 0,80 f_{yk} = 360 \text{ MPa}$$

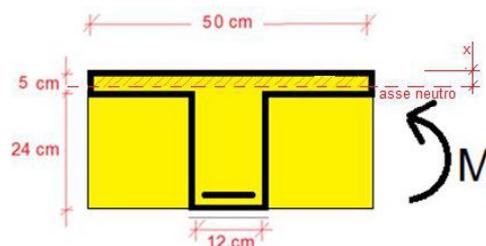
Con  $z = d - \frac{x}{3}$  e con  $x = \frac{\alpha_e A_s}{b} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{2bd}{\alpha_e A_s}} \right\}$  ( $\alpha_e = 15$ )

Si ipotizza che l'asse neutro tagli l'anima nelle sezioni i prossimità degli appoggi e l'ala nelle sezioni di campata. Allora b è larghezza dell'anima nel primo caso, la larghezza dell'ala nel secondo

**VICINO ALL'APPOGGIO (momento negativo)**



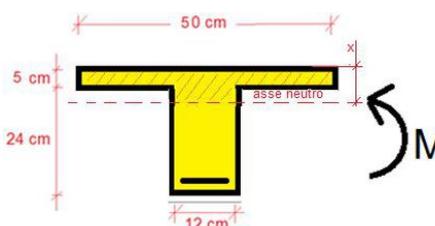
**IN CAMPATA (momento positivo)**



	M [kN·m]	A <sub>s</sub> [mm]	b [mm]	x [mm]	z [mm]	σ <sub>c</sub> [MPa]	< 15 MPa?	σ <sub>s</sub> [MPa]	< 360 MPa?
CAMPATA A	11.94	307,9	500,00	59.75*	233.08	<b>3,43</b>	✓	<b>166,4</b>	✓
CAMPATA B	8.00	153,9	500,00	43.94	238.35	<b>3,06</b>	✓	<b>218,0</b>	✓
APPOGGIO 1	7.34	153,9	120,00	81.29	225.90	<b>6,66</b>	✓	<b>211,1</b>	✓
APPOGGIO 2	16.24	307,9	120,00	106.27	217.58	<b>11,71</b>	✓	<b>242,4</b>	✓
APPOGGIO 3	5.52	153,9	120,00	81.29	225.90	<b>5,01</b>	✓	<b>158,7</b>	✓

\* N.B.

Si osserva che, in campata a, l'asse neutro non taglia l'ala ma l'anima (infatti  $x = 59,75 \text{ mm} > s = 50 \text{ mm}$  spessore soletta), pertanto  $x$  dovrebbe essere ricalcolato, tenendo conto che la sezione di calcestruzzo reagente a compressione non è più rettangolare ma a T (in fig.: area con campitura).



Tuttavia, siccome la differenza  $x-s$  ( $=9,75 \text{ mm}$ ) non è elevata rispetto all'altezza della sezione e che le tensioni  $\sigma_c$  e  $\sigma_s$  calcolate sono abbondantemente inferiori ai valori limite, le verifiche possono essere considerate soddisfatte senza procedere con calcoli più rigorosi.



## VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO: VERIFICA a FESSURAZIONE

(VERIFICA INDIRETTA)

La verifica a fessurazione può essere eseguita indirettamente controllando che il diametro delle armature tese e la loro spaziatura non superino determinati limiti. Tali limiti dipendono dallo stato tensionale delle armature in condizione di esercizio e dall'apertura massima delle fessure consentita ( $w$ ).

L'apertura massima delle fessure dipende dalle condizioni ambientali cui è esposta la struttura e dalla tipologia di armatura (NTC 2018, §4.1.2.2.4).

Per l'edificio in esempio:

- Condizioni ambientali ordinarie (XC1-XC2-XC3);
- Armature poco sensibili (acciaio ordinario).



$$w_3 = 0,4 \text{ mm}$$

	Armatura tesa	σ <sub>s</sub> [MPa]	φ [mm]	φ <sub>max</sub> [mm]	φ ≤ φ <sub>max</sub> ?	i [mm]	i <sub>max</sub> [mm]	i ≤ i <sub>max</sub> ?
CAMPATA A	2φ14	166,4	14	32	✓	<b>40</b>	<b>300</b>	✓
CAMPATA B	1φ14	218,0	14	18	✓	<b>60</b>	<b>190</b>	✓
APPOGGIO 1	1φ14	211,1	14	24	✓	<b>60</b>	<b>230</b>	✓
APPOGGIO 2	2φ14	242,4	14	18	✓	<b>40</b>	<b>200</b>	✓
APPOGGIO 3	1φ14	158,7	14	32	✓	<b>60</b>	<b>320</b>	✓



(VERIFICA INDIRETTA)

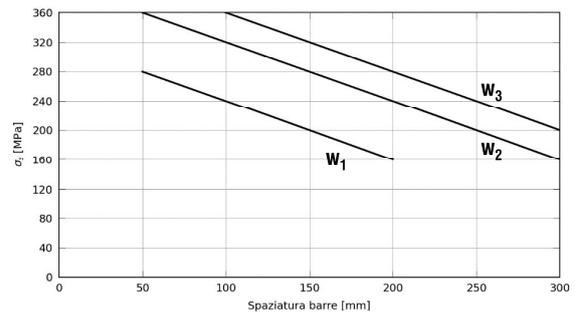
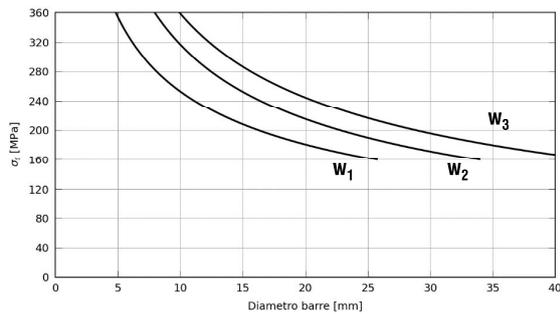
La verifica dell'ampiezza di fessurazione per via indiretta può riferirsi ai limiti di tensione nell'acciaio d'armatura definiti nelle Tabelle C4.1.II e C4.1.III, Circolare 2019. La tensione  $\sigma_s$  è quella nell'acciaio d'armatura prossimo al lembo teso della sezione calcolata nella sezione parzializzata

Tabella C4.1.II Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione

Tensione nell'acciaio $\sigma_s$ [MPa]	Diametro massimo $\phi$ delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

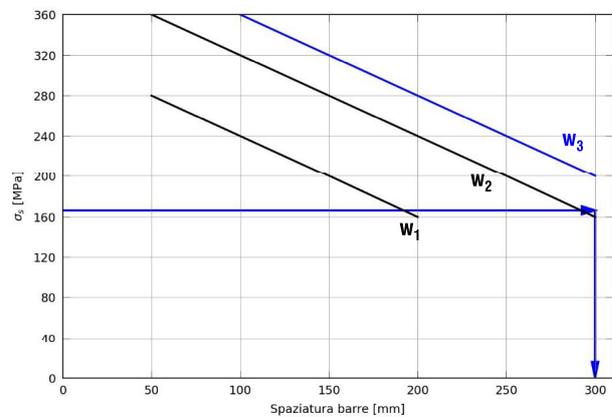
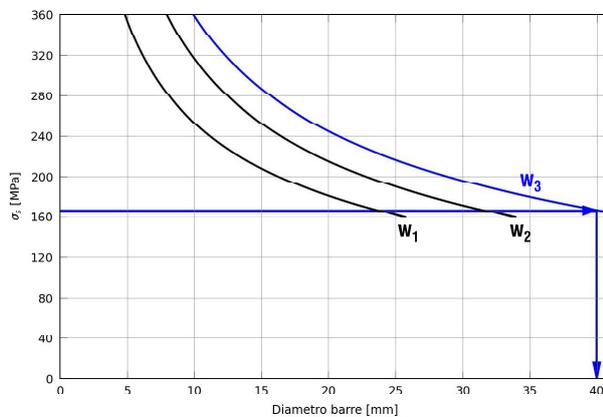
Tabella C4.1.III -Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione

Tensione nell'acciaio $\sigma_s$ [MPa]	Spaziatura massima s delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-



CAMPATA A

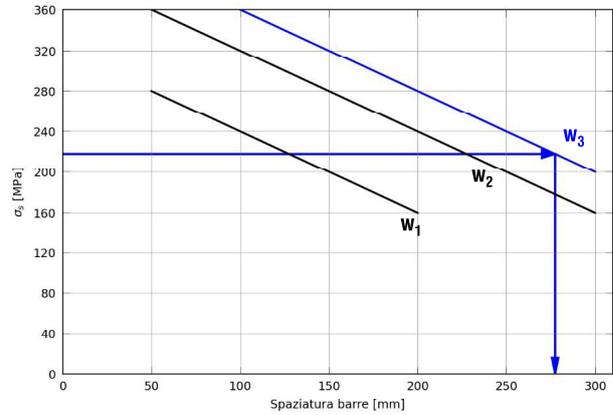
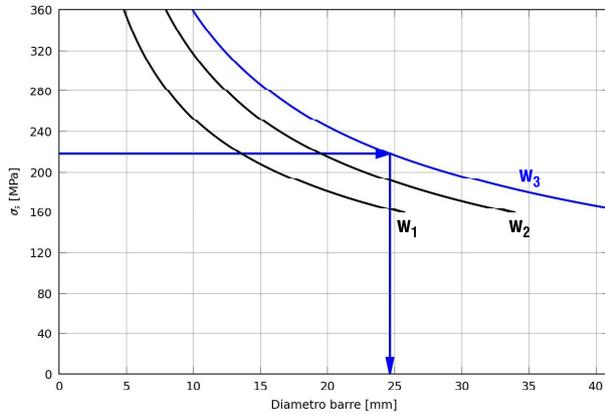
( $2\phi 14$  – spaziatura barre  $i = 120/3 = 40$  mm -  $\sigma_s = 166,4$  MPa)



$\phi 14 < \phi 40$  e  $40$  mm  $< 300$  mm ✓ VERIFICATO

### CAMPATA B

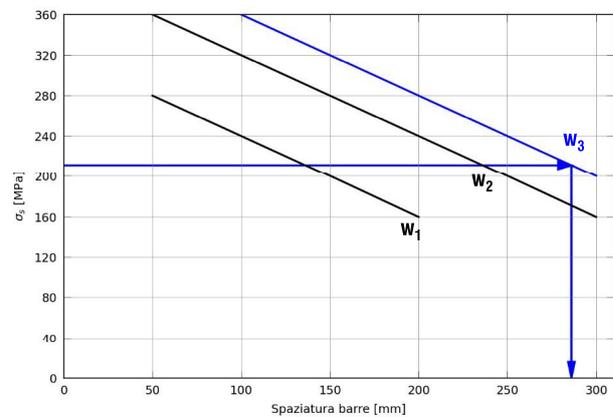
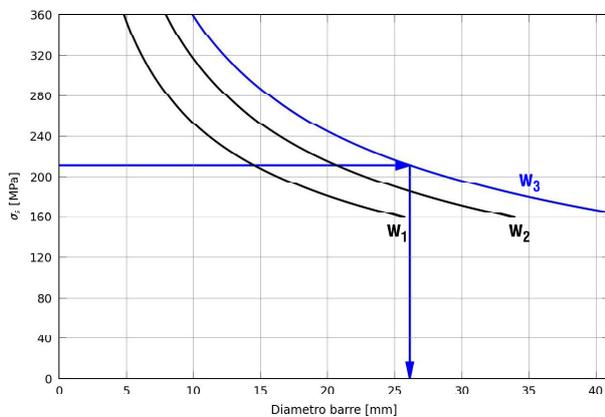
(1 $\phi$ 14 – spaziatura barre  $i = 120/2 = 60$  mm -  $\sigma_s = 218,0$  MPa)



$\phi 14 \leq \phi 24$  e  $60 \text{ mm} < 270 \text{ mm}$  ✓ VERIFICATO

### APPOGGIO 1

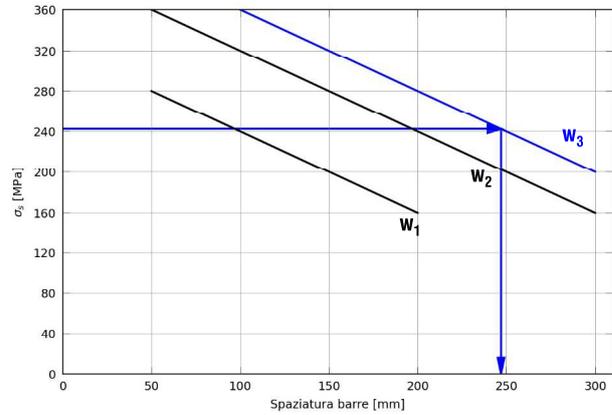
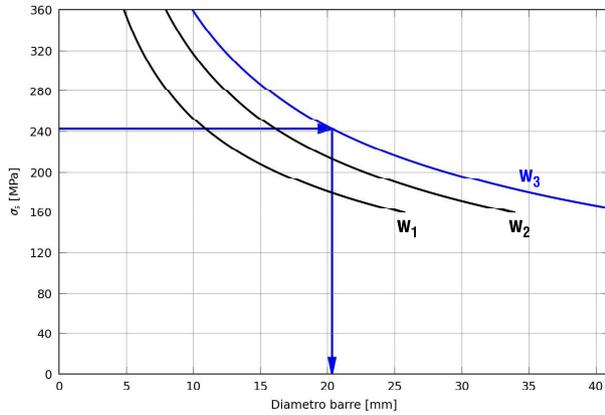
(1 $\phi$ 14 – spaziatura barre  $i = 120/2 = 60$  mm -  $\sigma_s = 211,1$  MPa)



$\phi 14 < \phi 26$  e  $60 \text{ mm} < 280 \text{ mm}$  ✓ VERIFICATO

### APPOGGIO 2

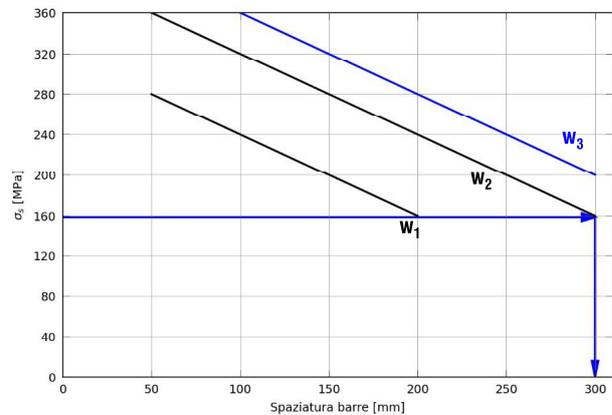
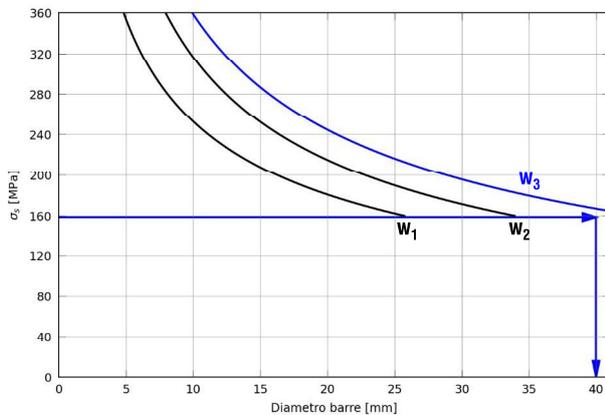
(2 $\phi$ 14 – spaziatura barre  $i = 120/3 = 40$  mm -  $\sigma_s = 242,4$  MPa)



$\phi 14 < \phi 20$  e  $40 \text{ mm} < 240 \text{ mm}$  ✓ VERIFICATO

### APPOGGIO 3

(1 $\phi$ 14 – spaziatura barre  $i = 120/2 = 60$  mm -  $\sigma_s = 158,7$  MPa)



$\phi 14 < \phi 40$  e  $60 \text{ mm} < 300 \text{ mm}$  ✓ VERIFICATO

## VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO: VERIFICA a DEFORMAZIONE

(VERIFICA INDIRECTA)

Per solai con luci fino a 10m la verifica di deformazione può essere eseguita indirettamente controllando che il rapporto tra luce altezza (l/h) non superi un determinato limite.

$$\frac{l}{h} \leq K \left[ 11 + \frac{0.0015 f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \cdot \left[ \frac{500 A_{s,eff}}{f_{yk} A_{s,calc}} \right]$$

~~1~~

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato (ρ=1,5%)	Calcestruzzo poco sollecitato (ρ=0,5%)
Travi semplicemente appoggiate, piastre incernierate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campate terminali di travi continue o piastre continue monodirezionali o bidirezionali continue sul lato maggiore	1,3	18	<b>26</b>
Campate intermedie di travi continue o piastre continue mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre non nervate sostenute da pilastri (snellezza relativa alla luce maggiore)	1,2	17	24

Il secondo termine tra parentesi quadre può essere assunto unitario.

Per travi a T con larghezza dell'ala superiore a 3 volte quella dell'anima, i valori così calcolati vanno ridotti del 20%.

con  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$

	$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	$(l/h)_{max}$	l [mm]	h [mm]	(l/h)	$(l/h) \leq (l/h)_{max}$ ?
CAMPATA A	307,9	$0,8 \cdot 26 = \mathbf{20,8}$	6000	290	<b>20,69</b>	✓
CAMPATA B	153,9	$0,8 \cdot 26 = \mathbf{20,8}$	5200	290	<b>17,93</b>	✓



## POSIZIONAMENTO PRELIMINARE DELLE ARMATURE A FLESSIONE

(dopo la traslazione del diagramma dei momenti)

$$M_{Rd(2\phi 14)} = -27,41 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

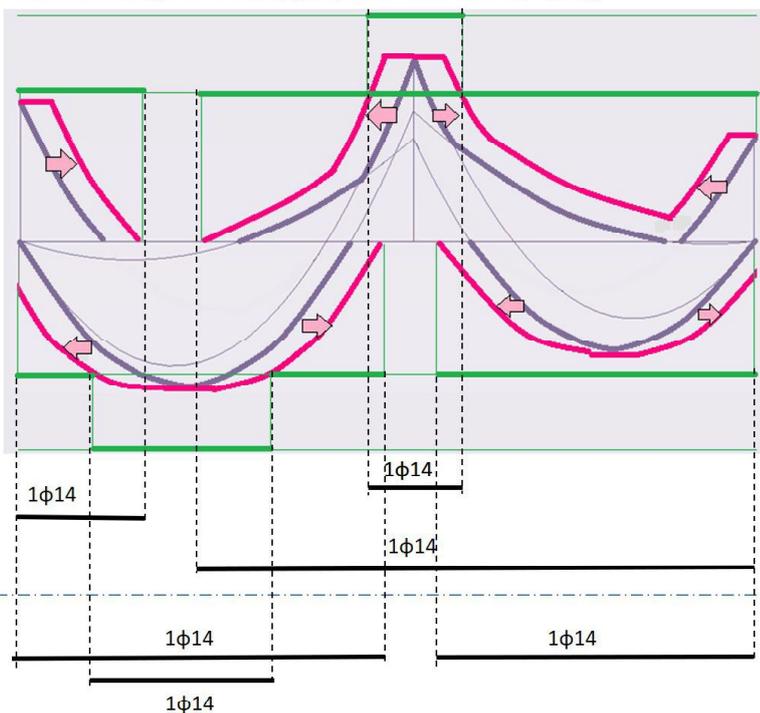
$$M_{Rd(1\phi 14)} = -13,71 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{Rd(1\phi 14)} = 13,71 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

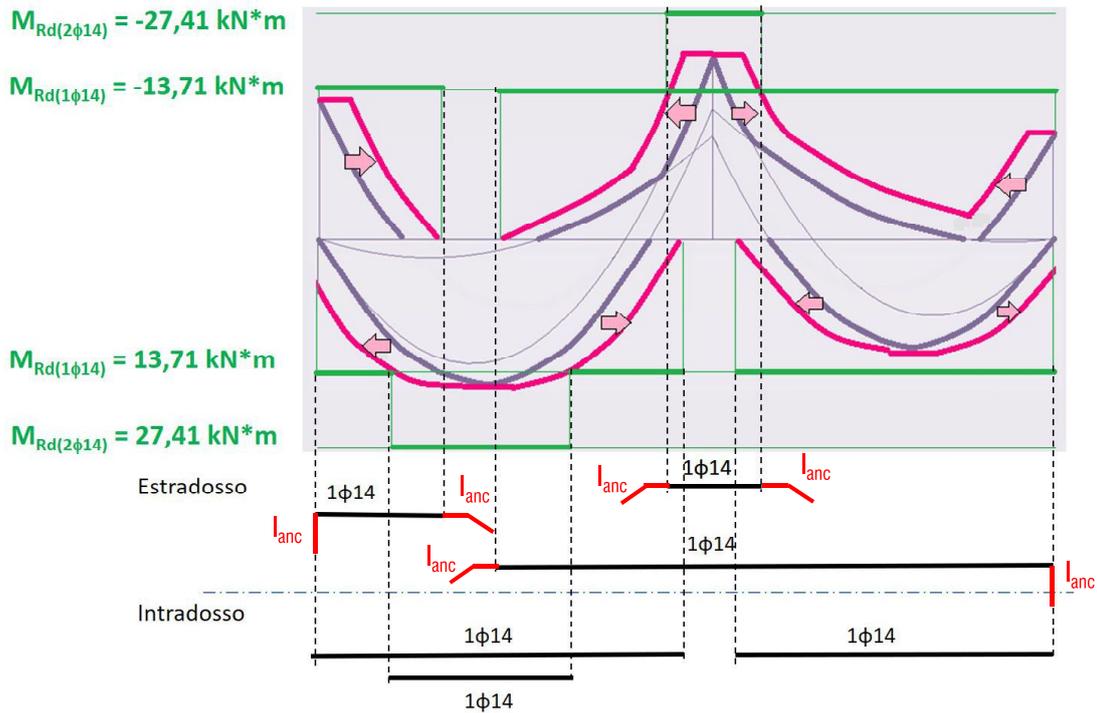
$$M_{Rd(2\phi 14)} = 27,41 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Estradosso

Intradosso

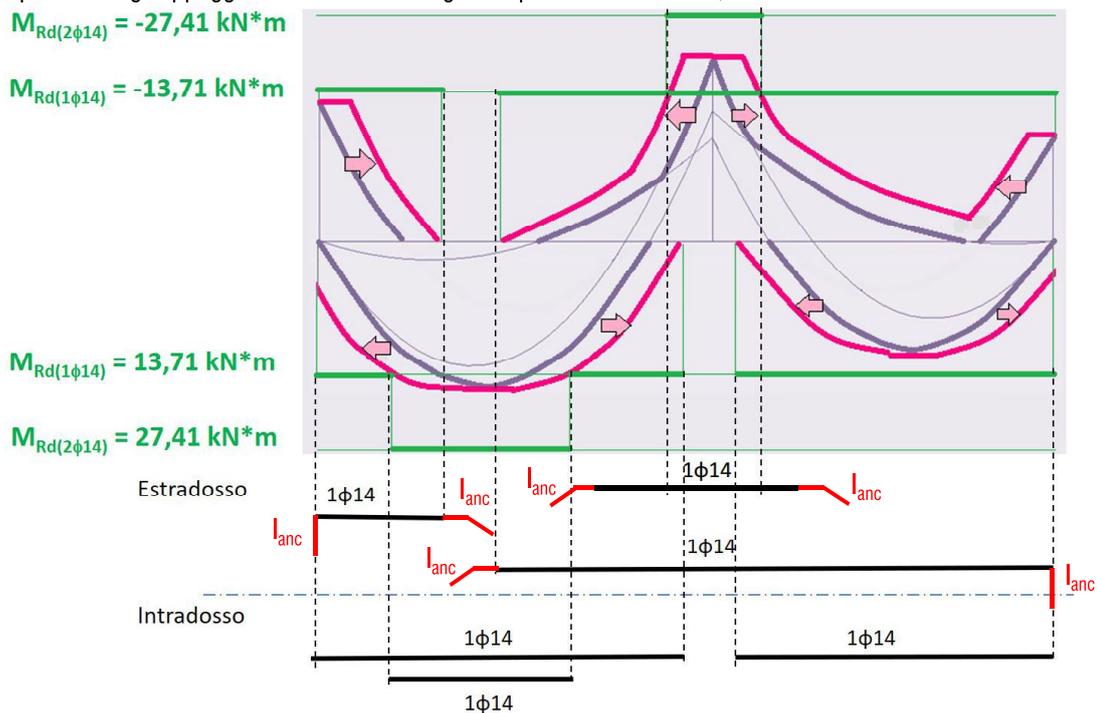


All'**estradosso**, alle lunghezze delle armature derivanti dall'analisi vanno sommate le lunghezze di ancoraggio (indicativamente,  $40\phi$ )



In ogni caso, all'**estradosso**, è opportuno prevedere:

- per i ferri agli appoggi, intermedi una lunghezza pari ad almeno ad  $1/3$  della luce
- per i ferri agli appoggi d'estremità una lunghezza pari ad almeno ad  $1/4$  della luce



In ogni caso, all'**estradosso**, è opportuno prevedere:

- per i ferri agli appoggi intermedi una lunghezza pari ad almeno ad 1/3 della luce
- per i ferri agli appoggi d'estremità una lunghezza pari ad almeno ad 1/4 della luce

$$M_{Rd(2\phi 14)} = -27,41 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

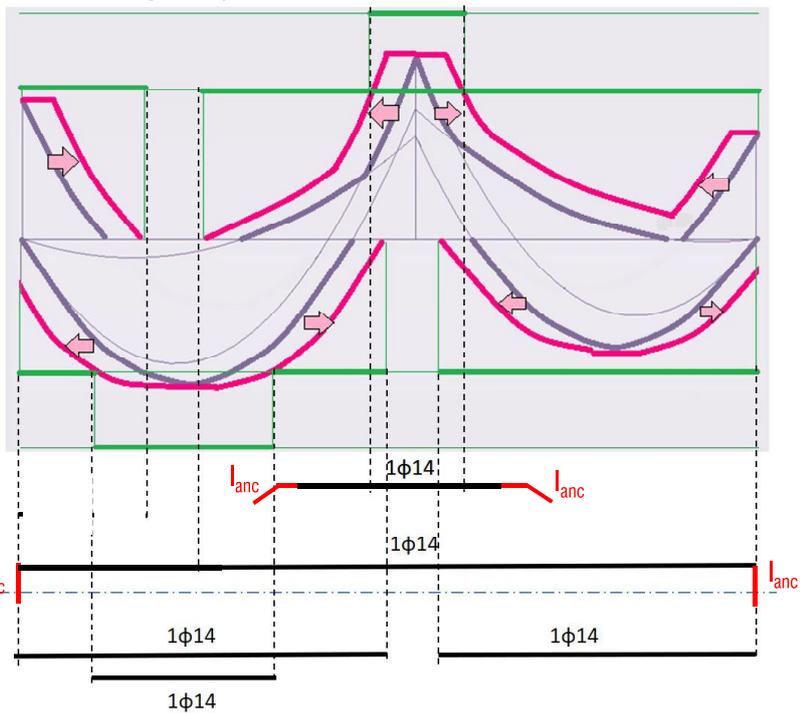
$$M_{Rd(1\phi 14)} = -13,71 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{Rd(1\phi 14)} = 13,71 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

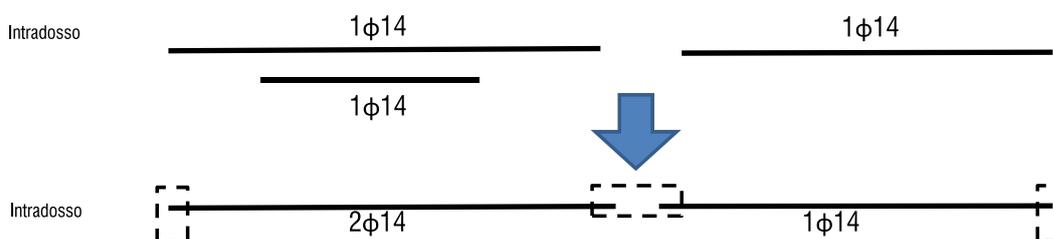
$$M_{Rd(2\phi 14)} = 27,41 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Estradosso

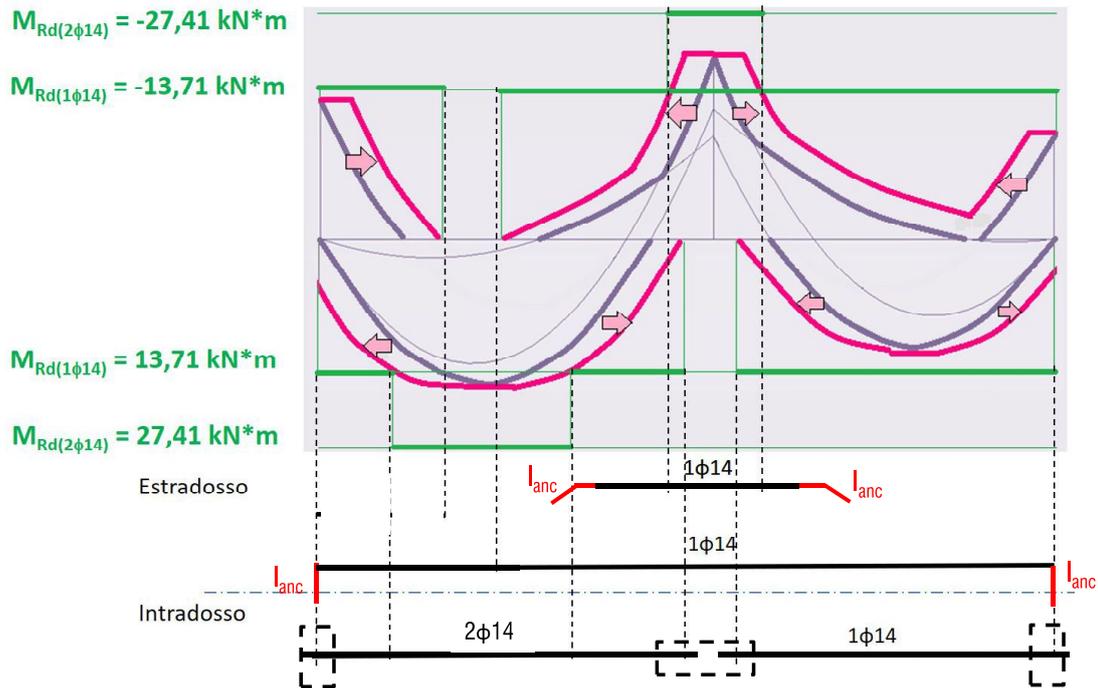
Intradosso



Nei solai semi-prefabbricati (es. latero-cemento tipo Omnia Bausta, Predalles, ecc.) l'armatura inferiore (d'intradosso) è costante su tutta la lunghezza del travetto e si interrompe in prossimità delle travi, uscendo dal fondello/lastra per circa 10-15 cm.

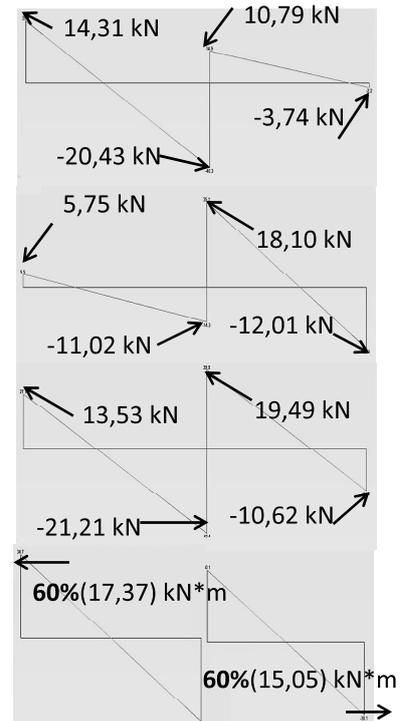
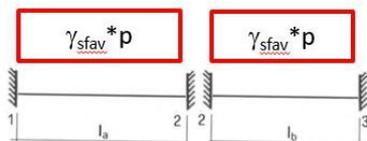
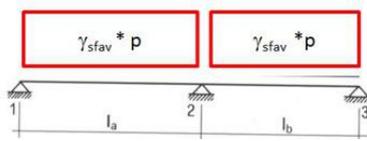
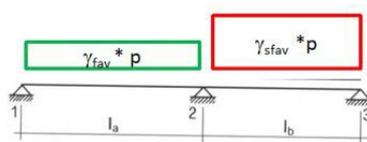
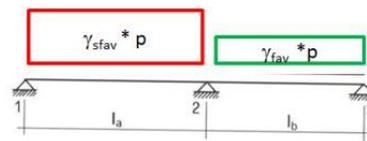


## POSIZIONAMENTO DELLE ARMATURE A FLESSIONE



## VERIFICHE DI RESISTENZA ALLO STATO LIMITE ULTIMO: TAGLIO

Per le verifiche a taglio si considerano le **combinazioni SLU**  
 $(\gamma_{sfav} * p = 5,79 \text{ kN/m},$   
 $\gamma_{fav} * p = 2,79 \text{ kN/m})$

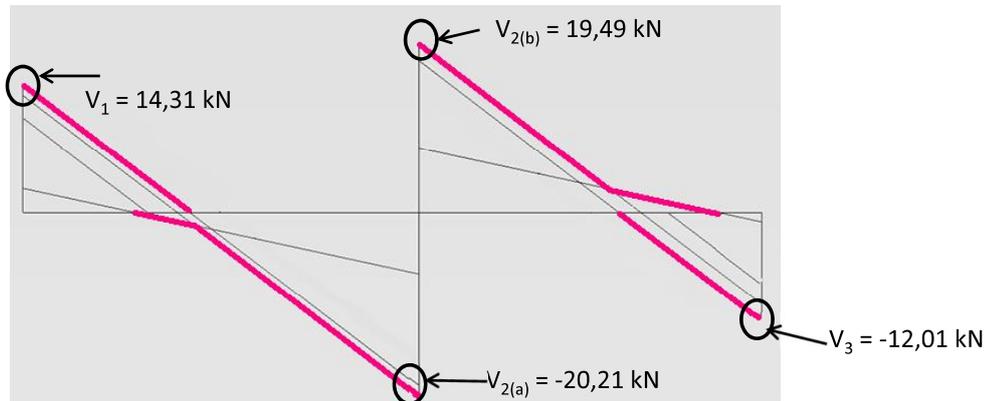


Vedere APPENDICE 1 per combinazioni di carico di sistemi a più campate

Vedere APPENDICE 2 per sollecitazioni nelle travi a più campate

### DIAGRAMMA DI INVILUPPO DEI TAGLI

Si sovrappongono i diagrammi dei tagli calcolati in precedenza per ciascuna combinazione, per ricavare le sollecitazioni più gravose in ogni sezione della trave.



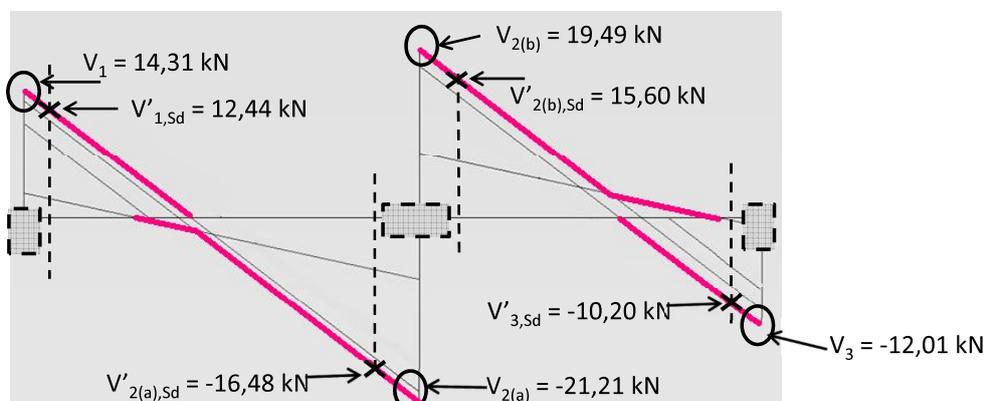
	$V_1$	$V_{2(a)}$	$V_{2(b)}$	$V_3$
COMB 1	<b>14,31</b>	-20,43	10,79	-3,74
COMB 2	5,75	-11,02	18,10	<b>-12,01</b>
COMB 3	13,53	<b>-21,21</b>	<b>19,49</b>	-10,62
COMB 4	10,42	/	/	-9,03



N.B. Agli appoggi, la sezione resistente a taglio è costituita da una sezione rettangolare piena in c.a. (per la presenza delle travi). La sezione piena in calcestruzzo non risentirà, pertanto, di particolari carenze a taglio.

Problemi a taglio potrebbero, invece, verificarsi nelle sezioni a T situate nelle immediate vicinanze delle travi.

In quelle zone il taglio sarà un po' più piccolo rispetto a quello calcolato all'appoggio «ideale» (questo valore di taglio ridotto lo calcolo ponendomi a 0.9d volte il bordo della trave, e facendo un'equivalenza tra triangoli)



In combinazione 1  $V_1 = 14,31 \text{ kN}$   $V_{2(a)} = -20,43 \text{ kN}$  pertanto

$$V'_{1,sd} = V_1 - (V_1 - V_{2(a)}) \cdot \frac{[(B_{t1}/2) + 0,9d]}{l_a} = 14,31 - \left[ [14,31 - (-20,43)] \cdot \frac{0,15 + 0,23}{6} \right] =$$

$$= 14,31 - 2,17 = \mathbf{12,14 \text{ kN}}$$

In combinazione 2  $V_3 = -12,01 \text{ kN}$   $V_{2(b)} = 18,10 \text{ kN}$  pertanto

$$V'_{3,sd} = V_3 - (V_3 - V_{2(b)}) \cdot \frac{[(B_{t3}/2) + 0,9d]}{l_b} = -12,01 - \left[ [-12,01 - 18,10] \cdot \frac{0,15 + 0,23}{5,2} \right] =$$

$$= -12,01 + 2,20 = \mathbf{-9,81 \text{ kN}}$$

In combinazione 3  $V_1 = 13,53 \text{ kN}$   $V_{2(a)} = -21,21 \text{ kN}$   $V_{2(b)} = 19,49 \text{ kN}$   $V_3 = -10,62 \text{ kN}$

$$V'_{2(a),sd} = V_{2(a)} - (V_{2(a)} - V_1) \cdot \frac{[(B_{t2}/2) + 0,9d]}{l_a} = -21,21 - \left[ [-21,21 - 13,53] \cdot \frac{0,45 + 0,23}{6} \right] =$$

$$= -21,21 + 3,94 = \mathbf{-17,27 \text{ kN}}$$

$$V'_{2(b),sd} = V_{2(b)} - (V_{2(b)} - V_3) \cdot \frac{[(B_{t2}/2) + 0,9d]}{l_b} = 19,49 - \left[ [19,49 - (-10,62)] \cdot \frac{0,45 + 0,23}{5,2} \right] =$$

$$= 19,49 - 3,94 = \mathbf{15,55 \text{ kN}}$$

( $B_t$  è la larghezza della trave)



## TAGLIO RESISTENTE PER ELEMENTI PRIVI DI SPECIFICA ARMATURA A TAGLIO

$$V_{Rd} = 0.18 \text{ } bd \text{ } \kappa \frac{(100 \rho_s f_{ck})^{1/3}}{\gamma_c} + 0.15 \text{ } bd \text{ } \sigma_c$$

Negli elementi semplicemente inflessi il secondo termine è nullo

Con un minimo  $V_{Rd} \geq bd v_{\min} + 0.15 \text{ } bd \text{ } \sigma_c$

$$\kappa = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2$$

$$v_{\min} = 0,035 \kappa^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

e dove

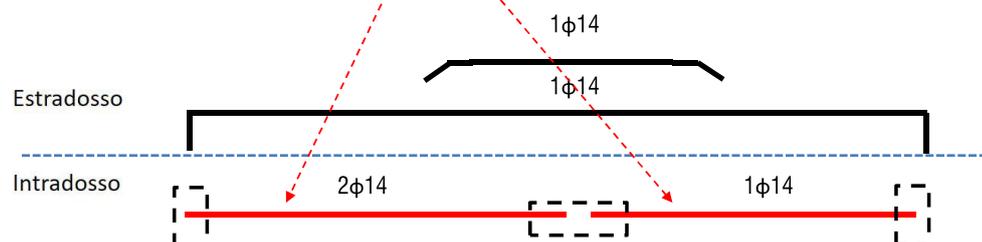
$d$  è l'altezza utile della sezione (in mm);

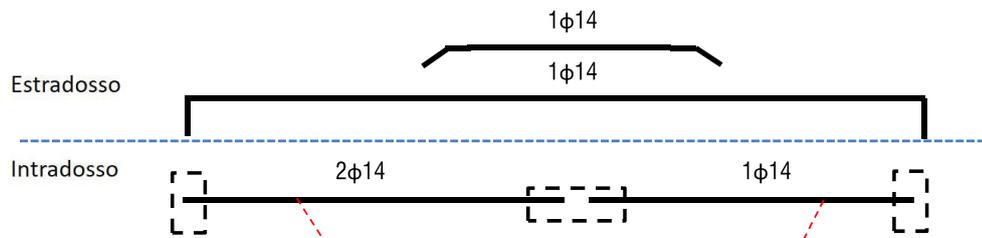
$\rho_1 = A_{s1}/(b_w \cdot d)$  è il rapporto geometrico di armatura longitudinale ( $\leq 0,02$ );

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c$  è la tensione media di compressione nella sezione ( $\leq 0,2 f_{cd}$ );

$b_w$  è la larghezza minima della sezione (in mm).

**Quella che attraversa la fessura a taglio (quindi quella all'intradosso)**





con  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  e  $\gamma_c = 1,5$

	$V_{Sd}$ [kN]	b [mm]	d [mm]	k	< 2 ?	$A_{sl}$ [mm <sup>2</sup> ]	$\rho_s$	$V_{Rd}$ [kN]	$V_{Rd,min}$ [kN]	$V_{Rd} > V_{Rd,min}?$	$V_{Rd} > V_{Sd}?$
SEZIONE 1'	<b>12,14</b>	120	253	1,89	✓		0,0101	<b>20,23</b>	13,80	✓	✓
SEZIONE 2' (a)	<b>17,27</b>	120	253	1,89	✓		0,0101	<b>20,23</b>	13,80	✓	✓
SEZIONE 2' (b)	<b>15,55</b>	120	253	1,89	✓		0,0051	<b>16,05</b>	13,80	✓	✓
SEZIONE 3'	<b>9,81</b>	120	253	1,89	✓		0,0051	<b>16,05</b>	13,80	✓	✓

Come già osservato in precedenza, nei solai semi-prefabbricati l'armatura inferiore esce dal fondello/lastra per circa 10-15 cm. Tale lunghezza non è sufficiente a garantire l'ancoraggio dell'armatura alle travi.

È necessario inserire, in opera, **ALL'INTRADOSSO**, delle armature aggiuntive alle estremità, per ripristinare la continuità dell'armatura del solaio.

Dimensionamento: l'armatura aggiuntiva deve essere in grado di resistere ad uno sforzo di trazione pari al taglio, ovvero

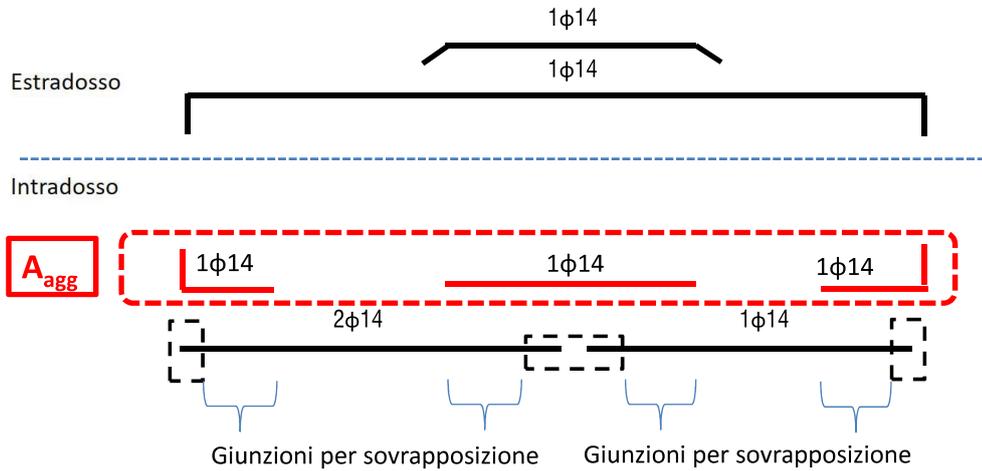
$$A_{agg} * f_{yd} = T_{Rd} \geq V_{Sd}$$



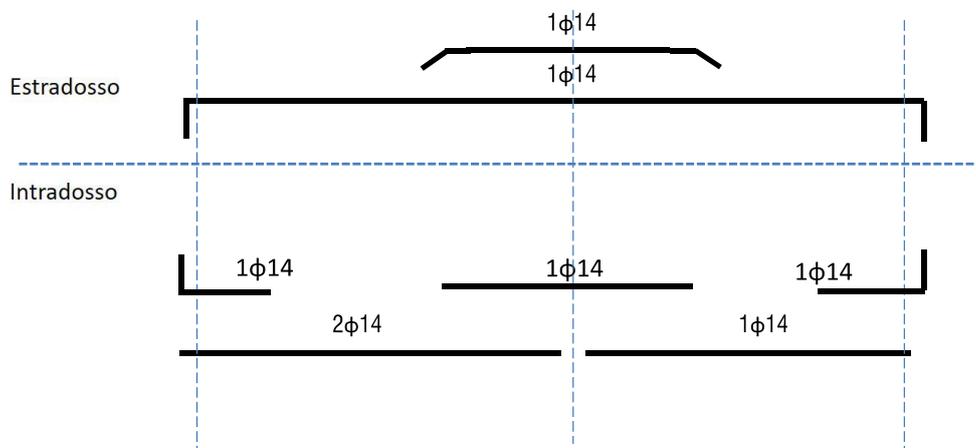
$$A_{agg} * f_{yd} = T_{Rd} \geq V_{Sd}$$

con  $f_{yd} = 391 \text{ MPa}$

	$V_{Sd}$ [kN]	$A_{agg}$ [mm <sup>2</sup> ]	$T_{Rd}$ [kN]	$T_{Rd} > V_{Sd}?$
SEZIONE 1'	12,14	153,9 (1φ14)	60,17	✓
SEZIONE 2' (a)	17,27	153,9 (1φ14)	60,17	✓
SEZIONE 2' (b)	15,55	153,9 (1φ14)	60,17	✓
SEZIONE 3'	9,81	153,9 (1φ14)	60,17	✓

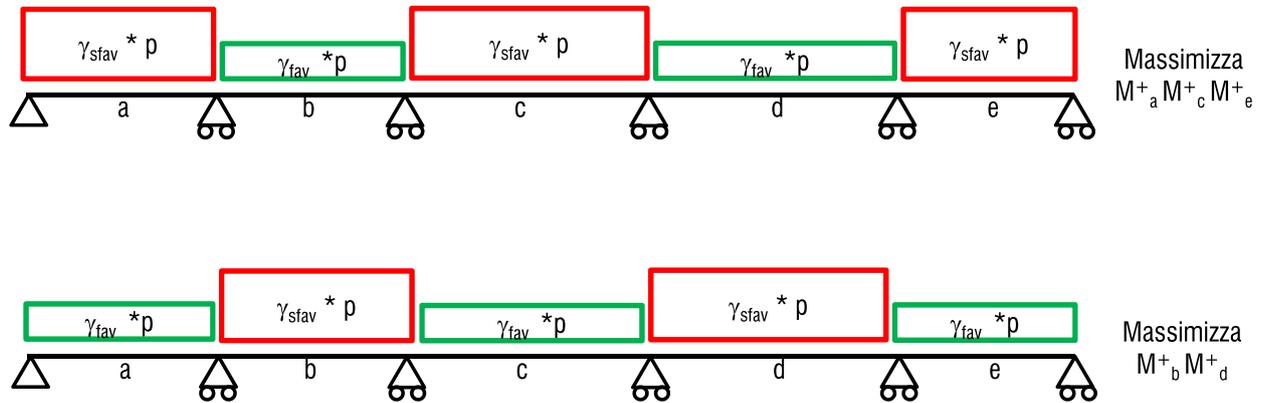


## POSIZIONAMENTO DEFINITIVO DELLE ARMATURE NEL SOLAIO

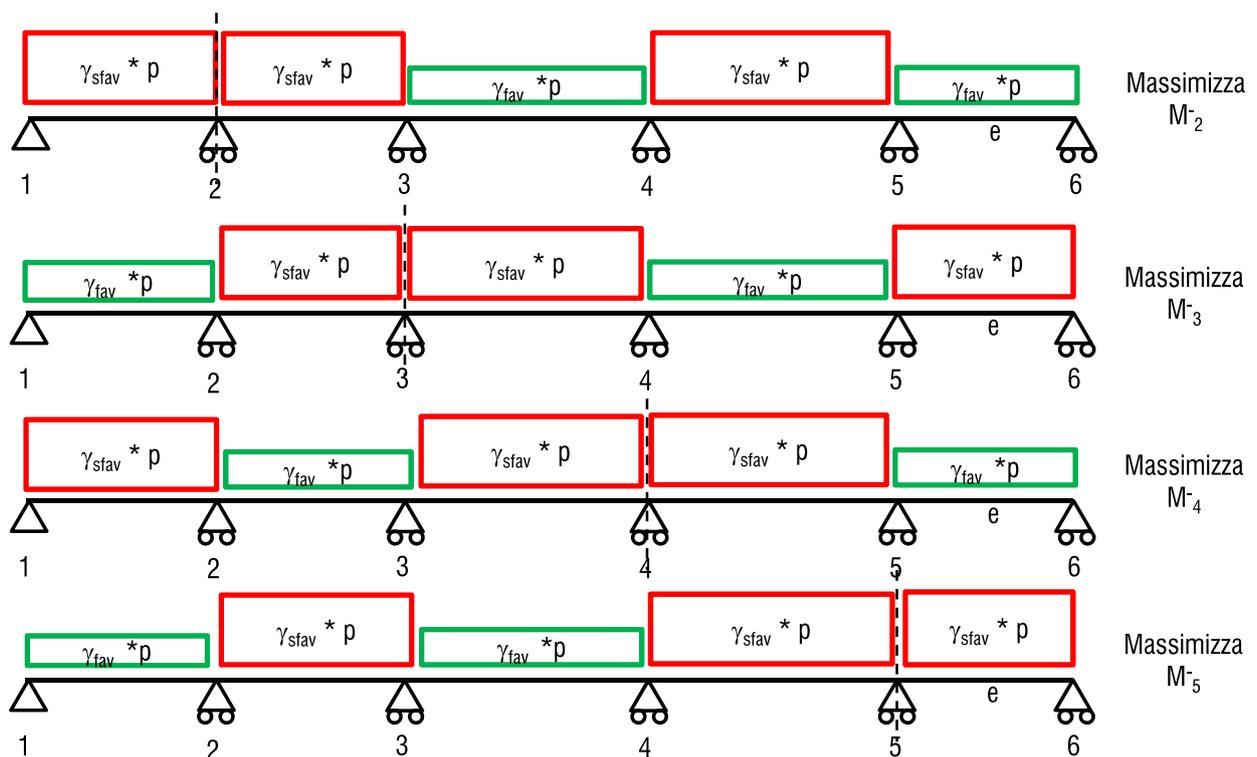


## APPENDICE 1 – Combinazioni di carico

### COMBINAZIONI A SCACCHIERA PER MASSIMIZZARE I MOMENTI IN CAMPATA



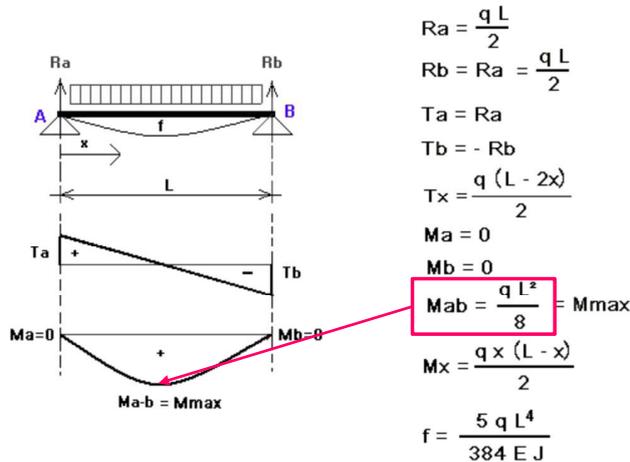
### COMBINAZIONI A SCACCHIERA «SPECCHIATA» PER MASSIMIZZARE I MOMENTI AGLI APPOGGI



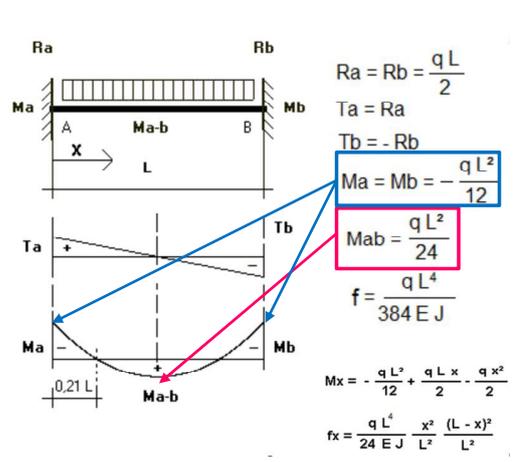
## APPENDICE 2 – SOLLECITAZIONI NELLE TRAVI A PIU' CAMPATE

Ricordiamo due schemi statici ricorrenti nella trave a campata singola

TRAVE APPOGGIATA AGLI ESTREMI  
CON CARICO UNIFORMEMENTE DISTRIBUITO



TRAVE INCASTRATA AGLI ESTREMI  
CON CARICO UNIFORMEMENTE DISTRIBUITO



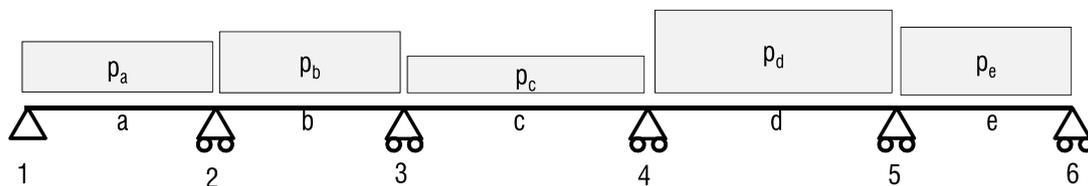
In una trave a più campate mi aspetto quindi che il momento massimo nelle campate sia compreso tra  $qL^2/24$  e  $qL^2/8$   
 Mi aspetto anche che momenti agli appoggi intermedi  $\leq |qL^2/12|$

Per calcolare rapidamente le sollecitazioni in una trave appoggiata a «n» campate (trave «n-1» volte iperstatica)

utilizzo l'EQUAZIONE DEI TRE MOMENTI

$$M_{i-1} l_{j-1} + 2 M_i (l_j + l_{j-1}) + M_{i+1} l_j = -\frac{1}{4} (p_j l_j^3 + p_{j-1} l_{j-1}^3)$$

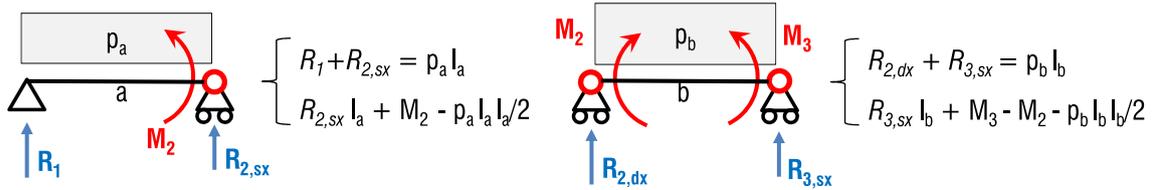
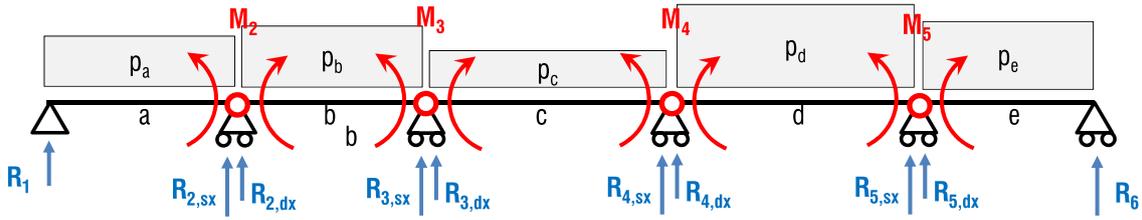
Esempio: trave appoggiata a 5 campate (4 volte iperstatica)



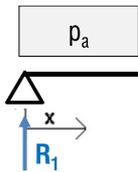
$$\begin{cases} M_1 l_a + 2 M_2 (l_b + l_a) + M_3 l_b = -\frac{1}{4} (p_b l_b^3 + p_a l_a^3) \\ M_2 l_b + 2 M_3 (l_c + l_b) + M_4 l_c = -\frac{1}{4} (p_c l_c^3 + p_b l_b^3) \\ M_3 l_c + 2 M_4 (l_d + l_c) + M_5 l_d = -\frac{1}{4} (p_d l_d^3 + p_c l_c^3) \\ M_4 l_d + 2 M_5 (l_e + l_d) + M_6 l_e = -\frac{1}{4} (p_e l_e^3 + p_d l_d^3) \end{cases}$$

Sistema determinato  
di 4 equazioni in 4 incognite:  
 $M_2, M_3, M_4, M_5$

Noti i momenti iperstatici ( $M_{2-5}$ ), posso isolare ciascuna campata e, tramite l'equilibrio alla traslazione e alla rotazione, calcolare le reazioni agli appoggi (e quindi il taglio)



Ecc... per ogni campata



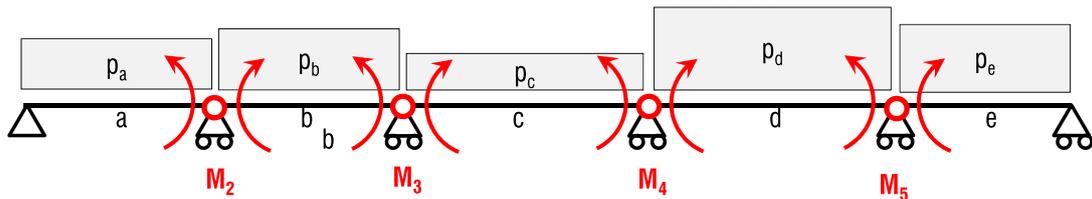
$$M(x) = R_1 x - p_a x x / 2$$

$$T(x) = dM(x)/dx = R_1 - p_a x$$

Per ciascuna campata, note anche le reazioni, si può scrivere l'equilibrio alla rotazione rispetto alla generica sezione e calcolare quindi l'andamento del momento e del taglio (la derivata del momento)

Vediamo, in generale, come si ricava l'equazione dei tre momenti:

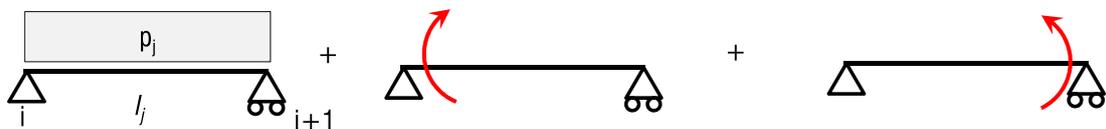
Introduciamo le «n-1» incognite iperstatiche in corrispondenza degli appoggi intermedi.



La risoluzione con il metodo delle forze è laboriosa.

Consideriamo allora la generica campata «j»: le rotazioni agli estremi possono essere ottenute mediante SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI, considerando separatamente 3 condizioni di carico:

- I) Carico verticale  $p_j$
- II) Momento iperstatico di sinistra  $M_j$
- III) Momento iperstatico di destra  $M_{j+1}$



Si esprime quindi la rotazione  $\theta$  alle due estremità (coefficienti tabellati)

$$\begin{cases} \theta_i = \theta_{i(l)} + \theta_{i(m)} + \theta_{i(III)} = p_j l_j^3 / 24EJ + M_i l_j / 3EJ + M_{i+1} l_j / 6EJ \\ \theta_{i+1} = \theta_{i+1(l)} + \theta_{i+1(m)} + \theta_{i+1(III)} = -p_j l_j^3 / 24EJ - M_i l_j / 6EJ - M_{i+1} l_j / 3EJ \end{cases}$$

Per congruenza, in ciascun appoggio la rotazione di sinistra deve essere uguale a quella di destra:

$$\theta_{i,sx} = \theta_{i,dx}$$

$$\text{Cioè: } p_j l_j^3 / 24EJ + M_i l_j / 3EJ + M_{i+1} l_j / 6EJ = -p_{j-1} l_{j-1}^3 / 24EJ - M_{i-1} l_{j-1} / 6EJ - M_i l_{j-1} / 3EJ$$

Pertanto:

$$M_{i-1} l_{j-1} + 2 M_i (l_j + l_{j-1}) + M_{i+1} l_j = -1/4 (p_j l_j^3 + p_{j-1} l_{j-1}^3)$$