

Le figg. 9 e 10 rappresentano rispettivamente un cilindro con le basi appartenenti a piani ortogonali a  $\pi_1$  e a piani generici. Costruita l'immagine ellittica  $\gamma_1^2$  del cerchio dato nel piano  $\pi_1$  (Parte II, cap. I, 16.2.a, fig. 75), per la determinazione della base superiore  $\gamma$ , vale quanto detto a proposito dell'analogo caso del prisma. Qui tuttavia è più conveniente assumere come coppia di punti corrispondenti:  $C_1'$ , immagine del centro di

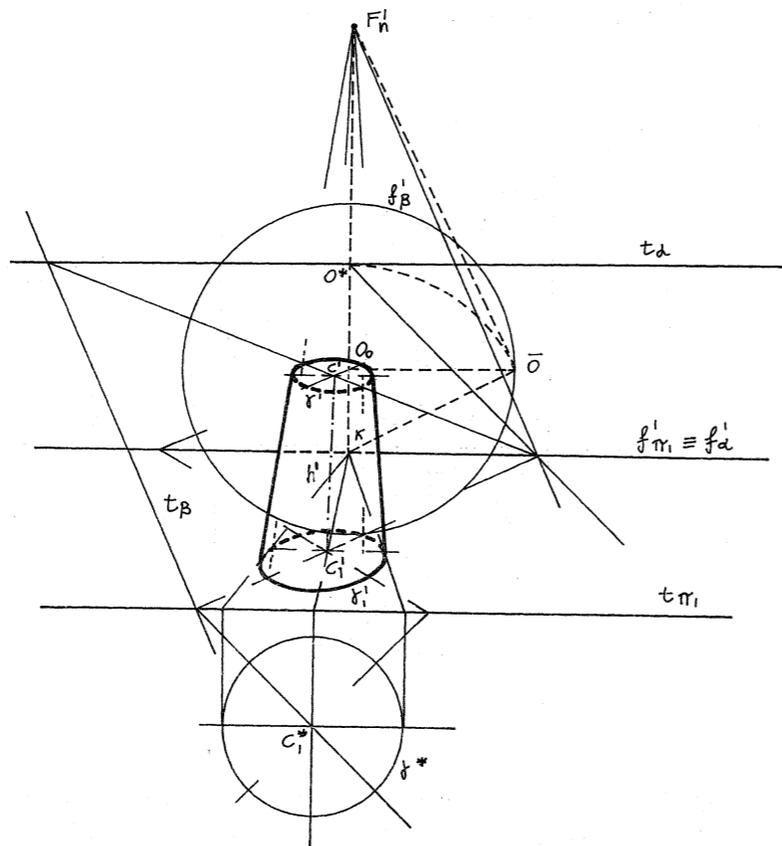


Fig. 10

<sup>2</sup> Si è scelta la condizione che  $\gamma_1^2$  sia un'ellisse, perché è quella che si realizza nel processo visivo; in tal modo l'immagine costruita si avvicina all'immagine ottica (prospettiva).

$\gamma_1$ , e  $C'$ , intersezione dell'asse del cono con il piano  $\alpha$ ; in tal modo le omologhe delle rette di  $\pi_1$  passanti per  $C_1'$  determinano ciascuna due punti di  $\gamma_1$ . Per la costruzione del punto  $C'$  ci si può servire di un piano ausiliario  $\beta$  ( $f_\beta', t_\beta$ ) passante per la retta  $b$ , asse del cilindro. Questa retta, in quanto parallela al quadro, nell'esempio di fig. 9, ha traccia e fuga coincidenti con il punto improprio di  $b'$ , che in questo caso è il centro dell'omologia affine ortogonale, in cui si corrispondono le immagini delle due basi. Nel secondo esempio invece l'omologia è a centro proprio e la retta  $b'$ , come le generatrici del cilindro, passa per il punto  $F_n'$ , fuga delle rette ortogonali a  $\pi_1$ .

## 2. Sezioni coniche

Ci proponiamo ora di fornire nei due metodi una rappresentazione delle coniche come sezioni piane del cono circolare retto, richiamandoci per le considerazioni spaziali a quanto detto al n. 16.2, cap. I, Parte II. Ricordiamo soltanto che, dato un cono circolare retto il cui cerchio di

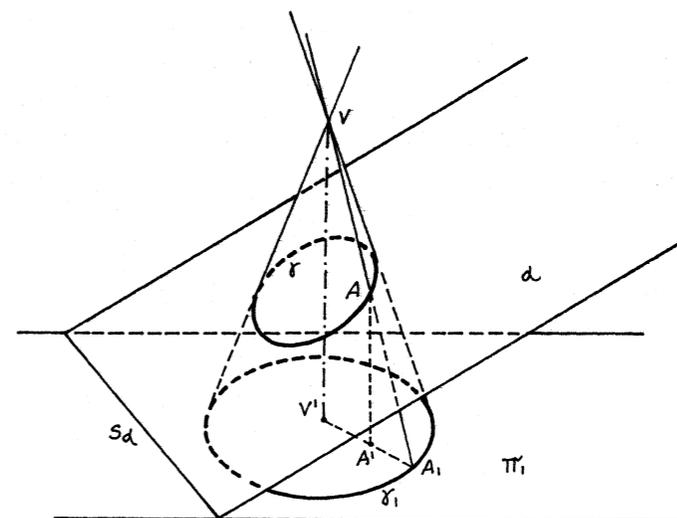


Fig. 11

rettore  $\gamma_1$  è nel piano  $\pi_1$  e il vertice  $V$  sulla retta  $b$  (asse del cono) passante per il centro di  $\gamma_1$ , e dato ancora un piano generico  $\alpha$ , la conica  $\gamma$ , sezione di  $\alpha$  con il cono, è la corrispondente del cerchio  $\gamma_1$  nella prospettiva tra i piani  $\pi_1$  ed  $\alpha$ , avente per centro il punto  $V$ , ovvero è la proiezione di  $\gamma_1$  su  $\alpha$  da  $V$  (fig. 11). Le relative immagini  $\gamma'_1$  e  $\gamma'$  si corrispondono dunque in un'omologia avente per asse l'immagine della retta comune ai piani  $\pi_1$  ed  $\alpha$ , e per centro l'immagine del punto  $V$  (cfr. Parte I, cap. VIII, 8.b).

### 2.1. Metodo di Monge

Se  $\gamma_1$  appartiene al primo piano di proiezione, l'omologia  $\omega$  tra  $\gamma'_1$  e  $\gamma'$  ha per asse la retta  $s_\alpha$  (comune a  $\pi_1$  ed  $\alpha$ ) e per centro il punto  $V'$ , in quanto proiezione da  $O_{1\infty}$  del vertice  $V$ .

Inoltre, condotto per  $V$  il piano  $\bar{\alpha}$  parallelo ad  $\alpha$ , la retta  $s_{\bar{\alpha}}$  (comune ad  $\bar{\alpha}$  e  $\pi_1$ ), in quanto proiezione da  $V$  della retta impropria di  $\alpha$ , è una delle rette limiti dell'omologia, che resta così completamente determinata.

Nelle figg. 12, 13 e 14 il piano  $\alpha$  della sezione è parallelo a un piano  $\bar{\alpha}$  passante per  $V$  e secante il cono rispettivamente: in due generatrici complesse e coniugate, reali e coincidenti, reali e distinte; infatti la retta  $s_\alpha$  (comune a  $\gamma_1$  ed  $\bar{\alpha}$ ) è stata scelta esterna, tangente, secante rispetto a  $\gamma_1$  (cfr. Parte II, cap. I, 16.2.a, b, c), per cui il piano  $\alpha$  risulta nell'ordine: secante la totalità delle generatrici, parallelo ad una generatrice, parallelo a due generatrici, e, nello stesso ordine, la sezione conica  $\gamma$  una ellisse, una parabola, un'iperbole.

Costruita la conica  $\gamma'$ , prima immagine di  $\gamma$ , come trasformata di  $\gamma'_1$  in  $\omega$ , la seconda immagine  $\gamma''$  si può costruire per punti, ciascuno dei quali, ad es.  $X''$ , si considera appartenente alla seconda proiezione della generatrice passante per il punto  $X$  di  $\gamma$ , di cui sia nota la prima immagine  $X'$  (fig. 12).

La conica  $\gamma''$  si può anche ottenere come trasformata di  $\gamma'$  in  $\omega'$ , cioè nell'omologia in cui si corrispondono prima e seconda immagine di una figura piana (cfr. 28.5).

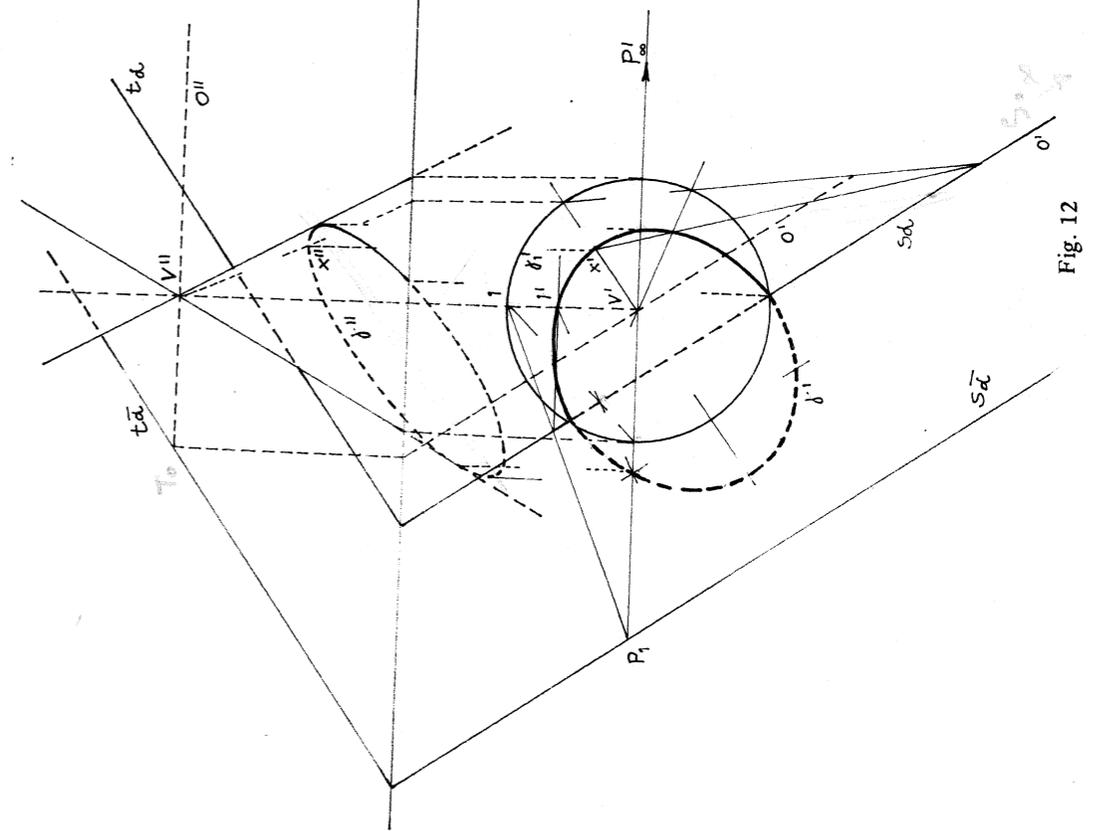


Fig. 12



