Indice

1	Fisi	ca dei materiali semiconduttori	2	
	Gli elettroni nei nuclei	2		
	Teoria delle bande energetiche	3		
		1.2.1 Le bande energetiche dei semiconduttori	7	
		1.2.2 Cristallo, legami covalenti, intervallo proibito	9	
		1.2.3 Le lacune	10	
	1.3	I semiconduttori intrinseci	11	
		1.3.1 Densita' degli stati	11	
		1.3.2 Probabilita' di occupazione degli stati	11	
	1.4	I semiconduttori drogati (o <i>estrinsenci</i>)	15	
		1.4.1 Legge dell'azione di massa	18	
	1.5	Correnti: il trasporto dei portatori	23	
		$1.5.1$ Deriva \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	24	
		1.5.2 La resistivita' del semiconduttore	25	
		1.5.3 Diffusione \ldots	27	
	Giunzione pn	29		
	1.7 Distribuzione di carica, campo elettrico, potenziale elettrico in			
		una giunzione pn generica	29	
		1.7.1 Correnti nella giunzione pn non polarizzata \ldots	39	
		1.7.2 Correnti nella giunzione pn direttamente polarizzata	40	
		1.7.3 Correnti nella giunzione nn inversamente polarizzata	42	

1 Fisica dei materiali semiconduttori

I materiali si possono caratterizzare in base alle diverse proprietà' elettriche. In particolare si puo' misurare l'intensita' della corrente I che fluisce attraverso una barra di materiale omogeneo, di sezione uniforme e lunghezza nota, i cui estremi sono sottoposti alla differenza di potenziale elettrico V e dedurne la resistenza R = V/I, come descritto dalla Legge di Ohm. E' facile verificare sperimentalmente che R varia in funzione dell'area A della sezione e della lunghezza L della barra secondo un parametro ρ chiamato resistivita':

$$\rho = R \frac{A}{L} \tag{1}$$

La resistivita' nei materiali usati in campo elettronico e dei rivelatori varia di molti ordini di grandezza: si va da $\rho = 10^{-6} \Omega cm$ dell'alluminio usato nelle connessioni dei circuiti elettrici, al biossido di silicio SiO_2 usato per isolare e proteggere le parti superficiali e piu' esposte dei sensori, in cui $\rho = 10^{16} \Omega cm$, e alle plastiche $\rho = 10^{18} \Omega cm$.

In base alla resistivita' si possono quindi definire delle classi di materiali:

- $\rho \lesssim 10^{-2} \ \Omega \ cm$: conduttori
- $10^{-2} \ \Omega \ cm < \rho < 10^5 \ \Omega \ cm$: semiconductori
- $\rho > 10^5 \ \Omega \ cm$: isolanti

La classe intermedia riguarda i semiconduttori, in cui la resistività' puo' essere modificata in maniera controllata e con grande precisione la conduzione elettrica puo' essere a due tipi di portatori.

Si possono dedurre le caratteristiche elettriche del semiconduttore a partire dalla descrizione delle proprieta' del sistema di elettroni in un atomo isolato e perturbando il sistema elettronico del solido per ottenere informazioni sulle caratteristiche del materiale.

1.1 Gli elettroni nei nuclei

In un atomo con numero atomico Z, per un e- convivono due tipi di campo di forze: quella attrattiva con i protoni del nucleo e quella repulsiva con l'insieme degli elettroni dell'atomo. La prima e' radiale, diretta verso il nucleo, e ha potenziale

$$U(r) = \frac{Zq^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

dove r e' la distanza e- - nucleo, e dove l'en potenziale di riferimento e' presa all'infinito, come da convenzione. La seconda invece e' nulla per Z=1, ovviamente, e trascurabile per atomi con basso peso atomico. Nell'interpretazione classica, gli e- dell'atomo si muovono intorno al nucleo con orbite ellittiche con un fuoco nel nucleo. Questa interpretazione non e' accurata in quanto prevede:

- gli e- si muovono di moto accelerato, quindi dovrebbero irradiare energia, perdendola, e quindi diminuire la loro distanza dal nucleo fino a fermarsi nel nucleo stesso. Non sarebbero dunque stabili.
- l'energia degli e- dovrebbe essere continua, mentre sappiamo dagli spettri misurati sappiamo che e' quantizzata, ovvero si manifesta solo in determinate energie. Gli e- eccitati termicamente infatti si diseccitano emettendo radiazione elettromagnetica che puo' essere rivelata: i fotoni hanno frequenza tale che $hf = \Delta E$, e l'energia ΔE misurata non rappresenta uno spettro continuo ma dei valori determinati, ovvero delle *righe spettrali*, che corrispondono all'energia che distanzia i livelli energetici su cui si situano gli elettroni.

La teoria quantistica dell'atomo idrogenoide parte dalla soluzione dell'eq di Shoedinger in presenza di un campo di forze coulombiano. Si ottengono, come per il caso monodimensionale, soluzioni di tipo legato, con proprieta' d iquantizzazione. Le 3 dimensioni aggiungono piu' numeri quantici (m,n,l)piu' in numero di spin, che permette la compresenza di solo 2 e- sullo stesso livello energetico per il principio di Pauli.

1.2 Teoria delle bande energetiche

A partire dal modello dell'atomo di Bohr, conosciamo come interagisce un elettrone con il potenziale coulombiano di un nucleo atomico: esiste uno spettro di valori consentiti di energia che l'e- puo' assumere, corrispondente a

$$E_n = \frac{-Z^2 m_0 q^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \tag{2}$$

al di sotto un'energia di riferimento assunta pari a 0. Nella formula: Z e' la carica netta del nucleo, q e' la carica elementare, m_0 e' la massa in quiete dell'elettrone, ϵ_0 e' la costante dielettrica nel vuoto, h la costante di Plank, e n un numero intero positivo. Per l'idrogeno, con Z = 1 i valori consentiti

sono $-13.6/n^2 eV$ al di sotto del livello di riferimento, con *n* intero, quindi: -13.6 eV, -3.4 eV, -1.5 eV, -0.85 eV, ecc ecc. Allo zero assoluto, il livelli a energia piu' bassi sono i primi ad essere occupati, con al massimo 2 e- per livello, seguendo il principio di esclusione di Pauli.



Figura 1: Livelli energetici dell'atomo idrogenoide.

Il cristallo regolare composto da atomi si puo' modellizzare come un profilo periodico di energia potenziale, costituito da una successione di buche di potenziale di altezza finita. Il moto di una particella in tale potenziale si puo' studiare risolvendo l'eq di Schrodinger.

Qui ci limitiamo a dedurre alcune conclusioni da discussioni qualitatitive. La modellizzazione come singola buca di potenziale offre quindi soluzioni



Figura 2: Enter Caption



Figura 3: Enter Caption



Figura 4: Enter Caption

quantizzate (particelle legate) e una banda di soluzioni continue (particelle libere). A causa dell'effetto tunnel, le particelle legate hanno una probabilita' non nulla di esistere al di fuori della buca.

Consideriamo ora solamente l'e- che occupa il livello con energia piu' alta, trascurando quelli occupati di energia inferiore. Quando due atomi sono isolati, l'elettrone associato a ogni atomo possiede un'energia di valore E_n . Se ora consideriamo due buche di potenziale, ovvero due atomi, a una certa distanza tra loro, l'elettrone del primo atomo sara' soggetto a una forza dovuta alla presenza del secondo nucleo, e il potenziale che determina i livelli di energie sara' quindi moidificato e cosi' i possibili valori di energia. Inoltre bisogna considerare il principio di esclusione di Pauli: per ogni atomo a un livello di energia corrispondono al piu' due e- di spin opposto: il sistema di due atomi quindi puo' contenere al piu' quattro elettroni in tutto, ma se vengono avvicinati, il livello puo' competere sempre a soli 2 e-, e dunque devono esistere due livelli di energia leggermente differente, ciascuno con due e-, in modo da garantire la coesistenza di 4 e-.

Quindi c'e' il doppio effetto di perturbare l'energia e di sdoppiare i livelli.

Il sistema presentera' quindi un insieme di stati legati, con energia pero' non coincidente con gli stati legati della singola buca per il principio di esclusione, ma che subiranno uno sdoppiamento, ovvero si differenzieranno in due livelli con energia leggermente piu' alta o piu' bassa di quella originale, in modo che ogni livello sia occupabile solo da al piu' due e-. Inoltre si avra' sempre un continuo di energie corrispondenti a particelle libere. Si noti che i livelli piu' bassi dello spettro saranno poco sdoppiati (molto vicini in energia) perche' la probabilita' di effetto tunnel tra buche cosi' lontane e' piccolo, quindi la compresenza di e- a uguale energia e' bassa. Per i livelli piu' alti, occupati da particelle poco legate, tale probabilita' e' piu' alta, quindi piu' forte sara' lo sdoppiamento.

Introducendo un sistema con 3, 4 o molti atomi, ovvero buche di potenziale, i livelli energetici permessi per ogni buca sono triplicati, quadruplicati o moltiplicati. Al limite di un numero infinito di buche, come un cristallo di atomi, presenta un insieme di strutture a bande di energie permesse e bande proibite, che sono sempre piu' estese man mano che l'energia cresce. Il limite superiore delle bande e' l'energia per cui il le particelle sono libere, oltre cui lo spettro e' continuo.

Se il sistema e' composto da N atomi, l'originario livello di energia E_n si scinde in N livelli permessi, che costituiscono una banda di energia contenente al massimo 2N elettroni. Visto che $N \simeq 10^{22} cm^{-3}$ e l'estensione della banda e' di pochi eV, le differenze di energie tra stati sono cosi' piccole che qualunque eccitazione termica a temperatura ambiente permette agli e' di effettuare transizioni tra i livelli. E' sostanzialmente una banda continua di valori di energia permessi, occupabile al piu' da 2N e-.



Figura 5: Configurazione delle bande energetiche in funzione della distanza interatomica (*a destra*) e struttura corrispondente nel cristallo (*in centro*). La distanza tra stati nella banda e' di $10^{-22} eV$ (*a sinistra*). Il parametro *a* equivale a 5.43 Å

Le bande quindi individuano:

- un'energia minima di banda
- un'energia massima di banda
- eventuali intervalli di energia proibiti, o di gap, tra bande consecutive

Le bande e i limiti interessanti ai fini del comportamento elettrico sono quelle superiori:

- la banda contenente gli elettroni di valenza cioe' quelli piu' esterni dell'atomo che contribuiscono ai legami chimici, e' detta appunto banda di valenza; l'energia massima della banda di valenza e' indicata con E_v
- la banda immediatamente superiore, detta banda di conduzione; l'energia minima della banda di conduzione e' indicata con E_c
- l'estremo superiore della banda di conduzione e' detto *livello di vuoto*, ovvero l'energia minima che un e- deve possedere per sfuggire all'esterno del solido. Al di sopra di questo livello l'e- e' libero
- all'interno di ciascuna banda (di v. o c.) la relazione di dispersione dell'e- si puo' approssimare con una parabolica ma con massa efficace m^*

Accanto alle particelle libere e quelle legate, ci sono quindi le particelle quasi-libere, che si possono muovere per effetto tunnel da una buca di potenziale all'altra.

1.2.1 Le bande energetiche dei semiconduttori

Le proprieta' elettroniche di un materiale sono determinate dalla struttura a bande, e in particolare dalla presenza di intervalli proibiti e dalla loro estensione in energia (Fig. 6.

Come abbiamo visto, man mano che ci si allontana dall'energia di vuoto le bande diventano piu' estese. Per energie piu' elevate, l'elettrone e' meno legato, quindi ha un raggio di Bohr associato piu' grande, quindi diventa piu' influenzato da altri atomi, e quindi la sua energia ne e' piu' perturbata: di conseguenza c'e' una piu'a mpia separazione tra i livelli originali che costituiscono la banda.

Per esempio:



Figura 6: Le bande energetiche nei diversi tipi di materiale: a) isolante, b) semiconduttore, c) e d) metallo

- un metallo alcalino con 1 solo elettrone di valenza nell'orbita piu' esterna, in un sistema composto da N atomi ravvicinati, avra' un livello energetico che degenera in una banda di energia. Nel caso piu' semplice, gli N elettroni di valenza occupano la meta' inferiore dei 2N stati della banda, lasciando stati vuoti vicino a stati occupati. Gli elettroni vicini all'energia massima possono essere facilmente eccitati o strappati fino a farli uscire dagli stati ella banda e poi trasportati nel cristallo. Sono quindi conduttivi.
- i materiali in cui gli e- di valenza (cioe' dell'orbita piu' esterna) occupano completamente una banda permessa, che e' separata da un intervallo proibito dalla banda immediatamente superiore. In questo caso, la banda superiore a basse temperature e' completamente vuota. Se $E_g > 5eV$ allora tali materiali sono detti isolanti. Tale gap e' infatti pari infatti a 200 volte l'energia termica a temperatura ambiente o quella somministrabile con campi elettrici (decimi di eV).
- se l'intervallo proibito e' abbastanza piccolo (~ 1 eV), esso e' abbastanza facile da superare per un elettrone con un'energia termica moderata (40 volte la energia termica a temperatura ambiente), o con un campo elettrico applicato anche debole. Inoltre, l'aggiunta di impurezze opportune nel cristallo puo' aumentare in maniera controllata la conduttivita' del materiale. Questa pratica di aggiungere "impurita" e' chiamata drogaggio, e ne parleremo profusamente in seguito. Materiali con questa configurazione di bande sono detti, appunto, semiconduttori.

A temperatura piu' alta dello zero assoluto, la banda di valenza non risulta completamente occupata, perche un piccolo numero die' possiete energia termica sufficiente per essere eccitato oltre il gap proibito. Nella banda superiore, quasi vuota, gli e- possono facilemnte acquistare la poca energia sufficiente a originare una corrente quando sottoposti a campo elettrico. Essa e' la banda di conduzione.

1.2.2 Cristallo, legami covalenti, intervallo proibito

La struttura a reticolo cristallino di diamante, silicio e germanio prevede che ogni atomo del cristallo sia interessato da quattro legami covalenti con i primi vicini. Ogni legame corrisponde a due elettroni strettamente vincolati, uno per atomo. Allo zero assoluto tutti gli e' sono vincolati e nessuno e- disponibile per la conduzione in caso di campo esterno applicato. A temperature maggiori dello zero assoluto, alcuni legami si rompono e creano e- quasi liberi che possono contribuire alla corrente. Essi si posizionano sul limite basso della banda di conduzione. Lasciando uno stato libero da e', un altro epuo' saltare al legame non occupato. Il moto risultante degli stati vacanti e' opposto a quello degli e-, e viene assimilato a moto di cariche positive.



Figura 7: Struttura cristallina del Silicio, visualizzata in 2D: ogni legame e' formato da due e-, che appartengono ognuno a un atomo. Una particella incidente (o l'energia termica) puo' liberare un e- rompendo un legame, e creando un e- quasi libero disponibile a formare una corrente sotto l'azione di un campo elettrico. Il sito rimasto vacante, ovvero la lacuna, puo' essere occupata da un altro e- che a sua volta lascera' un altro sito vacante. Il processo si ripete, creando una corrente di lacune, in senso opposto a quello degli e-.

Nei semiconduttori, quando un elettrone nella BV riceve energia e viene promosso in BC, lascia libera una buca in BV. Ciò può verificarsi, ad esempio, a causa di un fotone incidente, come a sinistra in fig. 7. Le buche riescono a muoversi nel materiale per sostituzione con elettroni di altri atomi, presenti in BV. In assenza di campo elettrico, a temperatura ambiente, elettroni e buche hanno **moti casuali** all'interno del materiale, e non si osserva una corrente netta. Se invece siamo in presenza di un **campo elettrico**, buche ed elettroni subiscono un moto di **deriva**, come a destra fig. 7. In questo modo, è possibile **raccogliere la carica** all'estremita del materiale, ottenendo un segnale elettrico in uscita.

1.2.3 Le lacune

La **densita' di corrente** J (corrente per unita' di area) che fluisce nella banda di conduzione e' dato dalla somma dei contributi per unita' di volume dei prodotti di carica q per velocita' risultante dell'*i-esimo* elettrone v_i :

$$J_{bc} = \frac{I}{A} = \sum_{bc} (-q) v_i$$

La corrente e' comunque molto piu' piccola di quella in un metallo, poiche' il numero di e- in questa banda e' modesto.

Nel momento in cui un elettrone lascia il proprio orbitale, ovvero il proprio livello energetico, lascia un posto vacante chiamato *lacuna*. Essa non e' propriamente una carica, ma essendo determinata da una assenza di carica negativa, nell'economia globale di un sistema definito come il cristallo, e' assimilata a una carica positiva. Se le condizioni energetiche sono favorevoli, tale lacuna sarà presto occupata da un altro e-, che a sua volta lascerà' libera un altra lacuna. Applicando in maniera ricorsiva il processo, si vede come si può ottenere un movimento di lacune, ovvero di cariche positive, nel cristallo del semiconduttore. Il processo di movimento delle lacune, come vedremo, non e' un movimento diretto, ma e' conseguente del movimento degli elettroni: risulta quindi come un prodotto delle probabilità' di movimento degli elettroni, ed e' quindi un fenomeno più lento.

Quando in un semiconduttore un elettrone passa dalla banda di valenza alla banda di conduzione, lascia un livello della valenza libero, quindi una lacuna, che si può muovere nella banda di valenza secondo questo processo. La banda di valenza e' quindi responsabile per la conduzione di lacune, come la banda di conduzione lo e' per gli elettroni. Si puo' esprimere il movimento delle cariche nella banda di valenza come moto di stati non occupati, ovvero lacune. Esse esistono solo in un solido con struttura a bande, non esisterebbero in atomi liberi. L'energia delle lacune aumenta man mano che ci si muove verso il basso del diagramma delle bande (serve piu' energia alla lacuna per essere creata piu' in basso nella banda di energia).

1.3 I semiconduttori intrinseci

1.3.1 Densita' degli stati

E' importante conoscere la densita' di stati possibili in un solido per poter calcolare in seguito le correnti di portatori di carica che useremo per trattare i semiconduttori nei vari regimi di funzionamento. La densita' di stati e' definita come il numero di stati disponibili (in banda di conduzione per gli e- e in banda di valenza per le lacune h+) per unita' di volume e di energia. Anche se il modello a bande ammette una distribuzione continua nelle due bande, il numero di livelli disponibili per unita' di energia in un volume finito e' limitato dal principio di esclusione.

Dalla fisica quantistica otteniamo che la densita' di stati $g_c(E)$ e $g_v(E)$ per unita' di energia per le bande di conduzione e valenza rispettivamente sono:

$$g_c(E) = \frac{dN_c}{dE} = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} \sqrt{E - E_c}$$
(3)

e considerando che l'asse dell'energia e' invertita per le lacune:

$$g_v(E) = \frac{dN_v}{dE} = \frac{4\pi}{h^3} (2m_h^*)^{3/2} \sqrt{E_v - E}$$
(4)

In queste formule la massa efficace dell'e- e della lacuna nel semiconduttore e' definita come la massa che avrebbe un e- o una lacuna con lo stesso comportamento nel vuoto. La forma di tali distribuzioni compare nel secondo grafico da sinistra in Fig. 9.

1.3.2 Probabilita' di occupazione degli stati

Nei materiali semiconduttori puri, per ogni e- eccitato rimane una lacuna libera. Il numero n di e- in banda di conduzione dunque e' uguale al numero

p di lacune nella banda di valenza. Essendo gli e- dei fermioni, in base a considerazioni di base sul modo in cui gli stati di energia permessa sono occupati da particelle soggette al principio di esclusione di Pauli, la probabilita' di occupare uno stato con energia E e' dato dalla distribuzione di Fermi-Dirac.

Il livello di energia per il quale la probabilita' di occupazione all'equilibrio termodinamico vale 0.5 e' detto livello di Fermi, a cui e' associata un'energia detta appunto Energia di Fermi, indicata con E_F .

Alla temperatura assoluta T, la distribuzione di Fermi-Dirac per gli e- e' descritta dalla funzione:

$$f_e(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

 $\cos k = 8.6 \times 10^{-5} eV/K$ costante di Boltzmann.

Come atteso, all'energia di Fermi la probabilita' di occupazione vale:

$$f_e(E_F) = \frac{1}{e^{(E_F - E_F)/kT} + 1} = 1/2$$

Se consideriamo un grafico della funzione (Fig. 8) vedremo che la f ha valori prossimi all'unita' per energie inferiori a E_f , mostrando che gli stati piu' bassi sono occupati per lo piu'. A energie piu' elevate ha valori piccolissimi, e pochi e- occupano gli stati ad alta energia. Proviamo a cambiare T: per valori nulli, la funzione si riduce a una funzione gradino uguale a 0 per $E < E_f$ e 1 per $E > E_f$. Per T che cresce, la discesa da 1 a 0 si fara' sempre piu' graduale, cosa che si riflette nella possibilita' sempre piu' grande di avere stati non occupati nel limite superiore di banda di valenza e sempre piu' occupati nella banda di conduzione.

La distribuzione di probabilita' della non occupazione degli stati, ovvero della presenza di lacune negli stati, e'

$$f_h(E) = 1 - \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} = \frac{1}{e^{(E_F-E)/kT} + 1}$$

Se c'e' uguale concentrazione di e- e h+, come nel materiale semiconduttore intrinseco, allora $f_e(\frac{E_c+E_v}{2}) = f_h(\frac{E_c+E_v}{2})$ e quindi $E_F - \frac{E_c+E_v}{2} = \frac{E_c+E_v}{2} - E_F$ e $E_F = \frac{E_c+E_v}{2}$. Questo ci dice che il livello di Fermi e' posto a meta' dell'intervallo proibito. Con un esercizio semplice possiamo calcolare la probabilita' che uno stato della banda di conduzione sia occupato da un e- nel silicio a 300 K.



Figura 8: Distribuzione di Fermi-Dirac al variare della temperatura. A T=0 K e' una funzione gradino, con transizione sempre piu' graduale man mano che la T cresce.

Calcolo delle probabilita' di occupazione Nel caso di silicio intrinseco, la probabilita' di occupazione dello stato di energia minima della banda di conduzione a T = 300 K, $E_c - E_F = E_g/2 = 0.56 eV$, e':

$$P = \frac{1}{\exp\left(\frac{\Delta E}{kT}\right) + 1} \simeq \frac{1}{\exp\left(\frac{0.56}{0.026}\right) + 1} \simeq \frac{1}{2.26 \cdot 10^9 + 1} \simeq 4.4 \cdot 10^{-10}$$
(5)

da confrontarsi con $\mathcal{O}(10^{19})$ di stati disponibili. Come vedremo, quello che otterremo e' una concentrazione di portatori nel silicio intrinseco di circa $1.45 \cdot 10^{10}/cm^3$.

La distribuzione di Fermi-Dirac non rappresenta da sola la popolazione di e- ad una certa energia. Dalla fisica quantistica abbiamo pero' la densita' di stati disponibili in funzione dell'energia g(E), che abbiamo trattato nel paragrafo 1.3.1. La distribuzione degli e- in funzione dell'energia si ottiene dal prodotto della densita di stati permessi in un piccolo intervallo di energia per la probabilita' che questi stati siano occupati. La densita' totale di elettoni n nella banda si ottiene poi integrando sull'energia, su tutta la banda di conduzione:

$$n = \int_{bc} f_e(E) g_c(E) dE$$

e analogamente per la densita' di lacune p, integrando sulla banda di valenza:

$$p = \int_{bv} f_h(E) g_v(E) dE$$



Figura 9: Semiconduttore intrinseco: struttura a bande, densita' degli stati disponibili, distribuzione di probabilita' dell'occupazione degli stati, distribuzione risultante degli stati occupati.

come mostrato in Fig. 9.

Se la distanza tra E_F e il minimo della BC e' abbastanza grande ($(E_c - E_F) \gg kT$) si puo' unsare una formulazione statistica semplificata dal punto di vista matematico, che vale anche per particelle che non osservano il principio di Pauli. Questo e' compatibile con l'assunzione che gli e- in banda di conduzione siano in numero molto ristretto in confronto al numero di stati disponibili, per cui il principio di esclusione non ha alcun effetto. Si tratta della distribuzione di Maxwell-Boltzmann, secondo la quale:

$$f_e(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \approx e^{\frac{-(E-E_F)}{kT}}$$

Inserendo tale definizione nell'integrale precedente otteniamo dopo numerose approssimazioni:

$$n = N_c \ e^{\frac{-(E_c - E_F)}{kT}} \tag{6}$$

con N_c densita' efficace di stati al bordo inferiore della banda di conduzione. Per definizione esso rappresenta tutti gli stati della banda di conduzione ma concentrati all'energia E_c .

Allo stesso modo si puo' procedere per la concentrazione di lacune:

$$p = N_v \ e^{\frac{-(E_F - E_v)}{kT}}$$
(7)

con tutti gli stati della banda di valenza concentrati all'energia E_v nella densita' efficace N_v .

Le quantita' $N_c \in N_v$ sono date da:

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \propto T^{3/2}$$
(8)

е

$$N_v = 2\left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \propto T^{3/2}$$
(9)

Nel silicio cristallino, a 300 K abbiamo $N_c=3.22~\times~10^{19}~cm^{-3}$ e $N_v=1.83~\times~10^{19}~cm^{-3}.$

Nel silicio intrinseco, n = p, ovvero le distribuzioni dei portatori negativi e positivi sono uguali per costruzione, e dunque possiamo indicare entrambe con n_i :

$$N_c \ e^{\frac{-(E_c - E_F)}{kT}} = N_v \ e^{\frac{-(E_F - E_v)}{kT}} \tag{10}$$

da cui possiamo estrarre il valore dell'energia del livello di Fermi:

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} ln(\frac{N_v}{N_c}) = E_c - \frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} ln(\frac{N_v}{N_c})$$
(11)

che nel silicio intrinseco viene indicata con il pedice i a indicare *intrinseco*: E_i .

Possiamo scrivere il prodotto delle due distribuzioni:

$$np = n_i^2 = N_c N_v \ e^{\frac{-(E_c - E_F) - (E_F - E_v)}{kT}} = N_c N_v \ e^{\frac{-(E_c - E_v)}{kT}} = N_c N_v \ e^{\frac{-E_g}{kT}}$$
(12)

Notiamo che esso dipende solo debolmente dalla temperatura e dalle masse efficaci attraverso N_c e N_v , esplicitamente dalla temperatura con andamento esponenziale, e dall'energia di gap dell'intervallo proibito. Nel caso del silicio, per ogni 8 K di aumento di temperatura sopra la temperatura ambiente, la concentrazione di portatori raddoppia (e come vedremo anche la corrente di buio, quella che esiste in assenza di eventi esterni).

Numericamente, il fatto che $N_c \simeq N_v$ permette di approssimare la posizione del livello di Fermi del materiale intrinseco a meta' dell'intervallo proibito.

1.4 I semiconduttori drogati (o estrinsenci)

Un materiale semiconduttore puro e' per definizione globalmente neutro, e per ogni e- che passa dalla BV alla BC, c'e' una lacuna corrispondente che si libera in BV. La concentrazione n di e- nella banda di conduzione, che sono poi i portatori di carica negativi, e' uguale alla concentrazione p di lacune nella banda di valenza. Questo materiale e' chiamato *intrinseco*, e le sue concentrazioni vengono chiamate n_i e p_i rispettivamente.

Il metodo di efficiente per controllare il numero di portatori di carica in un semiconduttore e' l'introduzione di impurita' per sostituzione degli atomi del cristallo con atomi di gruppi diversi (terzo e quinto), come schematizzato in Fig. 10.



Figura 10: Schema bidimensionale della struttura cristallina del silicio in cui e' stato sostituito un atomo con uno di Arsenio (gruppo 5) a *sinistra*, e uno di Boro (gruppo 3) a *destra*. Compaiono rispettivamente un e- e una lacuna relativamente liberi di muoversi, lasciando cosi' un atomo ionizzato nel cristallo.

n-type - Donori Il fosforo (P) ha 5 elettroni di valenza, di cui 4 saranno impiegati nei legami con gli atomi di silicio (Si) nel cristallo, e uno e' solo debolmente legato al suo atomo di appartenenza a causa della carica positiva in eccesso nel nucleo, ma non forma legame covalente, ed e' considerato libero di muoversi nel momento in cui gli viene fornita una piccola quantita' di energia.

L'energia richiesta per rompere il legame del quinto elettrone e' data dal potenziale coulombiano effettivo originato dal nucleo dell'atomo donatore: l'e- e' attratto dalla singola carica netta del nucleo del donatore schermata dagli effetti di polarizzazione del mezzo circostante composto da atomi di silicio. Come detto, a partire dal modello dell'atomo di Bohr, conosciamo come interagisce un elettrone con il potenziale coulombiano di un nucleo atomico: esiste uno spettro di valori consentiti di energia che l'e- puo' assumere, corrispondente a

$$E_n = \frac{-Z^2 m_0 q^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \tag{13}$$

al di sotto un'energia di riferimento assunta pari a 0. Nella formula: Z e' la carica netta del nucleo, q e' la carica elementare, m_0 e' la massa in quiete dell'elettrone, ϵ_0 e' la costante dielettrica nel vuoto, h la costante di Plank, e n un numero intero positivo. Per l'idrogeno, con Z = 1 i valori consentiti sono $-13.6/n^2 eV$ al di sotto del livello di riferimento, con n intero, quindi: -13.6 eV, -3.4 eV, -1.5 eV, -0.85 eV, ecc ecc. Allo zero assoluto, il livelli a energia piu' bassi sono i primi ad essere occupati, con al massimo 2 e- per livello, seguendo il principio di esclusione di Pauli.

Teoricamente, l'energia di legame nel reticolo di semiconduttore per l'elettrone di un atomo drogante donatore, come per esempio il Fosforo, si puo' interpretare come l'energia dell'e- dell'atomo idrogenoide pero' scalata del rapporto tra la massa efficace e la massa a riposo dell'e-, e per la costante dielettrica relativa del silicio (al quadrato). Tale energia risulta dunque:

$$E = \frac{m_n^* q^4}{8\epsilon_0^2 \epsilon_{rs}^2 h^2} = \frac{13.6}{\epsilon_{rs}^2} \frac{m_n^*}{m_0} eV$$
(14)

con ϵ_{rs} costante dielettrica relativa del semiconduttore e m_n^* e' la massa efficace dell'elettrone nella banda di conduzione, che tiene conto delle interazioni quantistiche tra il reticolo cristallino e l'elettrone in movimento. Nel silicio, $\epsilon_{rs} = 11.7$ e $m_n^* = 1.1 m_0$. Il risultato e' E = 0.1 eV. Ricordiamo che il valore della massa efficace dell'e- m^* considerato per il calcolo dell'energia di legame non e' lo stesso di quello considerato per il calcolo della mobilita', che vedremo piu' avanti.

Tale energia e' stata calcolata in maniera piu' accurata e poi misurata, e per un fosforo nel silicio il livello di tale elettrone in eccesso e' ~ 0.044 eVsotto il limite inferiore delle BC e rappresenta circa il 5% di E_g . E' molto facile per un e- in questo stato energetico raggiungere la BC ed essere trasportato.

La densita' volumica di donatori, ovvero il numero di atomi droganti per unita' di volume (cm^3) e' indicata con N_d . Un e- di un donatore passa anche a bassa temperatura in BC, lasciando non una lacuna nei legami covalenti del reticolo, ma localmente uno ione positivo fisso nel cristallo. Se il drogaggio e' di soli donatori, allora i portatori di carica maggioritari saranno gli e-, mentre ci saranno solo poche lacune libere nella BC, quelle liberate per l'eccitazione degli e- del silicio che ci sarebbe anche nel silicio intrinseco. Si e' persa dunque la simmetria tra portatori che si aveva nel silicio intrinseco.

Le cariche maggioritarie sono gli e- debolmente legati che sono passati in banda di conduzione senza lasciare una buca, lasciando solo un atomo ionizzato con carica fissa positiva nel sito nucleare corrispondente. I portatori di carica minoritaria sono solo le buche che possono crearsi da uno degli eche rompendo un legame covalente si liberano dalla struttura di cui facevano parte. L'energia di legame per donori tipici e' dagli 0.044 eV per fosforo a 0.049 eV per l'arsenio e 0.039 eV per l'antimonio. L'energia di legame cosi' bassa fa si' che sia piu' probabile che il legame a bassa energia che connette il quinto e- al donore sia rotto piu' facilmente dei legami del silicio.

p-type - Accettori Allo stesso modo, aggiungendo per sostituzione un atomo del gruppo terzo, quale il boro, con 3 elettroni di valenza, uno dei legami covalenti col silicio sara' lasciato non saturato. Un altro e- da un legame vicino si puo' spostare per occuparlo, liberando un altro legame. L'assenza di legame si sposta.

Le cariche maggioritarie sono qui l'assenza di legame covalente portata dall'accettore, che generano uno stato non occupato con energia poco piu' alta del limite superiore della banda di valenza, a circa $\sim 0.044 eV$, facilmente occupabili da e- della banda di valenza, lasciando un atomo ionizzato negativamente. Le cariche minoritarie sono gli e- che possono sempre staccarsi dagli atomi di silicio.

Si puo' ottenere un effetto molto utile accostando diverse densita' dei due tipi di portatori di carica: meccanicamente con due materiali diversi o drogati diversamente, oppure compensando il drogaggio di un tipo con il drogaggio di tipo opposto. Vista la limitata precisione nelle concentrazioni di drogaggio ottenute con le tecniche in uso, si preferisce differenziare di almeno 1 ordine di grandezza due drogaggi diversi perche' siano effettivi.

1.4.1 Legge dell'azione di massa

In una situazione di equilibrio termodinamico ci sono fenomeni concorrenti che si equilibrano: per esempio e- che vengono liberati e e- che si ricombinano, o vibrazioni reticolari del cristallo che si trasferiscono all'energia degli e- e viceversa.

Per un semiconduttore intrinseco, $n = p = n_i$ e dunque $n_i^2 = f(T, E_g)$. La concentrazione di portatori intrinseci dipende dalla T, sorgente di energia termica che eccita' i portatori attraverso l'intervallo proibito. Inoltre dipende da tale intervallo E_g , che appunto limita il passaggio di e-.

Come visto, si puo' scrivere

$$n_i^2 = N_v N_c exp\left(\frac{-E_g}{kT}\right)$$

Poiche' la concentrazione di portatori intrinseci di un determinato semiconduttore e a una determinata T dipende solo da E_g caratteristica del semiconduttore e dalla T, il prodotto $np = n_i^2$ non dipende dal drogaggio estrinseco, e quindi vale sia per gli intrinseci sia per i drogati. Intuitivamente, l'abbondanza dei portatori maggioritari fa si' che parte di essi vada a ricombinarsi con i portatori minoritari in modo da mantenere costante il loro prodotto.

Semiconduttore drogato Avendo sostituito una frazione degli atomi dell'elemento che forma il semiconduttore intrinseco con elementi di altri gruppi della tavola periodica, ho ottenuto un semiconduttore drogato. Dal punto di vista costruttivo, il silicio viene fabbricato come tipo n (o p), quindi con la presenza di donori (o accettori). Successivamente per creare una porzione drogata del tipo opposto, quindi p (o n), si aggiungono atomi di elementi diversi che saranno rispettivamente accettori (o donori). Qindi nella pratica un semiconduttore drogato può includere sia atomi *accettori* sia *donatori* (o *donori*), in concentrazioni indicate rispettivamente con N_A e N_D . Sarà il bilanciamento tra le due concentrazioni a determinare poi se si tratta di un s.c. di tipo P o N.

La concentrazione effettiva di drogaggio N_{eff} è quindi la differenza tra concentrazioni di donori e accettori

$$\Delta N = N_{eff} = |N_D - N_A|$$

Dunque:

se $N_D < N_A$ allora otteniamo un s.c. di tipo P,

se $N_D > N_A$ allora otteniamo un s.c. di tipo N.

Potremmo per chiarezza quindi indicare con N_{A_P} e N_{D_P} le concentrazioni di accettori e donori nel materiale di tipo P, e con N_{A_N} e N_{D_N} le concentrazioni di accettori e donori nel materiale di tipo N.

Per il silicio a temperatura ambiente, $n_i = 1.45 \times 10^{10} cm^{-3}$ mentre la densita' efficace tipica di donori nel tipo n e' tipicamente almeno $n_i = 10^{15} cm^{-3}$.

Quindi $N_d - N_a >> n_i$ e $n \sim (N_d - N_a)$. Di conseguenza

$$p = \frac{n_i^2}{n} \sim \frac{n_i^2}{N_d - N_a}$$

Con tali valori per N_{eff} otteniamo quindi $p = 2 \times 10^5 cm^{-3}$, ovvero 10 ordini di grandezza piu' piccola della popolazione di portatori maggioritari.

Dall'integrazione del prodotto di funzione di distribuzione e densita' di stati gia' vista per l'intrinseco, possiamo allo stesso modo derivare la formula per la concentrazione di portatori. Per un materiale di tipo n non molto drogato, non essendoci molti stati occupati tra quelli consentiti in banda di conduzione, il livello di Fermi E_f e' abbastanza lontano dal limite inferiore della banda di conduzione E_C , ovvero $(E_C - E_f) >> kT$, e la funzione di distribuzione di Fermi si puo' ridurre nuovamente alla piu' semplice distribuzione di Maxwell-Boltzmann.



Figura 11: Posizione del livello di Fermi nel silicio estrinseco, drogato con $n = 10^{17} cm^{-3}$ a *sinistra*, e con $p = 10^{14} cm^{-3}$ a *destra*.

La visualizzazione usata per l'intrinseco, si puo' ora riproporre per il silicio drogato $n \in p$ (Fig. 12).

La concentrazione di portatori nella banda di conduzione per un silicio n moderatamente drogato e' quindi:

$$n = N_c \exp\left[\frac{-(E_c - E_f)}{kT}\right]$$



Figura 12: Semiconductore estrinseco o drogato (n in *alto*, p in *basso*): struttura a bande, densita' degli stati disponibili, distribuzione di probabilita' dell'occupazione degli stati, distribuzione risultante degli stati occupati.

Per un materiale di tipo p moderatamente drogato, la concentrazione di portatori lacune nella banda di valenza e'

$$p = N_v \exp\left[\frac{-(E_f - E_v)}{kT}\right]$$

ove E_f e' il livello di Fermi nel materiale estrinseco. Se nel s.c. intrinseco

$$n_i = N_c \exp\left[\frac{-(E_c - E_i)}{kT}\right] = N_v \exp\left[\frac{-(E_i - E_v)}{kT}\right]$$

in un s.c. estrinseco, ovvero drogato, possiamo scrivere allo stesso modo per il materiale moderatamente drogato n, la concentrazione dei portatori di carica maggioritari, ovvero gli e-, e':

$$n = n_i \exp\left[\frac{-(E_i - E_{f_n})}{kT}\right] = n_i \exp\frac{q\phi_n}{kT}$$

e per quello debolmente drogato p, la concentrazione di portatori maggioritari (lacune) e':

$$p = n_i \exp\left[\frac{-(E_{f_p} - E_i)}{kT}\right] = n_i \exp\frac{q\phi_p}{kT}$$

ove ho ridefinito la differenza tra livelli energetici come il potenziale associato a tale energia per la carica q nel caso di concentrazioni n e p: $q\phi_n = E_{f_n} - E_i$ e $q\phi_p = E_i - E_{f_p}$.

Quindi l'energia di separazione tra il livello di Fermi e il livello di Fermi intrinseco e' una misura della deviazione del materiale rispetto all'intrinseco. Visto che $E_f > E_i$ in un s.c. di tipo N, allora $n > n_i > p$.

Dal rapporto tra concentrazione intrinseca e estrinseca otteniamo:

$$\frac{q\phi_n}{kT} = ln\frac{n}{n_i}$$
$$\frac{q\phi_p}{kT} = ln\frac{p}{n_i}$$

Questi torneranno utili quando faremo interagire i due tipi di materiale: nella giunzione pn infatti la somma di $\phi_n \in \phi_p$ infatti rappresentera' la differenza di potenziale ai capi della giunzione.

Quando il semiconduttore contiene un drogaggio molto alto, con concentrazioni N_a vicina a N_V o N_d vicina a N_C (per esempio $10^{19}cm^{-3}$ per il Si) allora non possiamo ignorare le limitazioni imposte dal principio di esclusione di Pauli. La Fermi-Dirac allora non si puo' approssimare da M-B e le equazioni per n e p non sono piu' valide. Per concentrazioni che superano gli stati sul fondo della banda, si parla di **semiconduttori degeneri** perche' il livello di Fermi ricade nelle bande e non nell'intervallo proibito.

Esercizio Ci si puo' domandare quale sia la probabilita' di transizione in banda di conduzione da tale stato posto nella banda proibita del Silicio, poco sotto E_c : quello stato e' lo stato di un e- debolmente legato all'atomo di P. Il problema si puo' approcciare prima calcolando la probabilita' di non ionizzazione dell'atomo di P, ovvero che l'e- stia nel suo sito, e poi calcolarne la probabilita' complementare.

Grandezza	unita'	Si	Ge	GaAs
Densita' atomica	cm^{-3}	5.0×10^{22}	4.22×10^{22}	2.21×10^{22}
$E_g (300K)$	eV	1.21	0.66	1.4 - 1.9
$E_g (4.4K)$	eV	1.21	0.74	1.52
m_n^* (en. legame)	m_e	1.08	0.55	0.068
m_n^* (condutt.)	m_e	0.26	0.12	0.068
m_p^* (en. legame)	m_e	0.81	0.3	0.5
m_p^* (condutt.)	m_e	0.386	0.3	0.5
N_c	cm^{-3}	2.8×10^{19}	1.04×10^{19}	4.7×10^{17}
N_v	cm^{-3}	1.04×10^{19}	6×10^{18}	7×10^{18}
n_i	cm^{-3}	1.45×10^{10}	2.4×10^{13}	9×10^{6}

Tabella 1: Quantita' tipiche per alcuni parametri caratteristici a T = 300 K per tre materiali semiconduttori comuni

1.5 Correnti: il trasporto dei portatori

I semiconduttori all'equilibrio sono corpi di carica complessivamente neutra, senza applicazione di potenziali esterni e dopo aver atteso un periodo di stabilizzazione abbastanza lungo da raggiungere l'equilibrio. I portatori sono particelle quasi libere, cioe' non associate ad alcuna particolare posizione reticolare ma comunque soggetti alle forze esercitate dal cristallo. Per questo si possono modellizzare come particelle dotate di una massa efficace minore di quella dell'e- che si muova nel vuoto, per tener conto di tali forze agenti invece nel semiconduttore. Nel silicio a T = 300 K tale massa diventa $m_{mobility}^* = 0.26 m_0$ ove m_0 e' la massa a riposo dell'e-. Si noti che questa massa efficace e' diversa da quella calcolata per la concentrazione di stati nella banda di conduzione, per esempio (che ricordiamo era circa $m_{density}^* = 1.08$ per l'elettrone).

Gli elettroni qui considerati sono in movimento attraverso il reticolo con velocita' che ha direzione distribuita aleatoriamente, e soggetti a urti con il reticolo e con gli altri e-. Il moto e' completamente casuale all'equilibrio termodinamico, la corrente risultante in ogni direzione e' nulla. Gli urti con il reticolo provocano un trasferimento di energia tra e- e nuclei atomici. Indichiamo il tempo medio tra due collisioni calcolato sulla popolazione di e-come τ_{cn} .

Per le cariche in movimento nel semiconduttore, convivono due fenomeni legati al movimento delle cariche: *deriva* (nel caso ci sia un campo elettrico nel materialle) e *diffusione*, che andremo ora a trattare in dettaglio.

1.5.1 Deriva

In caso di applicazione dall'esterno di campi elettrici, i portatori di carica si muovono per deriva (drift). In questo caso il loro movimento netto e' dovuto all'accelerazione che essi subiscono dal campo elettrico tra una collisione casuale e la prossima, e segue la direzione imposta dal campo elettrico E. Nel modello che stiamo seguendo, si assume che tutto l'impulso acquisito dalla particella per azione della forza del campo elettrico tra una collisione e l'altra (impulso e' forza x tempo) sia trasferito al reticolo al momento dell'urto. La particella e' quindi soggetta a continue accelerazioni dopo ogni urto. Questa trattazione intuitiva fa anche capire come la velocita' dipenda linearmente dal campo elettrico fino a un certo limite, ma poi saturi a un massimo per campi elettrici molto intensi.

Quindi dopo un urto, con forza agente su e- pari a -qE il momento acquisito e' $m_n^* v_d$, quindi

$$-qE\tau_{cn} = m_n^* v_d$$

da cui deriva la proporzionalità tra la velocita' di deriva e il campo elettrico applicato:

$$v_d = -\frac{qE\tau_{cn}}{m_n^*}$$

Tale fattore di proporzionalità e' la *mobilita* ' per gli e-:

$$\mu_n = \frac{q\tau_{cn}}{m_n^*}$$

e per le lacune:

$$\mu_p = \frac{q\tau_{cp}}{m_p^*}$$

La mobilita' si esprime normalmente in $cm^2(Vs)^{-1}$. Come si vede le mobilita' dipendono dal tempo medio tra collisioni e dalla massa efficace.

La velocita' media di deriva del portatore si ottiene da

$$\mathbf{v}_n = -\mu_n \mathbf{E}$$
 $\mathbf{v}_p = \mu_p \mathbf{E}$

e il prodotto della carica per la concentrazione di portatori per tale velocita' ci dara' la (densità di) corrente $J_{n_{drift}} = -qnv_n$ e $J_{p_{drift}} = qpv_p$.

Queste relazioni valgono per **campi abbastanza piccoli** da far si' che la componente della velocita' dovuta all'accelerazione del campo elettrico sia piccola rispetto alla velocita' termica e il tempo di collisione medio sia indipendente dal campo elettrico. Per **campi molto alti**, ove le energie dei portatori diventano molto alte rispetto all'energia termica, si osserva una deviazione importante rispetto alla linearita', finche' le velocita' di deriva diventano indipendenti dal campo elettrico a un valore di saturazione (Fig. 13).



Figura 13: Andamento della velocita' di deriva in funzione del campo elettrico applicato. Si noti la saturazione della velocita' per campi piu' intensi di $10^{3}V/cm$ per gli elettroni, e di $10^{4}V/cm$ per le buche.

Le mobilita' di elettroni e buche μ_n e μ_p sono **dipendenti dalla temperatura e dalla concentrazione di drogaggio**, visto che risentono delle collisioni con le imperfezioni dei reticolo, a causa di vibrazioni termiche, difetti del cristallo e presenza di atomi droganti. A una data temperatura, nella nostra trattazione considereremo la mobilita' di elettroni e buche come costanti.

1.5.2 La resistivita' del semiconduttore

Voglio ora trovare una relazione fra la **mobilità** μ dei portatori di carica, e la **resistività** ρ del materiale.

Se considero una densità volumetrica n di portatori, ciascuno con carica q, che si muovono a velocità v nel materiale per deriva in un campo elettrico

E, posso scrivere la **densità di corrente** come J = qnv, e per la definizione di mobilita', possiamo esprimere la velocità dei portatori come $v = \mu E$.

Per elettroni e buche, avremo, rispettivamente:

$$J_n = qn_n v_n = qn_n \mu_n E \qquad e \qquad J_p = qn_p v_p = qn_p \mu_p E \tag{15}$$

La densità di corrente totale sarà data dalla somma dei contributi dovuti ad elettroni e buche. Nel caso di un semiconduttore intrinseco, abbiamo visto che le concentrazioni dei due tipi di portatori si equivalgono $(n_i = n_n = n_p)$, possiamo quindi scrivere:

$$J = J_n + J_p = q(n_n \mu_n + n_p \mu_p) E = q n_i (\mu_n + \mu_p) E$$
(16)

Sappiamo anche che densita' di corrente in un conduttore e campo elettrico sono legati dalla relazione:

$$E = \frac{J}{\sigma} \tag{17}$$

ove σ e' la conduttivita', reciproco della resistivita' ρ .

Dunque:

$$J = \frac{1}{\rho}E = qn_i(\mu_n + \mu_p)E \tag{18}$$

da cui deriva

$$\rho = \frac{1}{qn_i(\mu_n + \mu_p)} \tag{19}$$

Osserviamo che la resistività aumenta al diminuire sia della concentrazione dei portatori, che della loro mobilità, come potevamo aspettarci.

Usando la formula 19, possiamo ricavare la resistività del **silicio** e del **germanio**, entrambi intrinseci, a temperatura ambiente. Riassumiamo in tabella le variabili d'interesse: Notiamo che si tratta di valori di resistività

Semiconduttore	$n_i [\mathrm{cm}^{-3}]$	$\mu_e [\rm cm^2 (Vs)^{-1}]$	$\mu_h [\rm cm^2 (Vs)^{-1}]$	$\rho [\Omega \text{ cm}]$
silicio (Si)	$1.4 \cdot 10^{10}$	1350	450	$2.5\cdot 10^5$
germanio (Ge)	$2.4 \cdot 10^{13}$	3900	1900	45

ideale, in particolare abbiamo trascurato la presenza di impurezze nel cristallo ed effetti di bordo.

1.5.3 Diffusione

Ove esite una distribuzione inomogenea di portatori liberi di carica in un semiconduttore, trascurando ora tutti gli effetti del campo elettrico, le cariche mostreranno uno spostamento netto dalla regione con distribuzione piu' alta a quella con distribuzione piu' bassa. Nonostante ogni singola carica abbia spostamento medio nullo in assenza di campo elettrico, la probabilita' del movimento in questo senso e' piu' alta di quella in senso opposto, visto che ci sono piu' cariche che ne hanno possibilita'. Questo effetto e' chiamato **diffusione** (diffusion) e fa tendere le cariche a una distribuzione uniforme grazie alla ricombinazione. Matematicamente la diffusione e' descritta dal prodotto di una costante di diffusione D_n, D_p per il gradiente di concentrazione $\nabla n, \nabla p$, che danno luogo a un flusso di cariche:

$$\mathbf{F}_n = -D_n \nabla n$$
$$\mathbf{F}_p = -D_p \nabla p.$$

Il flusso di portatori moltiplicato per la carica del portatore e' una corrente: $J_{n_{diff}} = -qF_n \ e \ J_{p_{diff}} = qF_p.$

Questo contributo alla corrente non e' normalmente importante nei metalli, a causa dell'alta conducibilita'. Per i semiconduttori, invece, vista la debole conducibilita' e la disuniformita' di densita' di portatori e delle loro energie, essa e' determinante ai fini della conduzione.

Applicando il teorema di equipartizione dell'energia in una dimensione, $\frac{1}{2}m_n^*v_t^2 = \frac{1}{2}kT$, utilizzando la definizione di mobilita'

$$\mu_n = \frac{q\tau_{cn}}{m_n^*}$$

e di cammino libero medio

$$l = v_t \tau_{cn}$$

otteniamo dunque:

$$J_n = q\left(\frac{kT}{q}\mu_n\right)\frac{dn}{dx} = q \ D_n \ \frac{dn}{dx}$$

ove ho definito questa costante di Diffusione:

$$D_n = \frac{kT}{q}\mu_n$$

che si vede proporzionale alla mobilita'. Tale relazione, derivata in questo contesto in maniera intuitiva, e' detta **relazione di Einstein**, mette in relazione le due quantita' importanti dei moti di deriva e di diffusione, e puo' essere derivata rigorosamente dalla meccanica statistica dei solidi.

Se aggiungiamoo un campo elettrico E_x in direzione x, la densita' di corrente totale diventa:

$$J_n = q\mu_n nE_x + qD_n \frac{dn}{dx}$$

ove sia la corrente di deriva e' diretta in senso positivo, in quanto movimento negativo di cariche negative, sia quella di diffusione, visto che rappresenta il movimento da zona ad alta concentrazione verso bassa concentrazione e cariche negative.

Per le lacune il discorso e' il medesimo, con la relazione di Einstein ancora valida:

$$D_p = \frac{kT}{q}\mu_p$$

e la densita' di corrente:

$$J_p = q\mu_p p E_x - q D_p \frac{dp}{dx}$$

Qui la corrente di deriva di cariche positive nel senso del campo elettrico da' segno positivo, e la corrente di diffusione e' in segno contrario contando la carica positiva opposta al verso del moto di diffusione per gradiente che sempre aumenta con x. Invece del grandiente di concentrazione, si puo' avere lo stesso effetto con concentrazione costante ma con portatori piu' energetici da una parte rispetto a un'altra, ovvero in presenza di un gradiente di temperatura.

1.6 Giunzione pn

Quando abbiamo i due tipi di semiconduttore conviventi nella stessa struttura (la giunzione pn), ci riferiamo generalmente alla concentrazione di accettori nel tipo P con N_A , e alla concentrazione effettiva di donori nel tipo N con N_D , visto che esse ne costituiscono le rispettive concentrazioni effettive. Per raggiungere l'equilibrio del sistema, le bande di energia si modificano in modo che il livello di Fermi del materiale drogato rimanga costante, mentre i limiti delle bande di valenza e conduzione si distorcono per mantenere le rispettive strutture invariate. Questo "dislivello" che si forma tra E_{C_P} e E_{C_N} equivale a una barriera di potenziale che gli e^- della BC del tipo N devono superare per potersi spostare nella BC del tipo P. Come sappiamo, la concentrazione dei portatori dipende dall'energia di Fermi dei materiali secondo le equazioni: E conveniente esprimere tali equazioni in termini dell'energia di Fermi del materiale intrinseco E_i , in modo da ritrovare un'equazione a noi nota, ovvero quella che esprime la concentrazione dei portatori di carica del materiale intrinseco in funzione dell'energia di Fermi, e tenere conto esplicitamente solo dello spostamento dell'energia di Fermi effettiva del materiale drogato rispetto a tale riferimento teorico. Tale dislivello in energia (diviso per la carica elementare) è anche chiamato potenziale di contatto o built-in, e viene indicato con V_{bi} . E' possibile ricavare la formula che descrive il potenziale elettrico lungo il materiale grazie all'equazione di Poisson, secondo cui la derivata seconda del potenziale equivale alla densita di carica fratto la permittivita' elettrica del materiale.

1.7 Distribuzione di carica, campo elettrico, potenziale elettrico in una giunzione pn generica

Consideriamo dunque una densita' di carica caratteristica della *giunzione* brusca (abrupt junction), ovvero in cui la densita' di carica spaziale cambia secondo un profilo a scalino da nulla al suo massimo, sia per la zona svuotata in N sia in P.

Nel primo grafico dall'alto, in fig. 14, è riportata la **densità di carica** nel materiale, definita come:

$$\rho(x) = \begin{cases}
-qN_p, & \text{se } -x_p \le x \le 0 \\
qN_n, & \text{se } 0 \le x \le x_n \\
0, & \text{se } x < -x_p \text{ o } x > x_n
\end{cases}$$
(20)

dove: q è la carica elementare, N_n ed N_p sono, rispettivamente, le **concentrazioni dei donori e degli accettori**, mentre x_n ed x_p sono le **profondità della zona di svuotamento** in direzione x, a partire dalla coordinata nulla (i.e. punto di giunzione ideale), verso la parte drogata n e verso quella drogata p, rispettivamente.



Figura 14: Forma della distribuzione di carica, del campo elettrico e del potenziale in una giunzione pn brusca.

Il campo elettrico built-in E(x) è riportato nel grafico centrale di fig. 14. Possiamo ricavarlo integrando la prima equazione di Maxwell:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon} \qquad \Longrightarrow \qquad E(x) = \int_{x_0}^x \frac{\rho(x')}{\varepsilon} dx' + E(x_0) \tag{21}$$

Nelle formule seguenti, x_0 come termine di integrazione, rappresenta il punto in cui la funzione integrale e' nota, quindi la condizione al contorno, e puo' assumere qualunque valore rispetto all'intervallo di integrazione. Utilizzando la densità come definita in formula 20, otteniamo:

$$E_p(x) = \frac{1}{\varepsilon} \int_{-x_p}^x (-q) N_p dx' = -\frac{q N_p}{\varepsilon} (x + x_p) \quad \text{per} \quad -x_p \le x \le 0$$

$$E_n(x) = \frac{1}{\varepsilon} \int_{x_n}^x q N_n dx' \quad = \quad \frac{q N_n}{\varepsilon} (x - x_n) \quad \text{per} \quad 0 \le x \le x_n$$
(22)

in cui abbiamo tenuto conto della continuita' del campo E ai confini della regione svuotata, oltre i quali il campo e' nullo: $E(-x_p) = E(x_n) = 0$.

All'interfaccia (x = 0) vale la condizione di raccordo $E_p(x = 0) = E_n(x = 0)$. Eguagliando nell'origine le relazioni nella formula 22, ottengo:

$$-\frac{qN_p}{\varepsilon}x_p = \frac{qN_n}{\varepsilon}(-x_n) \qquad \Longrightarrow \qquad N_p x_p = N_n x_n \tag{23}$$

Questo ci dice che l'area sottesa al grafico della densità di carica è la stessa sia nella parte p che in quella n. Ciò è sensato, essendo uguale la quantità di elettroni liberi e di buche che si ricombinano nella zona di svuotamento. Una delle più usate configurazioni di giunzione pn e' quella unipolare, ovvero con un drogaggio fortemente sbilanciato tra p ed n tale da ridurre il volume svuotato nella parte piu' drogata a uno strato superficiale, e invece estendere il volume svuotato nella parte meno drogata a tutto il volume disponibile.

Definendo lo **spessore di svuotamento** $W = x_n + x_p$, posso riscrivere la relazione 23 come:

$$N_p x_p = N_n (W - x_p) \quad \Rightarrow \quad (N_p + N_n) x_p = N_n W$$

$$N_n x_n = N_p (W - x_n) \quad \Rightarrow \quad (N_p + N_n) x_n = N_p W$$
(24)

Ottenendo dunque gli spessori delle due singole zone svuotate in funzione di W:

$$x_p = \frac{N_n}{N_p + N_n} W \qquad e \qquad x_n = \frac{N_p}{N_p + N_n} W \tag{25}$$

Il **potenziale elettrico** $\phi(x)$ è riportato nel grafico in basso di fig. 14. Possiamo ricavarlo integrando dalla definizione:

$$E(x) = -\frac{d\phi(x)}{dx} \qquad \Longrightarrow \qquad \phi(x) = -\int_{x_0}^x E(x')dx' + \phi(x_0) \tag{26}$$

Usando le espressioni del campo elettrico ricavate nella formula 22, otteniamo:

$$\begin{split} \phi_{p}(x) &= \frac{qN_{p}}{\varepsilon} \int_{-x_{p}}^{x} (x'+x_{p})dx' + \phi_{p}(-x_{p}) = \\ &= \frac{qN_{p}}{\varepsilon} \left[\left(\int_{-x_{p}}^{x} x'dx' \right) + x_{p} \left(\int_{-x_{p}}^{x} dx' \right) \right] + \phi_{p}(-x_{p}) = \\ &= \frac{qN_{p}}{\varepsilon} \left[\frac{1}{2} \left(x^{2} - (-x_{p})^{2} \right) + x_{p} \left(x - (-x_{p}) \right) \right] + \phi_{p}(-x_{p}) = \\ &= \frac{qN_{p}}{2\varepsilon} [x^{2} - x_{p}^{2} + 2xx_{p} + 2x_{p}^{2}] + \phi_{p}(-x_{p}) = \\ &= \frac{qN_{p}}{2\varepsilon} (x^{2} + 2xx_{p} + x_{p}^{2}) + \phi_{p}(-x_{p}) = \\ &= \frac{qN_{p}}{2\varepsilon} (x + x_{p})^{2} + \phi_{p}(-x_{p}) \end{split}$$

$$\begin{split} \phi_{n}(x) &= -\frac{qN_{n}}{\varepsilon} \int_{x_{n}}^{x} (x' - x_{n}) dx' + \phi_{n}(x_{n}) = \\ &= -\frac{qN_{n}}{\varepsilon} \left[\left(\int_{x_{n}}^{x} x' dx' \right) - x_{n} \left(\int_{x_{n}}^{x} dx' \right) \right] + \phi_{n}(x_{n}) = \\ &= -\frac{qN_{n}}{\varepsilon} \left[\frac{1}{2} (x^{2} - x_{n}^{2}) - x_{n}(x - x_{n}) \right] + \phi_{n}(x_{n}) = \\ &= -\frac{qN_{n}}{2\varepsilon} [x^{2} - x_{n}^{2} - 2xx_{n} + 2x_{n}^{2}] + \phi_{n}(x_{n}) = \\ &= -\frac{qN_{n}}{2\varepsilon} (x^{2} - 2xx_{n} + x_{n}^{2}) + \phi_{n}(x_{n}) = \\ &= -\frac{qN_{n}}{2\varepsilon} (x - x_{n})^{2} + \phi_{n}(x_{n}) \end{split}$$

Scegliendo come riferimento il valore $\phi_p(-x_p) = 0$ e fissando il valore massimo del potenziale $\phi_n(x_n) = V_0$, otteniamo:

$$\phi_p(x) = \frac{qN_p}{2\varepsilon}(x+x_p)^2 \quad \text{per} \quad -x_p \le x \le 0$$

$$\phi_n(x) = V_0 - \frac{qN_n}{2\varepsilon}(x-x_n)^2 \quad \text{per} \quad 0 \le x \le x_n$$
(29)

Considerando anche la condizione di raccordo $\phi_p(x = 0) = \phi_n(x = 0)$, e confrontandolo con l'andamento visto per l'energia delle bande della giunzione pn, osserviamo che il gradiente di potenziale all'interno della zona di svuotamento favorisce il moto di deriva delle cariche libere, cosa che non accade nelle zone esterne, ove il gradiente di potenziale e' nullo.

Vediamo la variazione massima di potenziale V_0 , ossia la tensione built-in. Possiamo ricavarla imponendo la condizione di raccordo $\phi_p(x = 0) = \phi_n(x = 0)$, da cui segue che:

$$\frac{qN_p}{2\varepsilon}x_p^2 = V_0 - \frac{qN_n}{2\varepsilon}x_n^2 \qquad \Longrightarrow \qquad V_0 = \frac{q}{2\varepsilon}(N_px_p^2 + N_nx_n^2) \tag{30}$$

Utilizzando la relazione 23, è possibile eliminare, in alternativa x_n od x_p , ottenendo le due espressioni equivalenti:

$$V_{0} = \frac{q}{2\varepsilon} \left(N_{p} x_{p}^{2} + N_{n} \frac{N_{p}^{2}}{N_{n}^{2}} x_{p}^{2} \right) = \frac{q}{2\varepsilon} N_{p} x_{p}^{2} \left(1 + \frac{N_{p}}{N_{n}} \right) = \frac{q}{2\varepsilon} N_{p} x_{p}^{2} \frac{N_{p} + N_{n}}{N_{n}}$$

$$V_{0} = \frac{q}{2\varepsilon} \left(N_{p} \frac{N_{n}^{2}}{N_{p}^{2}} x_{n}^{2} + N_{n} x_{n}^{2} \right) = \frac{q}{2\varepsilon} N_{n} x_{n}^{2} \left(\frac{N_{n}}{N_{p}} + 1 \right) = \frac{q}{2\varepsilon} N_{n} x_{n}^{2} \frac{N_{p} + N_{n}}{N_{p}}$$

$$(31)$$

Avere una stima di tale grandezza può essere utile in quanto una sua **misura diretta**, ad esempio inserendo degli elettrodi all'interno della zona svuotata, andrebbe a **perturbare il potenziale** creato.

Invertendo le relazioni precedenti (formula 31) possiamo esprimere gli spessori di svuotamento delle due zone come:

$$x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_n}{N_p(N_p + N_n)}} \qquad e \qquad x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_p}{N_n(N_p + N_n)}} \tag{32}$$

Per cui lo spessore di svuotamento complessivo sarà:

$$W = x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}} \frac{1}{\sqrt{N_p + N_n}} \left(\sqrt{\frac{N_n^2}{N_p N_n}} + \sqrt{\frac{N_p^2}{N_p N_n}} \right) = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}} \frac{1}{\sqrt{N_p + N_n}} \left(\frac{N_p + N_n}{\sqrt{N_p N_n}} \right) = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}} \sqrt{\frac{N_p + N_n}{N_p N_n}} = (33)$$
$$= \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}} \left(\frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_n} \right)$$

Vediamo inoltre qual è il **modulo massimo del campo elettrico**, che si ha all'interfaccia della giunzione pn, ovvero $E_{MAX} = E(x = 0)$. Scegliendo di utilizzare la definizione del campo elettrico $E_n(x)$ (seconda relazione nella formula 22), unitamente all'espressione dello spessore di svuotamento x_n (seconda relazione nella formula 32), otteniamo:

$$E_{MAX} = |E(0)| = \frac{qN_n}{\varepsilon} x_n = \frac{qN_n}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_p}{N_n(N_p + N_n)}} = \sqrt{\frac{q^2 N_n^2}{\varepsilon^2} \frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_p}{N_n(N_p + N_n)}} = \sqrt{\frac{2qV_0}{\varepsilon} \frac{N_p N_n}{(N_p + N_n)}} = \sqrt{\frac{2qV_0}{\varepsilon} \left(\frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_n}\right)^{-1} \frac{2V_0}{2V_0}}$$
$$= \sqrt{\left[\frac{q}{2\varepsilon V_0} \left(\frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_n}\right)^{-1}\right] 4V_0^2} = \frac{2V_0}{W}$$
(34)

In una giunzione pn non polarizzata c'e' equilibrio tra la corrente di deriva dei portatori minoritari generati o iniettati nella zona di svuotamento (con e- che si muovono guidati dal campo elettrico da n a p, le h^+ da p a n), e la corrente di diffusione, quindi per ricombinazione, dei portatori maggioritari (con h^+ che si muovono da n a p, e gli e^- da p a n).

Dopo aver ricavato Potenziale e Campo Elettrico a partire dalla densita' di carica, passiamo a considerare i potenziali che agiscono su una carica qnel passaggio tra E_{fn} e E_i e' $\phi_n = q(E_{fn} - E_i)$ e quello tra E_{fp} e E_i e' $\phi_p = q(E_i - E_{fp})$. Come abbiamo visto graficamente e ricavato nel paragrafo precedente, c'e' relazione tra i potenziali creatisi in ogni materiale drogato e la concentrazione di drogaggio,

$$V_{bi} = \phi_p + \phi_n = \frac{kT}{q} ln(n_n p_p / n_i^2) = \frac{kT}{q} ln(N_D N_A / n_i^2)$$

Esempio. Considero una giunzione pn in silicio a temperatura ambiente $(T_0 = 300 \text{ K})$, le cui due concentrazioni, degli accettori e dei donori, sono rispettivamente:

$$N_A = 5.0 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$
 e $N_D = 5.0 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

Notiamo che questi valori rientrano nei limiti appena visti. Posso ricavare il potenziale *built-in* attraverso la formula ??:

$$V_{0} = \frac{kT_{0}}{q} \ln\left(\frac{N_{D}N_{A}}{n_{i}^{2}}\right) = \frac{0.026 \text{ eV}}{\text{e}} \ln\left[\frac{(5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3})(5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3})}{(1.4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3})^{2}}\right] = 0.026 \text{ V} \ln\left(\frac{5^{2} \cdot 10^{31}}{1.4^{2} \cdot 10^{20}}\right) = 0.026 \text{ V} \ln\left(\frac{5^{2}}{1.4^{2}} \cdot 10^{11}\right) = 0.026 \text{ V} \left[2\ln(5) - 2\ln(1.4) + 11\ln(10)\right] = 0.026 \cdot 27.87 \text{ V} = 0.72 \text{ V}$$

Gli spessori di svuotamento saranno diversi nei due lati della giunzione. Dalla formula 32 ricavo dunque lo spessore di svuotamento dal lato n:

$$\begin{split} x_n &= \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_A}{N_D (N_A + N_D)}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \ (1.054 \cdot 10^{-12} \ \mathrm{F \ cm^{-1}}) \ 0.72 \ \mathrm{V}}{1.6 \cdot 10^{-19} \ \mathrm{C}}} \frac{5.0 \cdot 10^{15} \ \mathrm{cm^{-3}}}{5.0 \cdot 10^{16} \ \mathrm{cm^{-3}} \ (5.0 \cdot 10^{15} + 5.0 \cdot 10^{16}) \ \mathrm{cm^{-3}}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1.054 \cdot 0.72 \cdot 5.0}{1.6 \cdot 5.0 \ (5.0 + 50)}} \ 10^{(-12 + 15 + 19 - 16 - 15)} \ \frac{\mathrm{C \ V^{-1} \ cm^{-1} \ \mathrm{V \ cm^{-3}}}}{\mathrm{C \ cm^{-3} \ cm^{-3}}} = \\ &= \sqrt{0.01724 \cdot 10^{-9} \ \mathrm{cm^{2}}} = \sqrt{17.24 \cdot 10^{-12}} \ \mathrm{cm} = 4.2 \cdot 10^{-6} \ \mathrm{cm} = 0.042 \ \mu\mathrm{m} \\ \end{split}$$
 Grazie alla relazione 23, lo spessore di svuotamento dal lato p è:
$$x_p = x_n \frac{N_D}{N_A} = 0.042 \ \mu\mathrm{m} \cdot 10 = 0.42 \ \mu\mathrm{m} \end{split}$$

$$\begin{split} W &= \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)} = \\ &= \sqrt{\frac{2 (1.054 \cdot 10^{-12} \text{ F cm}^{-1}) \ 0.72 \text{ V}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \left(\frac{1}{5.0 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}} + \frac{1}{5.0 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}}\right)} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1.054 \cdot 0.72}{1.6} \left(\frac{1+0.1}{5.0}\right) \cdot 10^{(-12+19-15)} \frac{\text{C V}^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ V}}{\text{C cm}^{-3}}} = \\ &= \sqrt{0.209 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^2} = 0.46 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 0.46 \text{ } \mu\text{m}} \end{split}$$

Osserviamo che:

- Lo spessore svuotato dal lato n è circa il 10% di quello complessivo W, e ciò è consistente con la proporzione vista in formula 23, essendo $N_D = 10N_A$;
- Una particella passante nel silicio produce mediamente 80 ionizzazioni per μ m. Essendo lo spessore della zona svuotata $W \simeq 0.5 \mu$ m, otterremo circa 40 ionizzazioni, insufficienti per avere un buon segnale.

Il modulo del campo elettrico è massimo nella coordinata di giunzione x = 0, e può essere calcolato come visto in formula 34:

$$E_{MAX} = E(x=0) = \frac{qN_D}{\varepsilon} x_n = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C } 5.0 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}}{1.054 \cdot 10^{-12} \text{ C V}^{-1} \text{ cm}^{-1}} \cdot 4.1 \cdot 10^{-6} \text{ cm} = \frac{1.6 \cdot 5.0 \cdot 4.1}{1.054} \cdot 10^{(-19+16-6+12)} \frac{\text{V}}{\text{cm}} = 31 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{cm}} = 3.1 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$$

Si tratta di un campo **molto intenso**, concentrato in un piccolo spessore di materiale, nel quale ci aspetteremmo correnti altrettanto intense: ciò non si verifica poiché non ci sono portatori liberi di carica in tale zona. Per questo motivo avremo **basso rumore** nella zona di svuotamento. Osserveremo una corrente solo quando una particella ionizzante passa nella zona di svuotamento, provocando un rilascio di cariche. Queste effettueranno un moto di deriva dovuto alla presenza del campo elettrico, potendo essere così raccolte agli elettrodi, in periferia della giunzione. Vedremo prossimamente che applicando un potenziale esterno è possibile svuotare completamente il volume finito della giunzione. Capiremo in che modo verrà modificato il campo elettrico in funzione della tensione fornita, chiedendoci, in particolare, fino a che punto sia realmente utile aumentarla.

Riepiloghiamo quanto visto in un confronto tra il silicio intrinseco e drogato:

Intrinseco	Tipo p	Tipo n
$n_i = p = n$	$N_A \gg n_i \Rightarrow p \simeq N_A$	$N_D \gg n_i \Rightarrow n \simeq N_D$
$n_i \simeq 10^{10} \ \mathrm{cm}^{-3}$	$N_A \simeq 10^{17} \text{ cm}^{-3} \text{ (ad es.)}$	$N_D \simeq 10^{17} \text{ cm}^{-3} \text{ (ad es.)}$
$np = n_i^2 = 10^{20} \text{ cm}^{-6}$	$n = n_i^2/p = 10^3 \text{ cm}^{-3}$	$p = n_i^2/n = 10^3 \text{ cm}^{-3}$
$n + p = 2n_i = 2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$	$\mathbf{n} + \mathbf{p} \simeq p = \mathbf{10^{17} \ cm^{-3}}$	$\mid \mathrm{n}+\mathrm{p}\simeq n=10^{17}~\mathrm{cm}^{-3}$

Osserviamo che la concentrazione totale dei portatori (n + p) del silicio intrinseco assume un valore che è 7 ordini di grandezza più piccolo di quelle del silicio drogato: con un numero così elevato di portatori, ci aspettiamo un aumento significativo della conducibilità.

Ci preoccupiamo dunque di calcolare la **resistività** nel caso di semiconduttori drogati. Generalizzando la formula 19 vista nel caso intrinseco, possiamo scrivere:

$$\rho = \frac{1}{q(p\mu_p + n\mu_n)} \tag{35}$$

Nei due diversi tipi di materiale drogato drogaggio, avremo, per $n \ll p$:

$$\rho_p \simeq \frac{1}{qp\mu_p} \simeq \frac{1}{qN_A\mu_p} \qquad \text{e per } p \ll n \qquad \rho_n \simeq \frac{1}{qn\mu_n} \simeq \frac{1}{qN_D\mu_n} \qquad (36)$$

Ad esempio, se consideriamo $N_D = N_A = 1.0 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, ovvero due concentrazioni identiche per donori ed accettori, otteniamo:

$$\rho_p = \left[1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1.0 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} \cdot 450 \frac{\text{cm}^2}{\text{V s}} \right]^{-1} = \frac{10^{(19-13-2)}}{1.6 \cdot 4.50} \frac{\text{V s cm}}{\text{C}} = 0.139 \cdot 10^4 \text{ V A}^{-1} \text{ cm} = 1390 \ \Omega \text{ cm}$$
$$\rho_n = \left[1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1.0 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} \cdot 1350 \frac{\text{cm}^2}{\text{V s}} \right]^{-1} = \frac{10^{(19-13-3)}}{1.6 \cdot 1.35} \frac{\text{V s cm}}{\text{C}} = 0.463 \cdot 10^3 \text{ V A}^{-1} \text{ cm} = 463 \ \Omega \text{ cm}$$

In sostanza, passare dal semiconduttore intrinseco a quello drogato non modifica le proprietà del cristallo, infatti stiamo introducendo una quantità irrisoria di impurezze (dell'ordine di una ogni 10^9 atomi di silicio puro). Nel materiale intrinseco, come abbiamo visto, la presenza di cariche libere è un fenomeno di natura casuale, descrivibile in modo statistico, mentre attraverso il drogaggio stiamo introducendo un numero di cariche libere pari a quello delle impurita'.

1.7.1 Correnti nella giunzione pn non polarizzata

Come detto, mettendo insieme gli effetti di deriva e diffusione sulle cariche otteniamo le densita' di corrente per i due portatori si ottiene:

$$\mathbf{J}_n = q\mu_n nE + qD_n \nabla n$$
$$\mathbf{J}_p = q\mu_p pE - qD_p \nabla p$$

Per comprendere che cosa sia la costante di diffusione possiamo considerare le formule precedenti in una dimensione e porre la condizione al contorno che il sistema sia all'equilibrio, ovvero che la densita' di corrente totale di cariche negative sia zero $J_n = 0$:

$$\mu_n \frac{dV}{dx} = -D_n \frac{dn}{dx}$$

e quindi

e quindi

$$\frac{1}{n}\frac{dn}{dx} = \frac{\mu_n}{D_n}\frac{dV}{dx}$$

con V potenziale associato al campo elettrico di deriva. Prese due zone del semiconduttore corrispondenti alle posizioni $x_1 \in x_2$ con due concentrazioni diverse $n_1 \in n_2$ possiamo integrare sulla posizione:

$$\ln\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = -\frac{\mu_n}{D_n}(V_2 - V_1)$$
$$\frac{n_2}{n_1} = -e^{\frac{\mu_n}{D_n}(V_2 - V_1)}$$
(37)

D'altra parte, avevamo usato la distribuzione statistica di Boltzmann per definire la concentrazione di portatori in funzione del livello energetico di Fermi del materiale drogato:

$$n = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}}$$

Possiamo dunque scrivere per due concentrazioni diverse:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{n_i e^{\frac{E_{F_2} - E_i}{kT}}}{n_i e^{\frac{E_{F_1} - E_i}{kT}}} = e^{\frac{E_{F_2} - E_{F_1}}{kT}} = e^{q\frac{V_2 - V_1}{kT}}$$
(38)

ove V e' il potenziale corrispondente alla differenza tra energia di Fermi alla concentrazione considerata e energia di Fermi intrinseca. Uguagliando dunque le equazioni 37 e 38 otteniamo l'equazione di Einstein:

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{q}{kT}$$

da cui si ricavano le definizioni dei coefficienti di diffusione:

$$D_n = \frac{\mu_n}{q} kT$$
$$D_p = \frac{\mu_p}{q} kT$$

1.7.2 Correnti nella giunzione pn direttamente polarizzata

In una giunzione pn direttamente polarizzata, la zona di svuotamento si assottiglia e il campo elettrico di deriva decresce, portando a una diminuzione di corrente di deriva. Il gradiente di concentrazione invece rimane invariato, quindi la corrente di diffusione supera quella di deriva portando il bilancio a una corrente netta. Tale corrente porta a un eccesso di elettroni nella regione p e a un eccesso di lacune nella regione n, in quanto non c'e' piu' una barriera di potenziale a controbilanciare il fenomeno. Localmente dunque si ha una deviazione dall'equilibrio, per cui $pn > n_i^2$. L'equilibrio viene presto ripristinato dalla ricombinazione se non si alimenta il gradiente di distribuzione tenendo attiva la tensione aggiuntiva di polarizzazione.

Per le buche che fluiscono nella regione n, esse passeranno il sottile volume svuotato con poche perdite dovute alla ricombinazione, dato che la concentrazione di elettroni e' piccola rispetto al bulk (e' svuotato dai portatori). Arrivato all'interfaccia tra regione svuotata e non svuotata in n, la concentrazione di e^- a disposizione per ricombinarsi aumenta e quella di lacune decresce con la distanza, in funzione della probabilità di ricombinazione, espressa come lunghezza di diffusione. Alla fine, tutte le lacune si ricombinano con gli elettroni, che sono forniti in quantita' illimitata dall'elettrodo connesso all'alimentatore. Sul lato p le buche verranno fornite dall'elettrodo per sostenere un meccanismo analogo.

La distribuzione delle cariche negative nella regione p in stato stazionario si ricava risolvendo l'equazione di diffusione, fino a ottenere:

Nelle seguenti formule:

• D_n è la costante di diffusione degli elettroni,

- n_i è la concentrazione di portatori di carica (elettroni o buche),
- n_{p_0} è la stessa concentrazione ma all'equilibrio,
- $L_n = \sqrt{D_n \tau_{cn}}$ e' la lunghezza di diffusione degli elettroni.
- τ_{cn} è il tempo di ricombinazione degli elettroni corrispondente ad una lunghezza di diffusione,
- V e' la tensione applicata.

Le equazioni per le densita' di corrente sono dunque:

$$\begin{cases} J_p = \frac{qD_p n_i^2}{N_D L_p} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) \\ J_n = \frac{qD_n n_i^2}{N_A L_n} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) \end{cases}$$
(39)

La densità di corrente totale è data dalla somma delle due, ed e' chiamata Equazione di Shockley o *di diodo*:

$$J_{tot} = J_p + J_n = J_0(e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$$
(40)

dove

$$J_0 = q n_i^2 \left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p} \right) \tag{41}$$

e' detta anche corrente di saturazione, o J_S .

Tale equazione ci dice inoltre che:

- la corrente dipende da E_g solo attraverso la concentrazione intrinseca n_i ,
- i contributi degli e^- e delle h^+ non sono uguali,
- J fluisce sempre, per ogni V, ma ha un ginocchio determinato da J_0
- materiali anche con E_g diversi hanno correnti uguali se J_0 e' uguale

1.7.3 Correnti nella giunzione pn inversamente polarizzata

La precedente trattazione non aveva imposto limiti su V. Proviamo quindi a considerare la polarizzazione negativa della giunzione, in cui V < 0. Per |V| >> kT in polarizzazione inversa, l'esponenziale tende a zero, e la densita' di corrente totale tende a:

$$J_{tot} = -J_0 = -qn_i^2 \left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p}\right)$$

$$\tag{42}$$

per esempio, nel caso di una giunzione p
n di silicio con concentrazioni $N_A\sim N_D\sim 10^{16}\ cm^{-3}$ a 300 K otteng
o J_{tot}

$$= -1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot (10^{10} cm^{-3})^2 \left(\frac{36 cm^2/s}{10^{16} cm^{-3} \cdot 0.05 cm} + \frac{12 cm^2/s}{10^{16} cm^{-3} \cdot 0.03 cm} \right)$$
(43)

In generale, per concentrazioni di drogaggio qualunque su una giunzione di area $10\times 10 cm^2$ ottengo una corrente:

$$I \simeq 10^{-14} \sim 10^{-18} A \tag{44}$$

Tale corrente e' determinata quindi solo dalle concentrazioni di drogaggio $N_{A,D}$, dalle costati di diffusione $D_{n,p}$ e dalle lunghezze di ricombinazione $L_{n,p}$, e non dipende da V.

Nelle giunzioni reali, pero', misuriamo una corrente di ordini di grandezza piu' grande, e che cresce con lo spessore svuotato, quindi non costante. Ci sono infatti alcuni fenomeni che contribuiscono in maniera non trascurabile alla corrente, e che dipendono dalla presenza di imperfezioni nel cristallo che aumentano la corrente di *leakage*. Andiamo a considerarli brevemente.

Generazione nella zona di svuotamento Nella zona di svuotamento ci sono centri di cattura e ricombinazione ma non cariche a disposizione per questi processi. Quello che invece e' presente e' la *corrente di generazione* dipendente dai centri emettitori. In assenza di cattura, essi possono solo emettere in maniera alternata h^+ e e^- . Prendiamo dunque la variazione della concentrazione di centri di emissione nel tempo. Essa si puo' ricavare dalla differenza tra tassi di cattura ed emissione, a partire dalle distribuzioni probabilistiche di occupazione degli stati energetici. Risulta dunque un tasso di generazione:

$$\frac{dN_e}{dt} = \frac{n_i}{2\tau_g}$$

ove τ_g e' il tempo caratteristico di generazione. Si puo' dimostrare che solo stati vicini al livello di Fermi intrinseco E_F contribuiscono significativamente al tasso di generazione. Intuitivamente, visto che entrambe le probabilita' di emissione per e^- e h^+ aumentano esponenzialmente rispetto al limite della banda relativa, la probabilita' di un emissione sequenziale di lacuna ed elettrone e' massima a meta' gap.

Per centri di emissione distribuiti uniformemente sullo spessore w svuotato, la corrente di generazione e' dunque:

$$J_g = q \frac{dN_e}{dt} w = \frac{qn_i w}{2\tau_g}$$

La corrente totale è data dal contributo degli elettroni e delle buche, ovvero:

$$J = J_n + J_p = qn_i^2 \left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p}\right) \left(e^{qV/kT} - 1\right) = J_0 \left(e^{qV/kT} - 1\right)$$
(45)

Questo risultato prende il nome di **equazione del diodo** o **equazione di Shockley**. Essa mette in relazione la densità di corrente con la tensione applicata ai capi della giunzione, ed è valida **sia in regime di polarizzazione diretta che inversa**. Infatti non abbiamo imposto restrizioni sul segno della tensione applicata. La formula descrive semplicemente il moto delle cariche negative e positive in diffusione alla giunzione. Per V = 0, ovvero con la sola tensione V_{bi} presente alla giunzione, la corrente e' nulla (equilibrio termodinamico). Per V < 0, il termine esponenziale tende velocemente a zero, e quindi l'equazione si riduce a $J = -J_0$ Osserviamo che:

- a fissata sezione trasversale della giunzione, l'andamento della corrente è quello descritto nel grafico in fig. ??;
- la densità di corrente ha una dipendenza forte dalla temperatura T;
- la dipendenza dall'energia di gap non appare esplicitamente, ma solo attraverso la concentrazione intrinseca n_i ;

• i due contributi alla corrente totale, $J_n \in J_p$, dovuti rispettivamente agli elettroni ed alle buche, sono in generale diversi.

In regime di *reverse bias*, per tensioni applicate (negative) $V \gg kT/q$, il termine esponenziale in formula 45 si annulla. Possiamo dunque scrivere la **corrente di saturazione** come:

$$J = -J_0 = -qn_i^2 \left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p}\right)$$
(46)

Nella zona svuotata non ci sono cariche libere per effettuare catture o ricombinazioni. In tali condizioni, gli unici processi di rilievo sono quelli per emissione di coppie elettrone-buca che avevamo fin'ora trascurato, assumendo una estensione di W trascurabile. Queste cariche vanno a costituire la **corrente di generazione** J_{gen} , che risulta proporzionale alla variazione di concentrazione di centri emettitori N_e ed allo spessore W di svuotamento:

$$J_{gen} = q \frac{dN_e}{dt} W = q \frac{n_i}{2\tau_g} W \tag{47}$$

in cui abbiamo definito τ_g il **tempo medio di generazione**. La corrente totale in *reverse bias* sarà data dal contributo della componente di deriva e di generazione, per cui:

$$-J = J_R = J_0 + J_{gen} = q n_i^2 \left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p} \right) + q \frac{n_i}{2\tau_g} W$$
(48)