

Università di Trieste
Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Corso di
Progettazione e riabilitazione sismica delle Strutture

Corso di
Modelli e metodi per la progettazione strutturale avanzata
Modulo 2: Costruzioni in zona sismica

ANALISI STATICA NON LINEARE

Prof. Ing. Natalino Gattesco

ANALISI STATICA NON LINEARE

L'analisi non lineare statica richiede che al sistema strutturale reale sia associato un sistema strutturale equivalente non lineare.

Nel caso in cui il sistema equivalente sia ad un grado di libertà, a detto sistema strutturale equivalente si applicano i carichi gravitazionali e, per la direzione considerata dell'azione sismica, in corrispondenza degli orizzontamenti della costruzione, forze orizzontali proporzionali alle forze d'inerzia aventi risultante (taglio alla base) F_b .

Tali forze sono scalate in modo da far crescere monotonamente, sia in direzione positiva che negativa e fino al raggiungimento delle condizioni di collasso locale o globale, lo spostamento orizzontale d_c di un punto di controllo coincidente con il centro di massa dell'ultimo livello della costruzione (sono esclusi eventuali torrini).

Vanno considerati anche punti di controllo alternativi, come le estremità della pianta dell'ultimo livello, quando sia significativo l'accoppiamento di traslazioni e rotazioni.

Il diagramma F_b-d_c rappresenta la curva di capacità della struttura

ANALISI STATICA NON LINEARE

Quindi, cos'è un'analisi statica non lineare o analisi pushover?

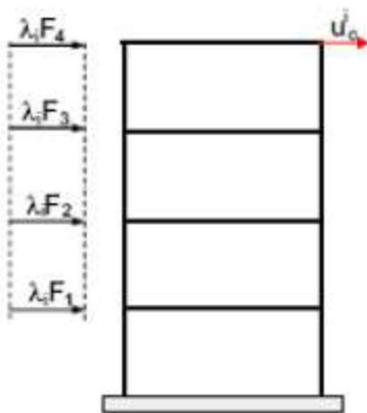
- a) È un'analisi statica non lineare di tipo incrementale;
- b) Vengono inizialmente applicati i carichi verticali e dopo un vettore di carico orizzontale di tipo incrementale
- c) Mantenendo costanti i carichi verticali, vengono amplificati quelli orizzontali fino al raggiungimento del collasso strutturale.
- d) La valutazione della risposta o capacità della struttura in termini di spostamento.

ANALISI PUSHOVER

Gli aspetti che differenziano le procedure statiche non lineari sono due:

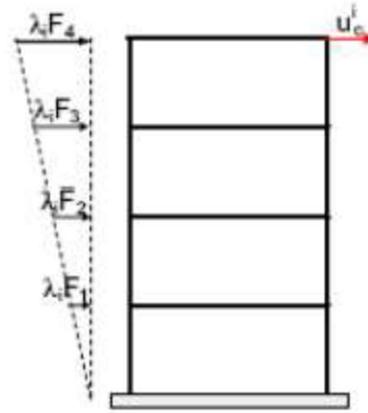
- le distribuzioni di carico per la determinazione della curva di capacità
- la valutazione della risposta e della domanda sismica.

Le distribuzioni di carico possono essere di tipo invariante o adattive. Quelle invariante rimangono costanti durante tutta l'analisi mentre quelle adattive variano la loro forma in base allo stato di danneggiamento della struttura.

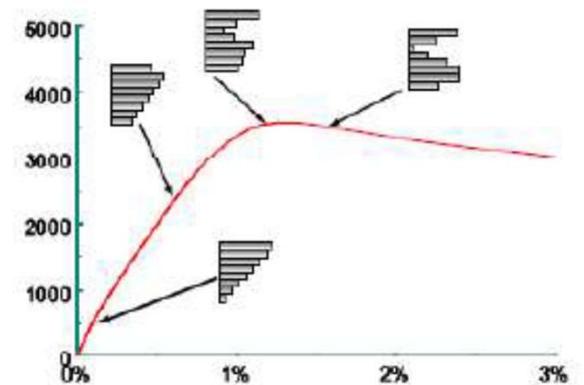


carichi proporzionali alla massa

invariante



carichi proporzionali prodotto massa per
forma modale del primo modo



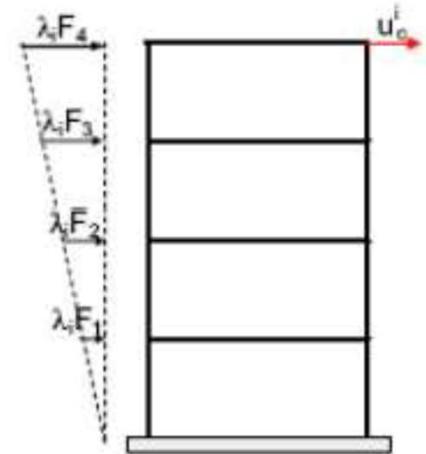
adattiva

ANALISI PUSHOVER

Si devono considerare **almeno due distribuzioni di forze d'inerzia**, ricadenti l'una nelle distribuzioni principali (**Gruppo 1**) e l'altra nelle distribuzioni secondarie (**Gruppo 2**) appresso illustrate.

Gruppo 1 – Distribuzioni principali

- se il modo di vibrare fondamentale nella direzione considerata ha una **partecipazione di massa non inferiore al 75%** si applica una delle due distribuzioni seguenti:
 - **distribuzione proporzionale alle forze statiche** di cui al §7.3.3.2, utilizzando come seconda distribuzione la a) del Gruppo 2,
 - **distribuzione corrispondente a un andamento di accelerazioni proporzionale alla forma del modo fondamentale di vibrare** nella direzione considerata;
- **in tutti i casi può essere utilizzata la distribuzione** corrispondente all'andamento delle forze di piano agenti su ciascun orizzontamento **calcolate in un'analisi dinamica lineare**, includendo nella direzione considerata **un numero di modi con partecipazione di massa complessiva non inferiore allo 85%**. L'utilizzo di questa distribuzione è **obbligatorio se il periodo fondamentale della struttura è superiore a $1,3 T_C$** .



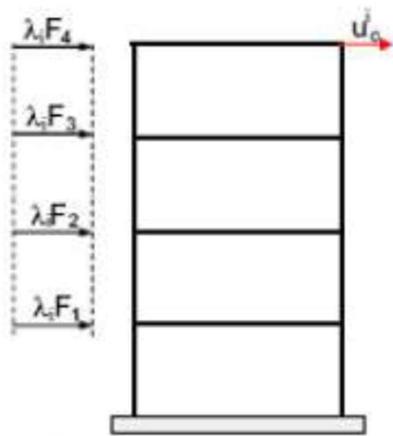
Carichi proporzionali alle forze statiche equivalenti

ANALISI PUSHOVER

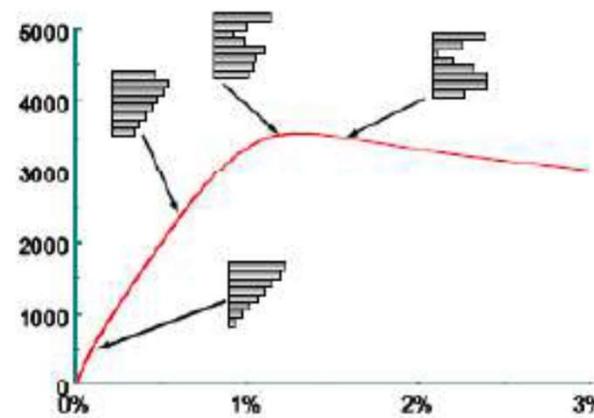
Si devono considerare **almeno due distribuzioni di forze d'inerzia**, ricadenti l'una nelle distribuzioni principali (**Gruppo 1**) e l'altra nelle distribuzioni secondarie (**Gruppo 2**) appresso illustrate.

Gruppo 2 – Distribuzioni secondarie

- a) **distribuzione di forze, desunta da un andamento uniforme di accelerazioni** lungo l'altezza della costruzione;
- b) **distribuzione adattiva**, che cambia al crescere dello spostamento del punto di controllo in funzione della plasticizzazione della struttura;
- c) **distribuzione multimodale**, considerando almeno **sei modi** significativi



carichi proporzionali alla massa



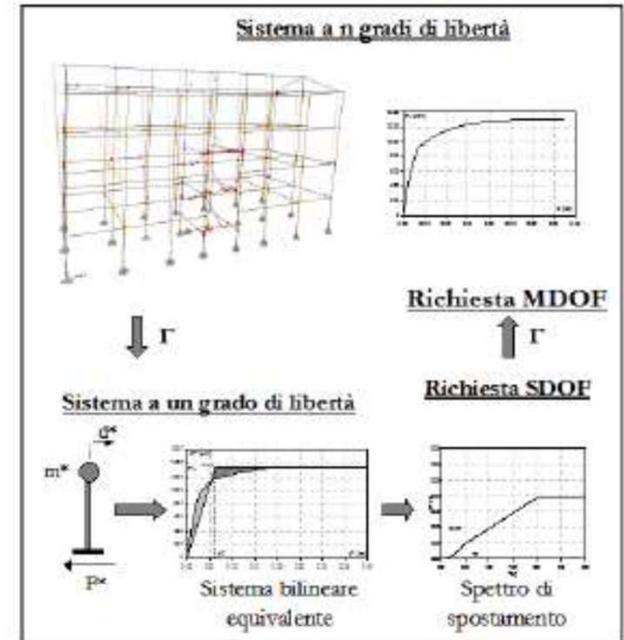
adattiva

ANALISI PUSHOVER

Confronto capacità-domanda

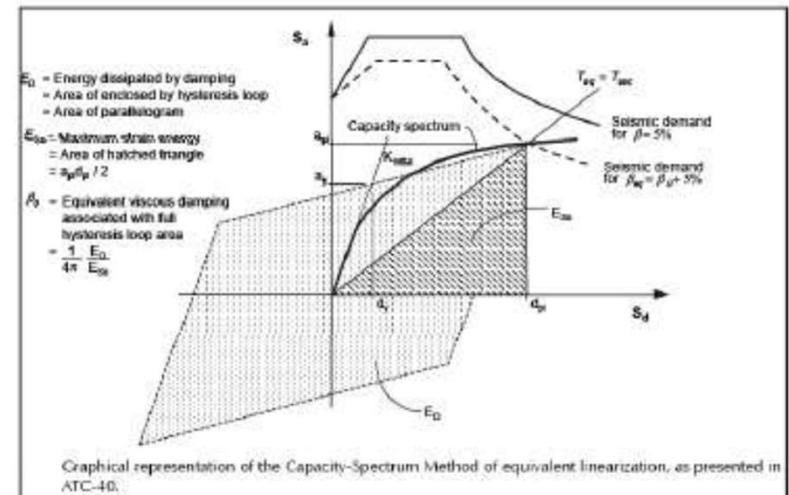
Metodo N2 – Metodo dell'oscillatore equivalente

- Fajfar, P. 2000. A nonlinear analysis method for performance-based seismic design. *Earthquake Spectra*, 16(3): 573-592.
- D.M. [2018], Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni
- CEN [2003], Eurocode 8, Design of structures for Earthquake resistant, Part 1: General rules, Seismic action and rules for buildings.
- FEMA (2000). "Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings", Report FEMA 356, Federal Emergency Management Agency, U.S.A.



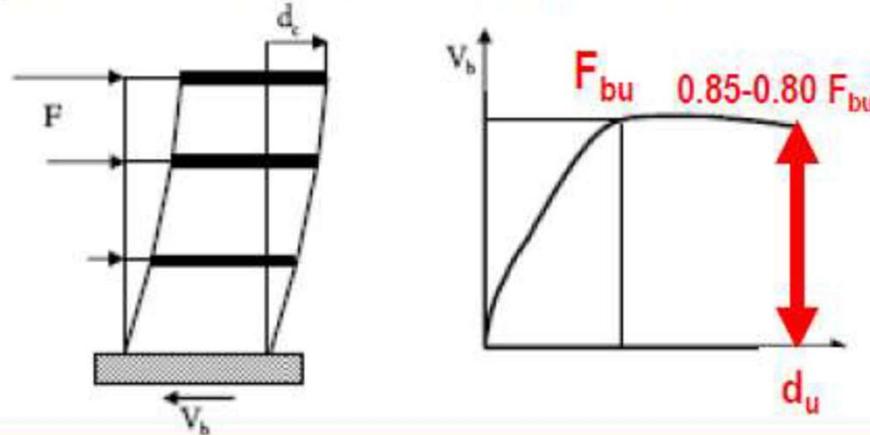
Capacity Spectrum Method (CSM)

- ATC (1996). "Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings", Report ATC-40, Applied Technology Council, Redwood City, U.S.A.
- C. Casarotti, V. I. Bruno, R. Pinho, [2007], Una versione adattiva del Capacity Spectrum Method.

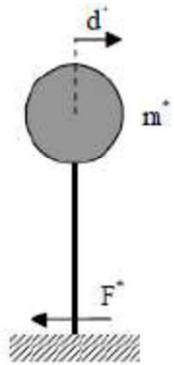


PROCEDURA METODO N2

Fase 1: Calcolo della curva di capacità a M-GDL



Fase 2: Determinazione del sistema equivalente a 1-GDL a comportamento bilineare - T^* -



$$\Gamma = \frac{\Phi^T M \tau}{\Phi^T M \Phi}$$

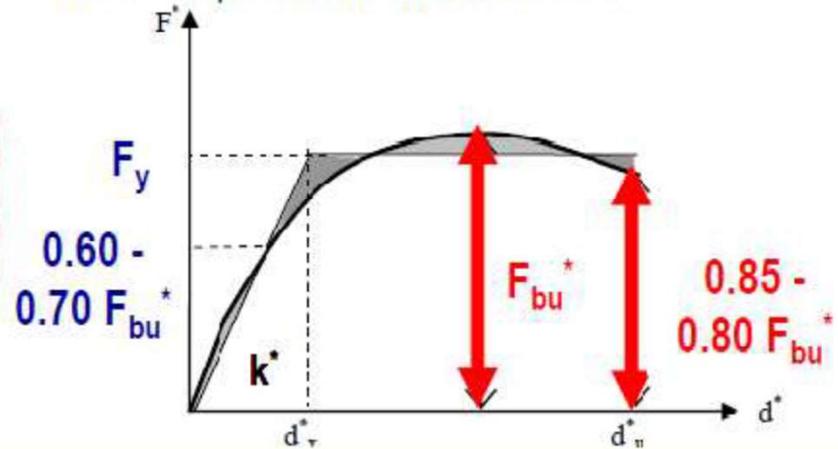
$$d^* = d_c / \Gamma$$

$$F^* = F_b / \Gamma$$

$$k^* = \frac{F_y^*}{d_y^*}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}}$$

$$m^* = \Phi^T M \tau$$

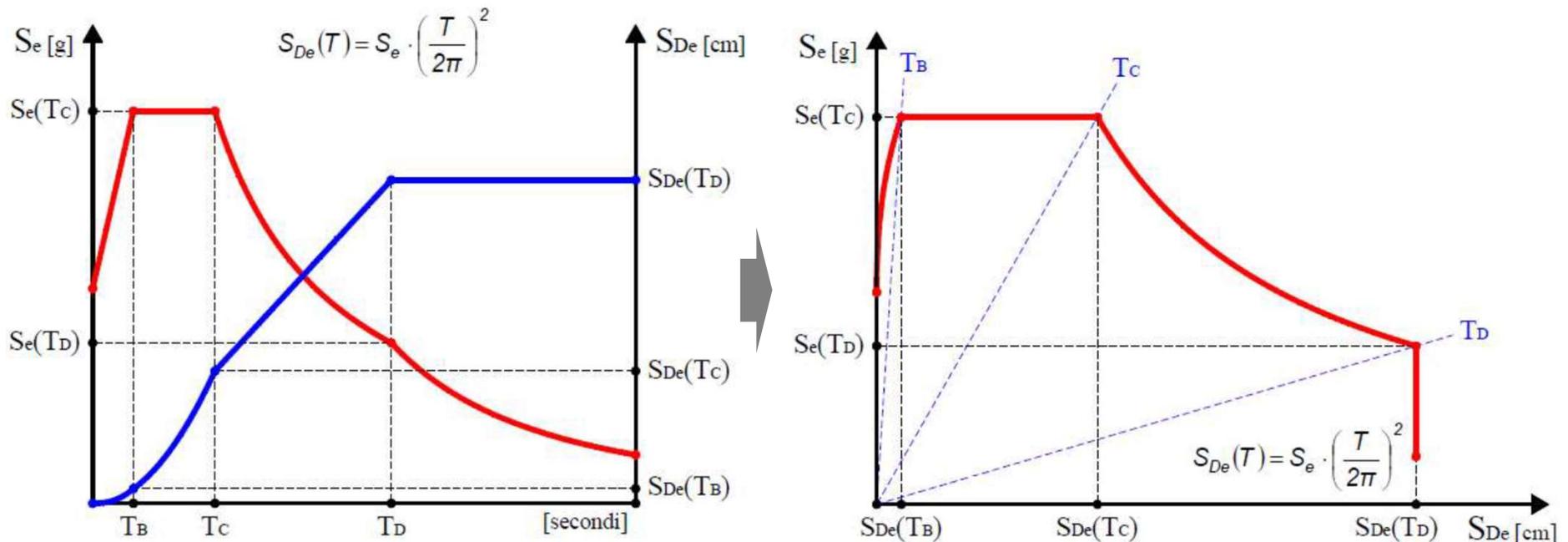


PROCEDURA METODO N2

Fase 3: Determinazione della domanda sismica per il sistema SDF

Dai due spettri elastici in accelerazione e in spostamento riferiti al periodo si ricava lo spettro di risposta elastico dell'accelerazione in funzione dello spostamento ADRS (acceleration-displacement response spectrum)

I periodi non compaiono esplicitamente, ma sono rappresentati da rette radiali uscenti dall'origine degli assi (la pendenza generica retta è pari a $(2\pi/T)^2$).



Spettri elastici S_e-T e S_d-T

Spettro di risposta elastico (ADRS)

PROCEDURA METODO N2

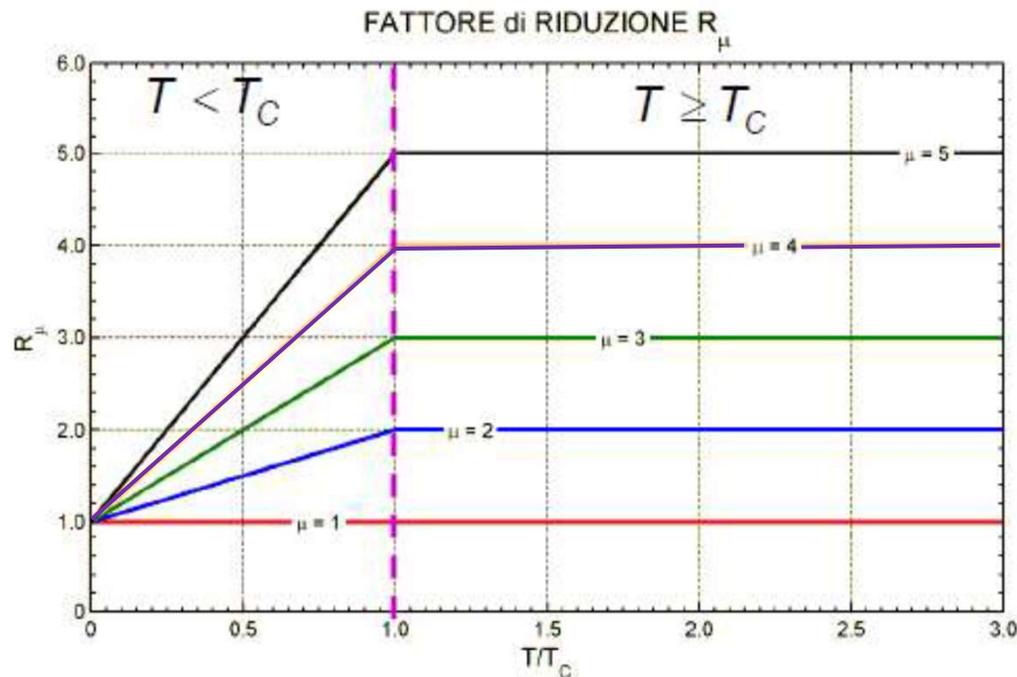
Fase 3: Determinazione della domanda sismica per il sistema SDF

Tenendo conto del comportamento **non lineare del sistema**, si deve passare ad uno **spettro di domanda ridotto rispetto a quello elastico** (spettro di risposta anelastico).

R_μ = Fattore di riduzione delle forze/acceleraz

$$R_\mu = \begin{cases} 1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_C} & \text{per } T < T_C \\ \mu & \text{per } T \geq T_C \end{cases}$$

μ = duttilità

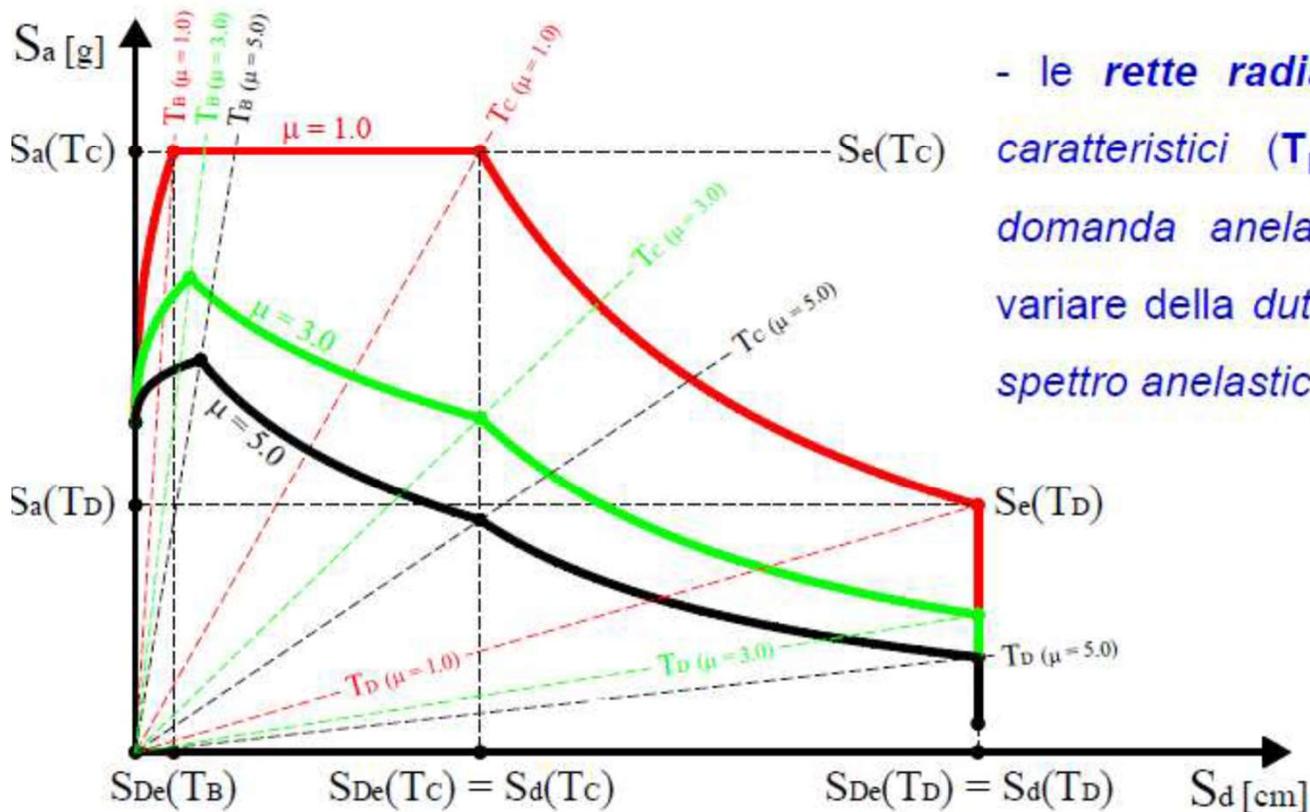


PROCEDURA METODO N2

Fase 3: Determinazione della domanda sismica per il sistema SDF

Quindi lo **spettro di risposta anelastico**, per diversi valori di duttilità, si ricava:

$$S_a = \frac{S_e}{R_\mu} = \text{ordinate dello spettro di domanda anelastico} \quad S_d = \mu \frac{S_{De}}{R_\mu} = \text{ascisse dello spettro di domanda anelastico}$$



- le **rette radiali** che identificano i **periodi caratteristici** (T_B , T_C , T_D) degli **spettri di domanda anelastici** cambiano pendenza al variare della **duttilità** μ che contraddistingue lo **spettro anelastico** considerato

PROCEDURA METODO N2

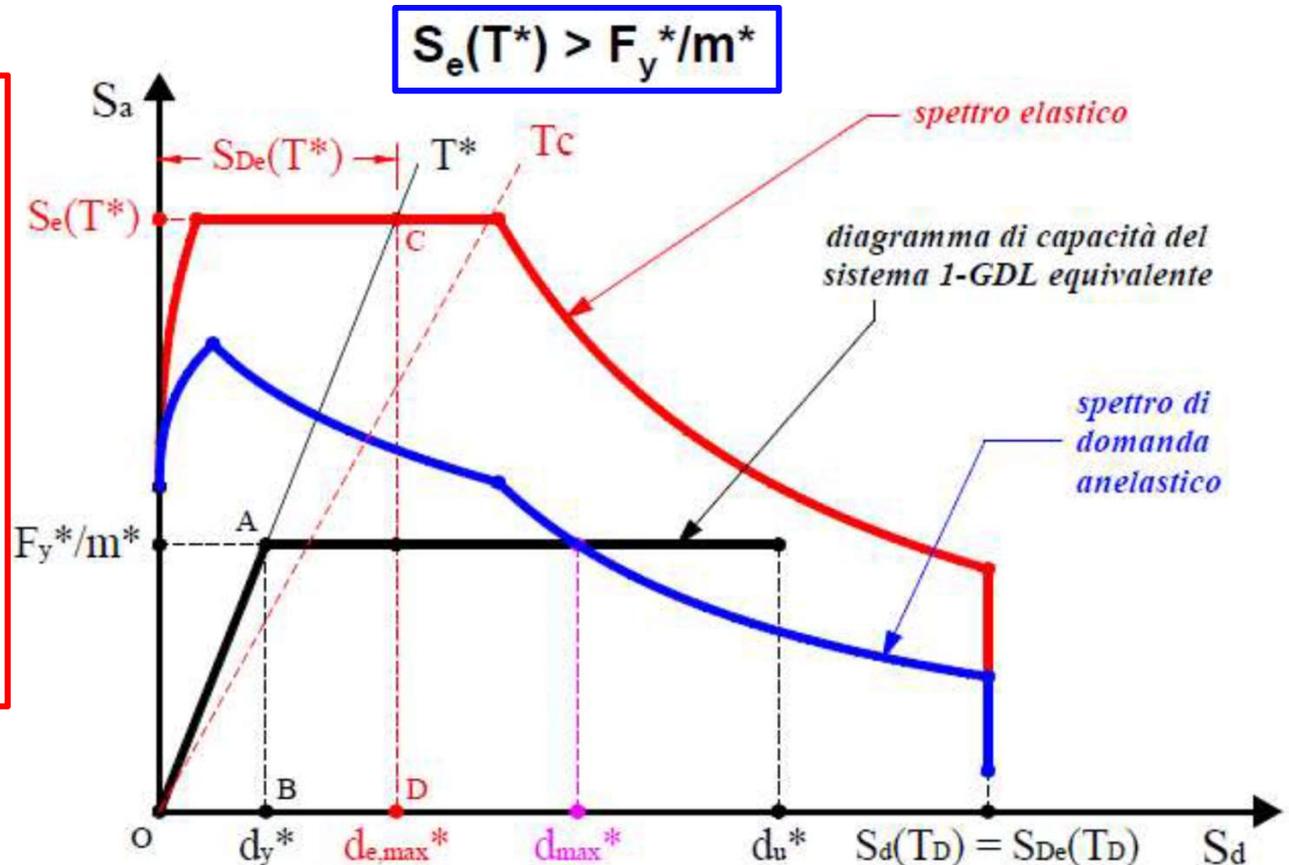
Fase 4: Cofronto tra domanda e capacità sul sistema SDF

Le ordinate della curva di capacità vengono divise per la massa m^* del sistema SDF
La **domanda di spostamento** d_{max}^* si ottiene dall'intersezione fra la curva di capacità bilineare e lo spettro di domanda anelastico.

Se $T^* < T_c$ (sistemi rigidi):
la **domanda di spostamento anelastico** d_{max}^* , richiesta al sistema 1-GDL equivalente, è maggiore di quella

$$d_{e,max}^* = S_{De}(T^*)$$

richiesta, dal medesimo sistema, in **regime elastico lineare**.



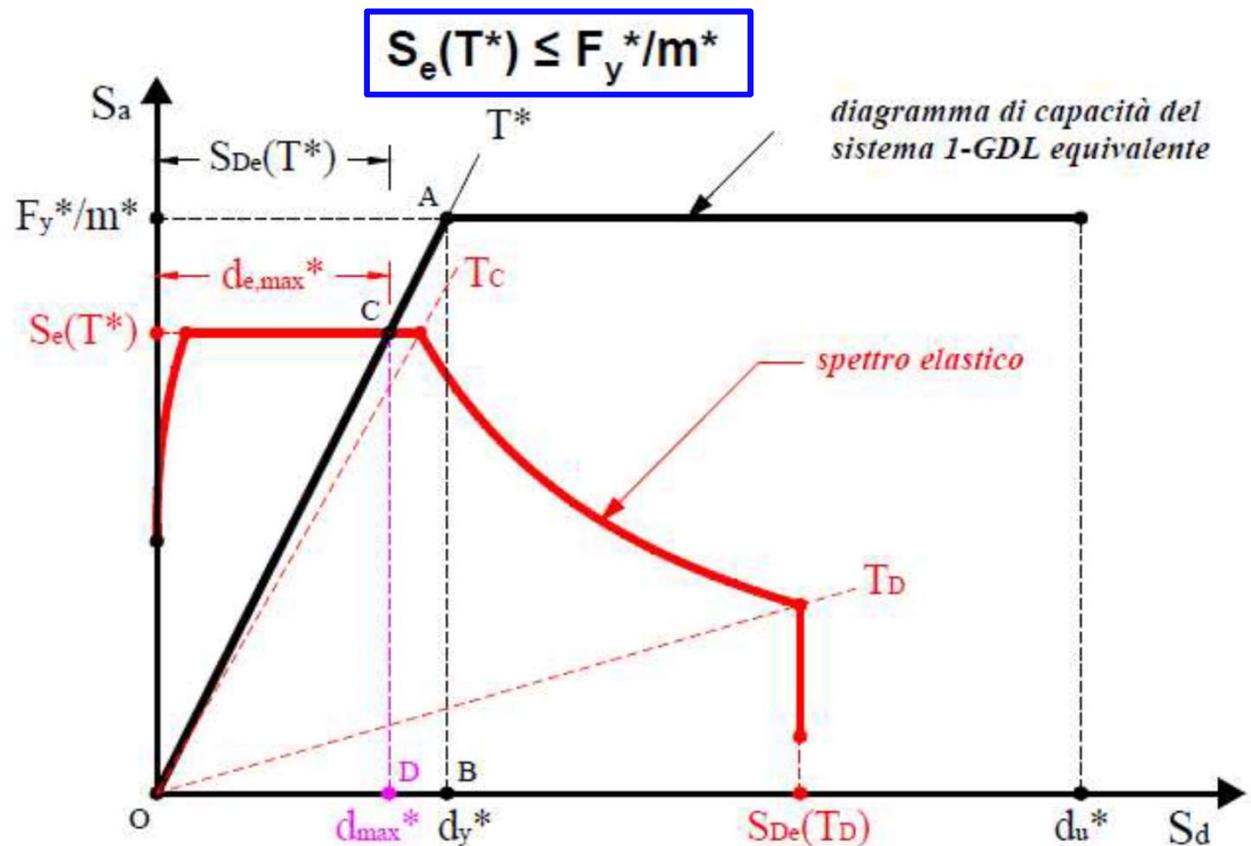
PROCEDURA METODO N2

Fase 4: Cofronto tra domanda e capacità sul sistema SDF

Le ordinate della curva di capacità vengono divise per la massa m^* del sistema SDF
La **domanda di spostamento** d_{max}^* si ottiene dall'intersezione fra la curva di capacità bilineare e lo spettro di domanda anelastico.

Se $T^* < T_c$ (sistemi rigidi):
la **domanda di spostamento** d_{max}^* , richiesta al sistema 1-GDL equivalente, è uguale al massimo spostamento
$$d_{e,max}^* = S_{De}(T^*)$$

che il sistema subirebbe in **comportamento elastico lineare**



PROCEDURA METODO N2

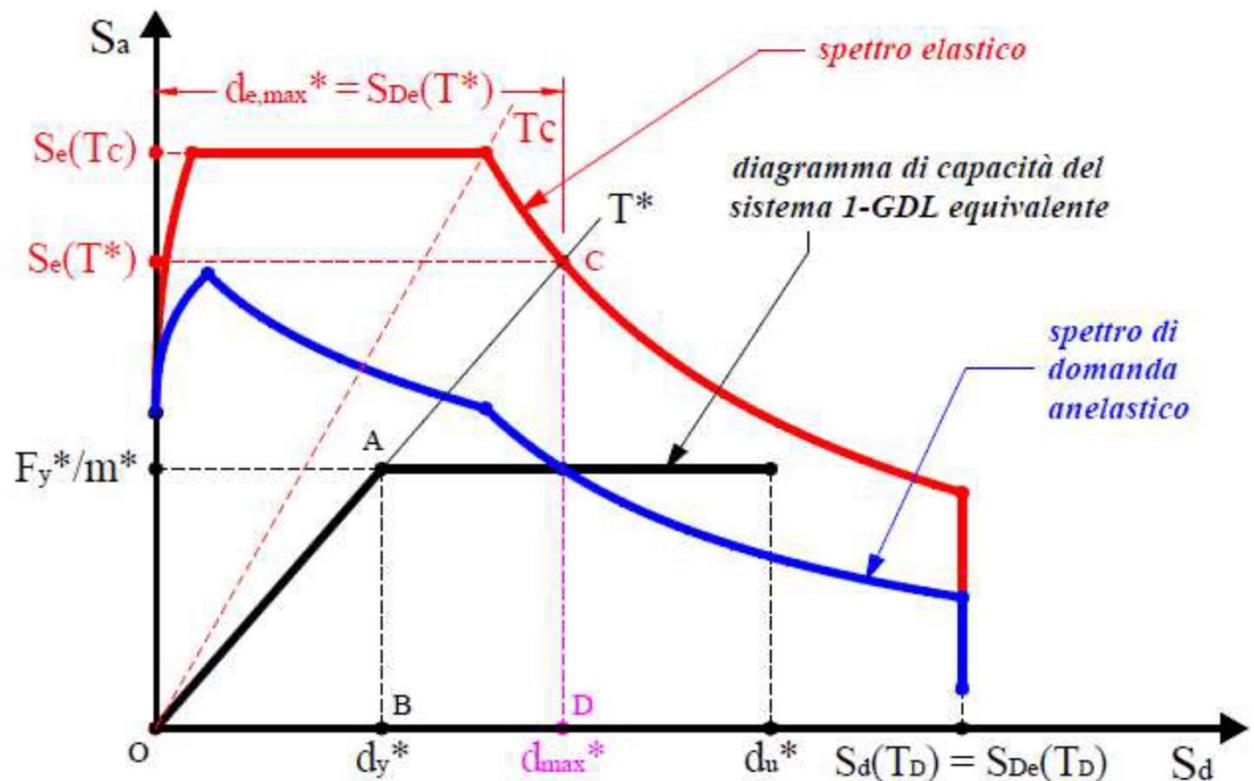
Fase 4: Confronto tra domanda e capacità sul sistema SDF

Le ordinate della curva di capacità vengono divise per la massa m^* del sistema SDF
 La **domanda di spostamento** d_{max}^* si ottiene dall'intersezione fra la curva di capacità bilineare e lo spettro di domanda anelastico.

$$S_e(T^*) > F_y^*/m^*$$

Se $T^* \geq T_c$ (sistemi flessibili) uguale spostamento: la **domanda di spostamento** d_{max}^* , richiesta al sistema 1-GDL equivalente, è uguale al massimo spostamento $d_{e,max}^* = S_{De}(T^*)$

che il sistema subirebbe in **comportamento elastico lineare**.



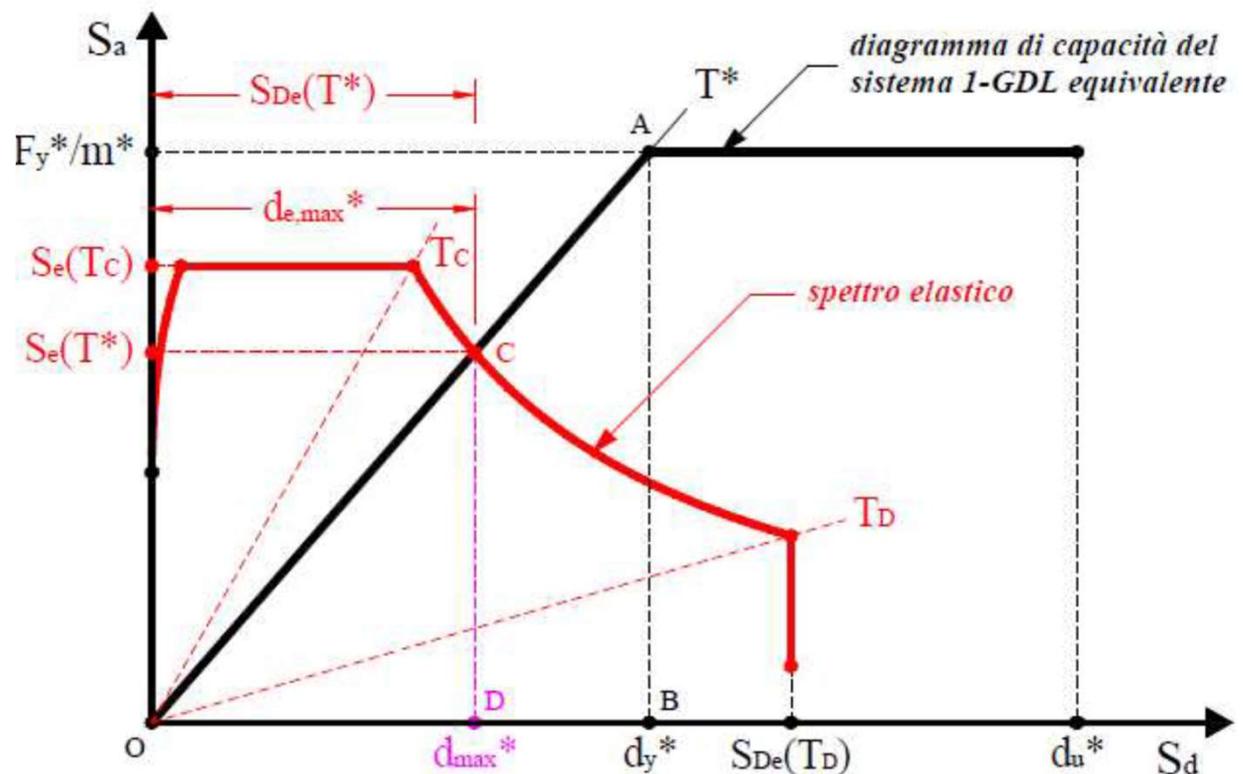
PROCEDURA METODO N2

Fase 4: Confronto tra domanda e capacità sul sistema SDF

Le ordinate della curva di capacità vengono divise per la massa m^* del sistema SDF
 La **domanda di spostamento** d_{max}^* si ottiene dall'intersezione fra la curva di capacità bilineare e lo spettro di domanda anelastico.

$$S_e(T^*) \leq F_y^*/m^*$$

Se $T^* \geq T_c$ (sistemi flessibili) uguale spostamento: la **domanda di spostamento** d_{max}^* , richiesta al sistema 1-GDL equivalente, è uguale al massimo spostamento $d_{e,max}^* = S_{De}(T^*)$ che il sistema subirebbe in **comportamento elastico lineare**.



PROCEDURA METODO N2

Fase 5: Conversione della domanda nel sistema MDF

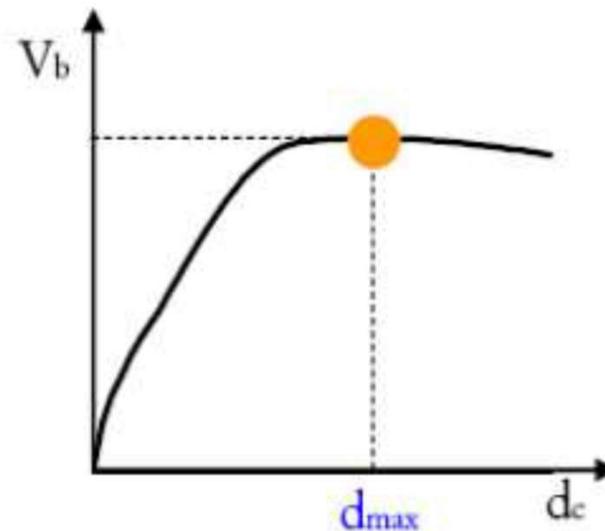
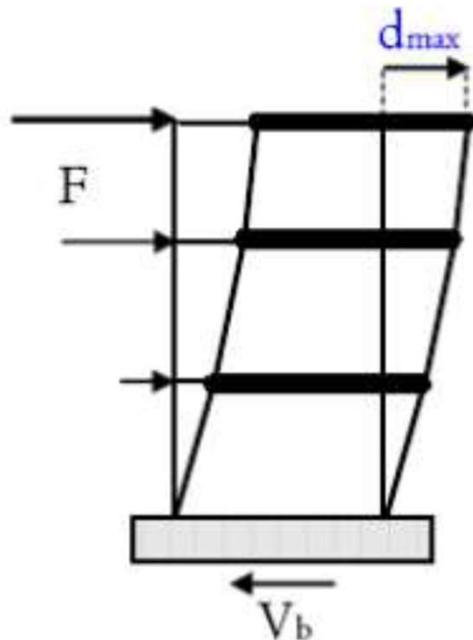
Lo spostamento massimo nel sistema a MDF si ricava dalla relazione

$$d_{max} = \Gamma \cdot d_{max}^*$$

La verifica è soddisfatta se:

$$d_{max} \leq d_u \quad e \quad q^* \leq 3$$

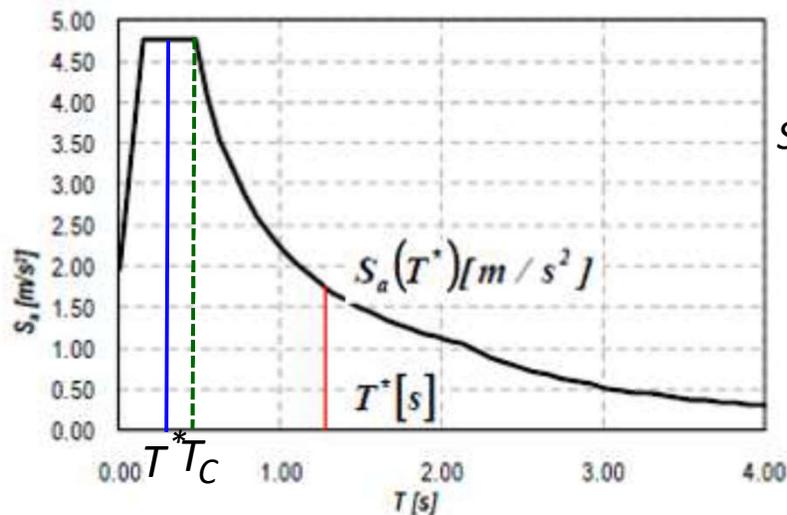
$$q^* = \frac{m^* \cdot S_e(T^*)}{F_y^*}$$



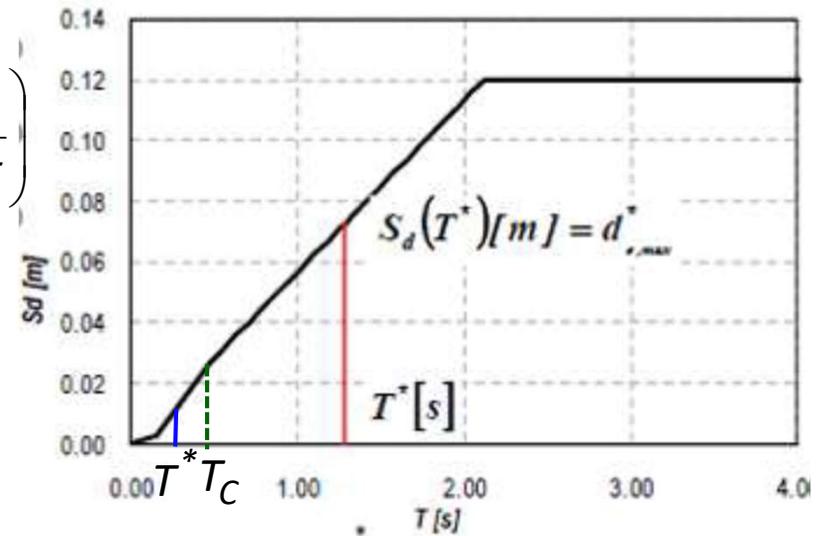
PROCEDURA METODO N2

Fase 3: Determinazione della domanda sismica per il sistema SDF

Nelle NTC 2018, la determinazione della domanda sismica per il sistema SDF si esegue nel seguente modo



$$S_d(T^*) = S_a \left(\frac{T^*}{2\pi} \right)$$



$$T^* < T_C \rightarrow d_{max}^* = \frac{d_{e,max}^*}{q^*} \left[1 + (q^* - 1) \frac{T_C}{T^*} \right] \geq d_{e,max}^*$$

$$q^* = \frac{m^* \cdot S_e(T^*)}{F_y^*} \leq 3$$

$$T^* \geq T_C \rightarrow d_{max}^* = d_{e,max}^* = S_d(T^*)$$

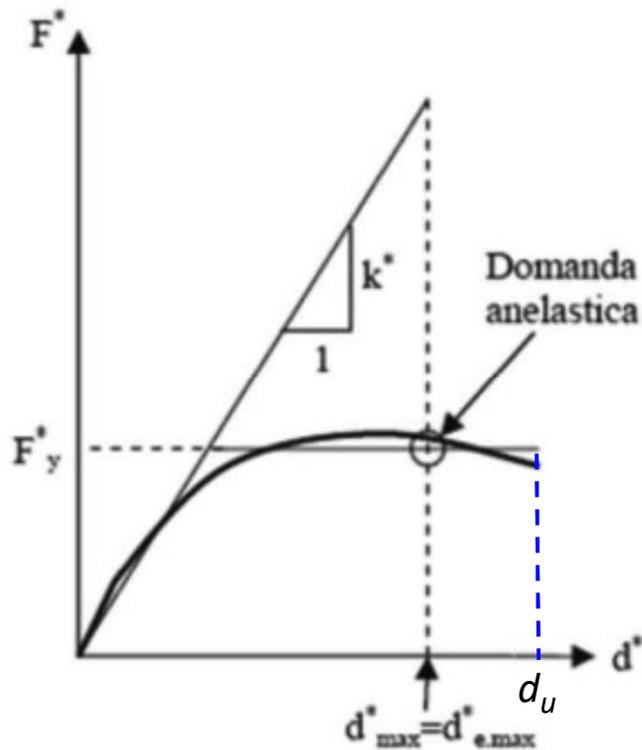
$$d_{max}^* \leq d_u$$

$$q^* < 1 \rightarrow d_{max}^* = d_{e,max}^*$$

PROCEDURA METODO N2

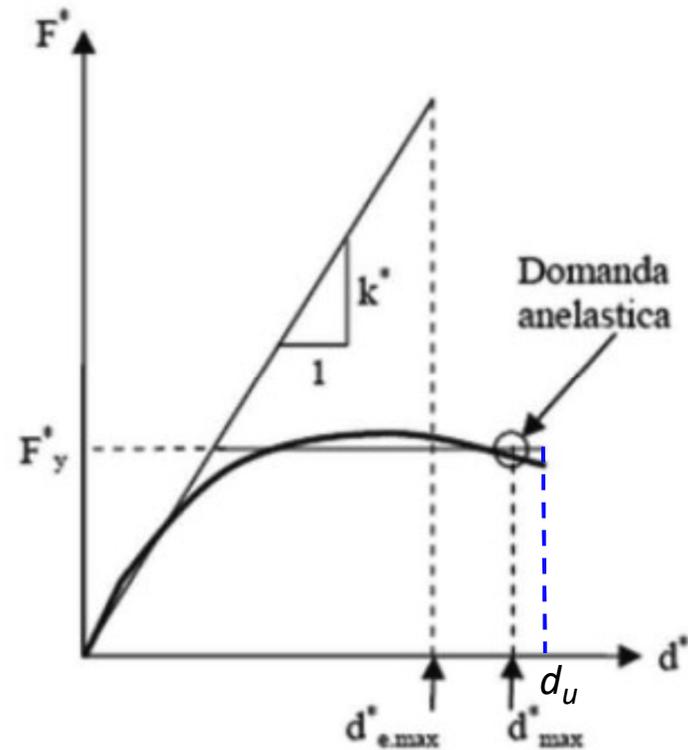
Fase 4: Confronto tra domanda e capacità per il sistema SDF

Nelle NTC 2018, si verifica che la **domanda di spostamento** d_{max}^* risulti inferiore alla **capacità di spostamento** rilevata dalla curva di capacità, nel seguente modo



$$T^* \geq T_C$$

$$d_{max}^* \leq d_u$$

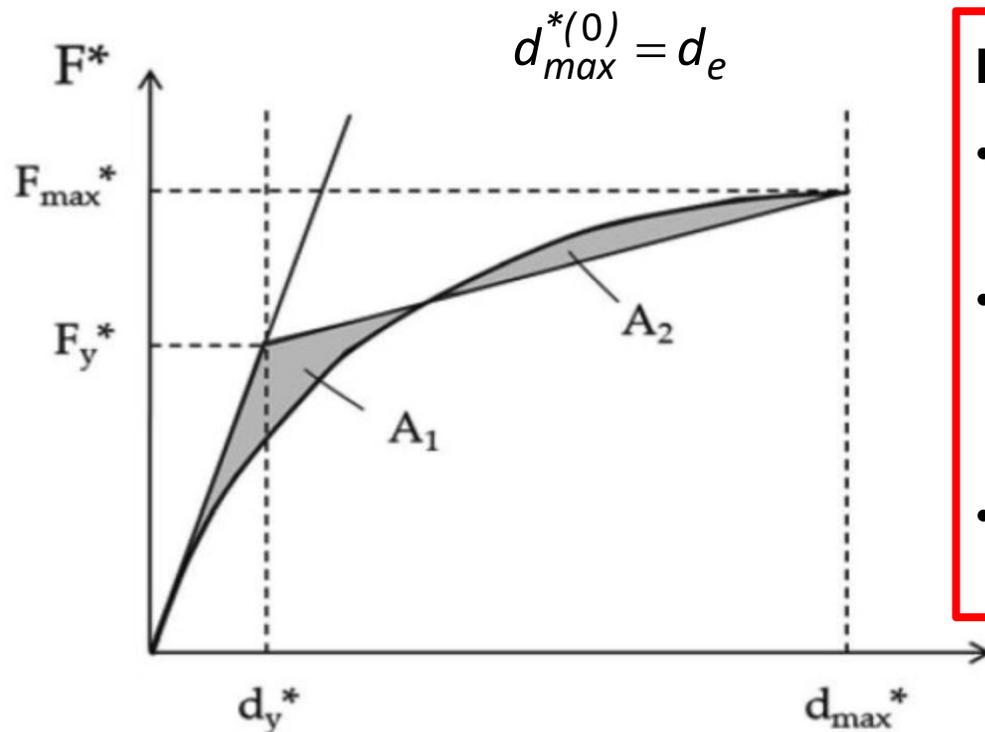


$$T^* < T_C$$

CAPACITY SPECTRUM METHOD

In questo metodo il punto di prestazione e lo spostamento atteso per un dato livello di azione sono valutati attraverso un processo iterativo.

Una volta ricavato lo spettro ADRS, in cui le accelerazioni spettrali sono rappresentate in funzione degli spostamenti spettrali, si fissa una prima stima di prestazione, generalmente che lo spostamento d_{max}^* sia pari a quello di una struttura elastica avente la stessa rigidezza iniziale della struttura analizzata:



Bilinearizzazione curva di capacità

- Pendenza primo tratto pari alla pendenza iniziale della curva
- Pendenza secondo tratto in modo da uguagliare l'area sottesa dalle due curve (uguale energia).
- F_y^* si ricava dall'intersezione delle due rette.

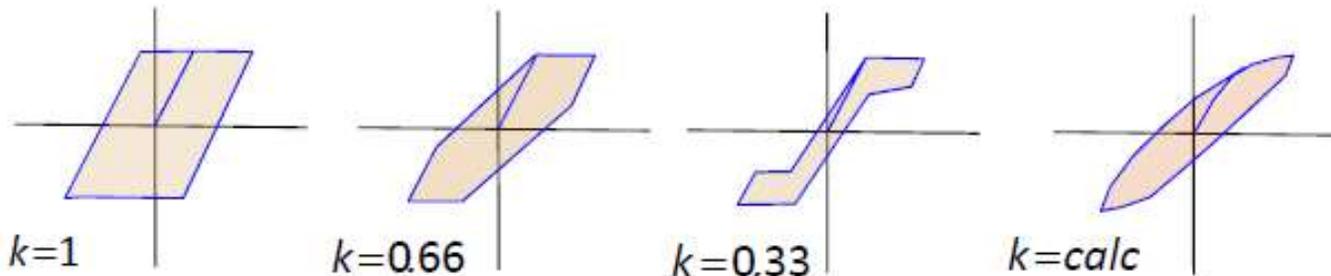
CAPACITY SPECTRUM METHOD

Si calcola lo **smorzamento viscoso equivalente**, espresso in percentuale, con la:

$$\xi_{eq}^{(1)} = k \frac{63.7 \left(F_y^{*(0)} d_{max}^{*(0)} - F_{max}^{*(0)} d_y^{*(0)} \right)}{F_{max}^{*(0)} d_{max}^{*(0)}} + 5$$

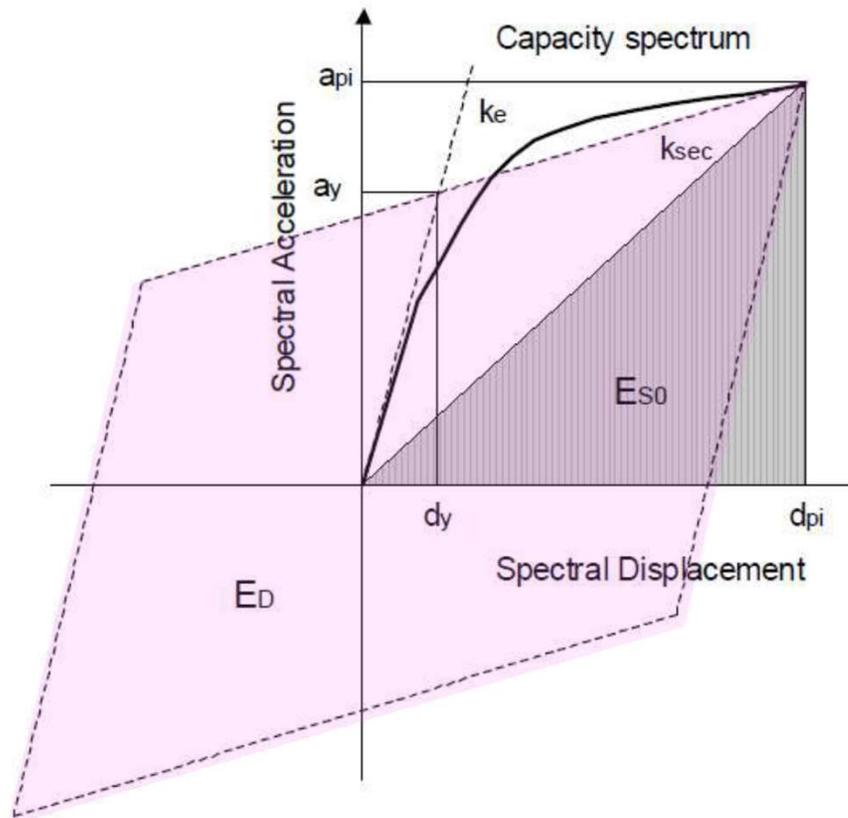
Per k si possono assumere i valori:

- Strutture a elevata capacità dissipativa (cicli di isteresi molto ampi): $k = 1$;
- Strutture a moderata capacità dissipativa (moderata riduzione area): $k = 0.66$;
- Strutture a bassa capacità dissipativa (pinching elevato e riduz. area): $k=0.33$;
- Strutture dotate di appositi dispositivi di dissipazione: va calcolata l'energia dissipata e si attribuisce al sistema il valori di k corrispondente all'effettiva capacità di dissipazione.



CAPACITY SPECTRUM METHOD

Secondo la norma americana ATC 40, il **fattore di smorzamento equivalente** viene calcolato in questa maniera

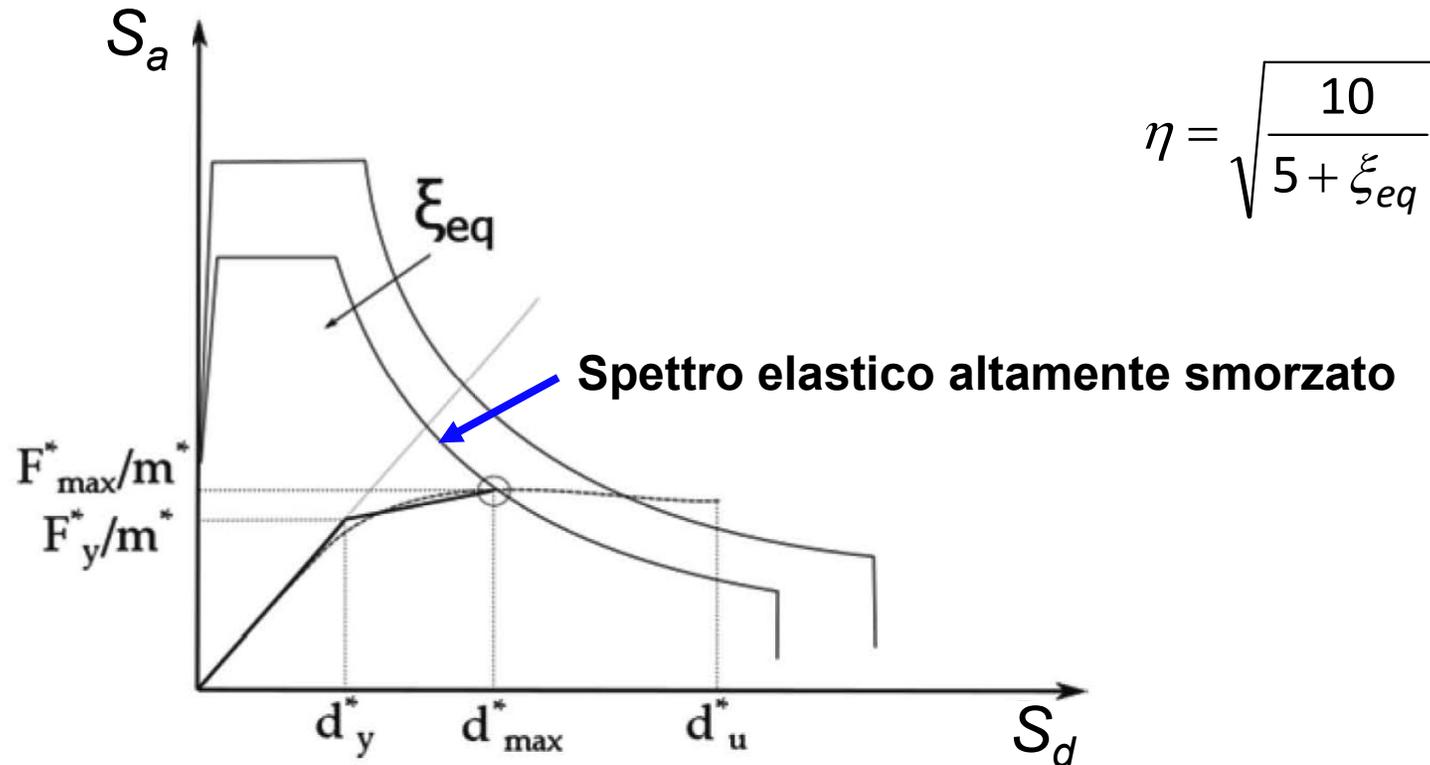


$$\xi_{eq} = \frac{E_D}{4\pi E_{s0}} + 5$$

E_{s0} massima energia di deformazione del sistema elastico lineare

E_D energia dissipata dal sistema anelastico in un ciclo d'isteresi

CAPACITY SPECTRUM METHOD



A differenza del [metodo N2](#), dove si ricavavano [spettri anelastici IDRS](#) (Inelastic Demand Response Spectra), in [questo metodo](#) si definiscono [spettri elastici lineari EDRS](#) (Elastic Demand Response Spectra) [altamente smorzati](#).

L'intersezione tra la curva di capacità scalata di m^* e lo spettro mi dà il secondo tentativo per $d_{max}^{*(1)}$. Quando $d_{max}^{*(1)}$ è prossimo a $d_{max}^{*(0)}$ la procedura ha termine.

PROCEDURA CAPACITY SPECTRUM METHOD

Verifica tra domanda e capacità
il metodo dello «spettro di capacità»

$$\Gamma = \frac{\sum m_i \cdot \phi_{i,1}}{\sum m_i \cdot \phi_{i,1}^2} \begin{cases} F^* = \frac{F_b}{\Gamma} \\ d^* = \frac{d_c}{\Gamma} \end{cases}$$

$$M^* = \sum m_i \cdot \phi_{i,1}$$

$$d_{max}^{*(0)} = d_e$$

Calcolo curva bilineare eguagliando le aree

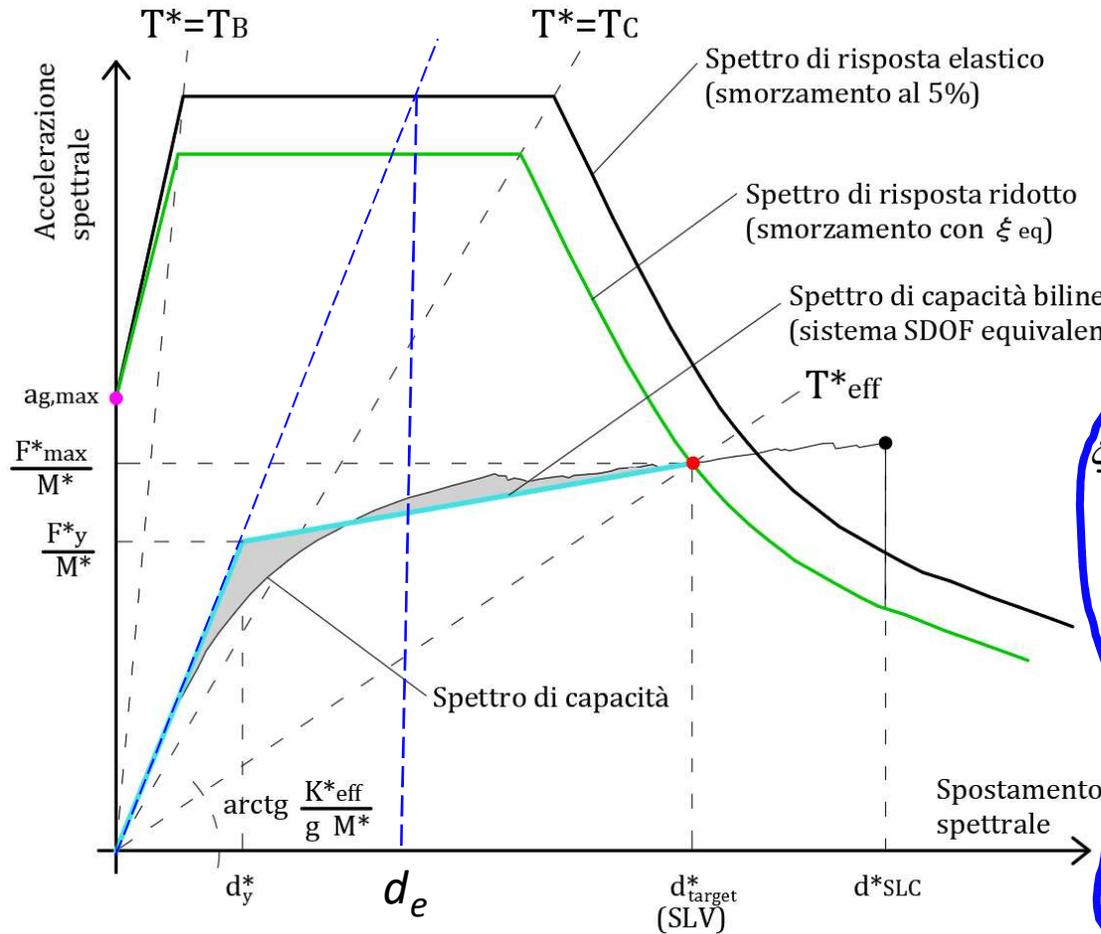
$$\xi_{eq}^{(1)} = k \frac{63.7 (F_y^{*(0)} d_{max}^{*(0)} - F_{max}^{*(0)} d_y^{*(0)})}{F_{max}^{*(0)} d_{max}^{*(0)}} + 5$$

Nuova curva di domanda da $\xi_{eq}^{(1)}$



Da intersezione tra curva di domanda e curva di capacità si ricava $d_{max}^{*(1)}$

se $|d_{max}^{*(1)} - d_{max}^{*(0)}| \leq \varepsilon \rightarrow$ Fine



PROCEDURA CAPACITY SPECTRUM METHOD

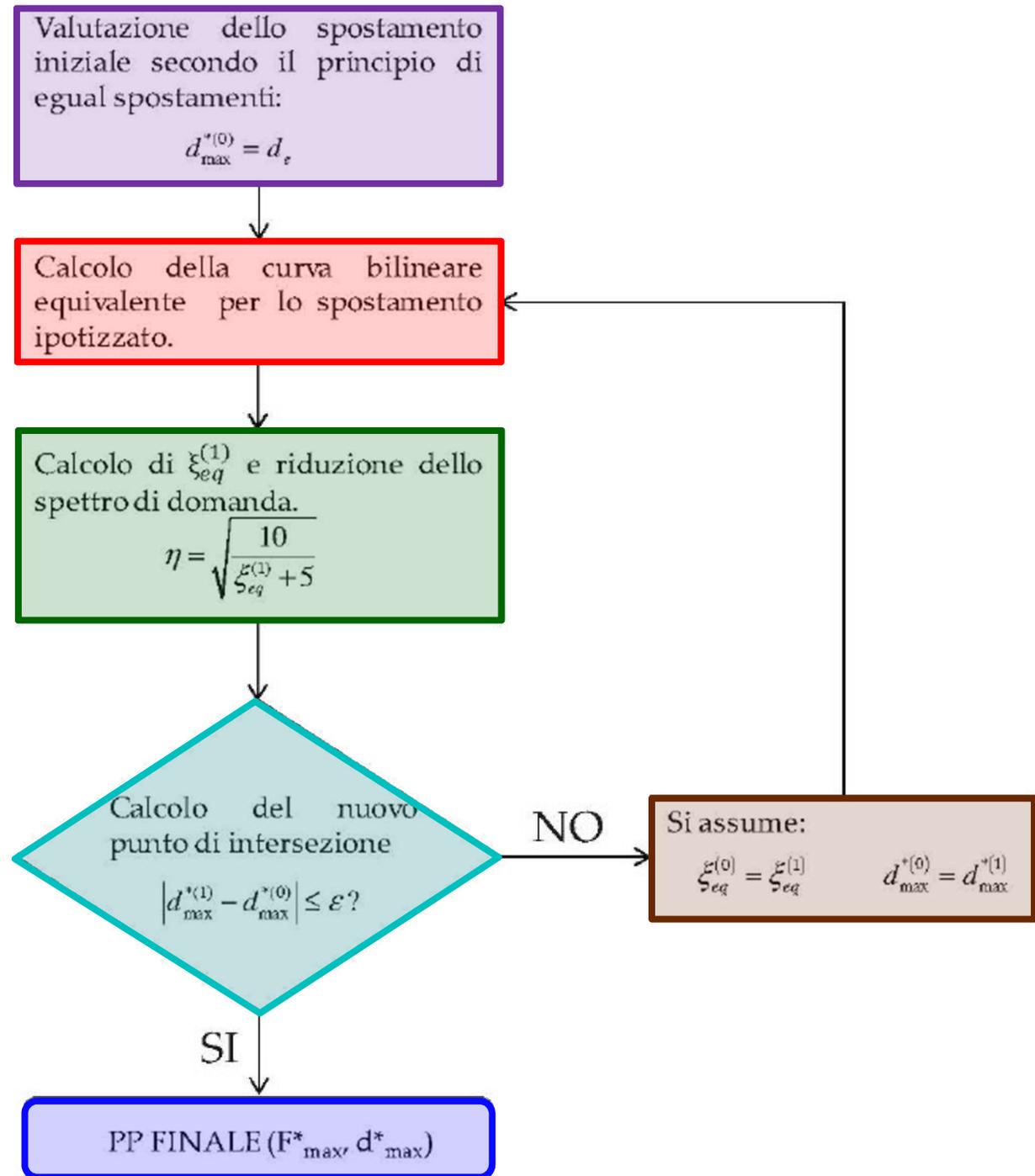
Verifica tra domanda e capacità

Il metodo dello «**spettro di capacità**»

- Conversione della curva di capacità del sistema a più gradi di libertà (MDOF) in un sistema a 1 grado di libertà (**SDOF**), valutato il fattore di partecipazione modale Γ
- Espressione della **curva di capacità** in termini di accelerazione/spostamento spettrali (valutazione della massa partecipante del modo principale M^*)
- Individuazione del **punto di tentativo** da considerare (inizio $d_{max}^{*(0)} = d_e$)

- A** Calcolo **curva bilineare** uguagliando l'area sottesa con quella della curva reale fino a $d_{max}^{*(0)}$
- Calcolo dello **smorzamento viscoso equivalente** $\xi_{eq}^{(1)}$ associato alla curva bilineare
 - Calcolo dello **spettro di risposta smorzato** con $\xi_{eq}^{(1)}$
 - L'intersezione dello spettro smorzato con la curva di capacità fornisce il nuovo $d_{max}^{*(1)}$
 - Se $\left| d_{max}^{*(1)} - d_{max}^{*(0)} \right| \leq \varepsilon$ si ha **convergenza** altrimenti
 - Si fanno **le assegnazioni** $d_{max}^{*(0)} = d_{max}^{*(1)}$ e $\xi_{eq}^{(0)} = \xi_{eq}^{(1)}$ e si torna al punto **A**

PROCEDURA CAPACITY SPECTRUM METHOD



ANALISI NON LINEARE STATICA

L'analisi non lineare statica, condotta nei modi previsti dalle NTC, può sottostimare significativamente le deformazioni sui lati più rigidi e resistenti di strutture flessibili torsionalmente, cioè strutture il cui modo di vibrare torsionale abbia un periodo superiore ad almeno uno dei modi di vibrare principali traslazionali.

Per tener conto di questo effetto, tra le distribuzioni secondarie delle forze occorre scegliere la distribuzione adattiva.

Per ciascuna direzione, devono essere eseguite due analisi distinte, applicando l'azione sismica in entrambi i possibili versi e considerando gli effetti più sfavorevoli derivanti da ciascuna delle due analisi.