UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dipartimento di Ingegneria e Architettura

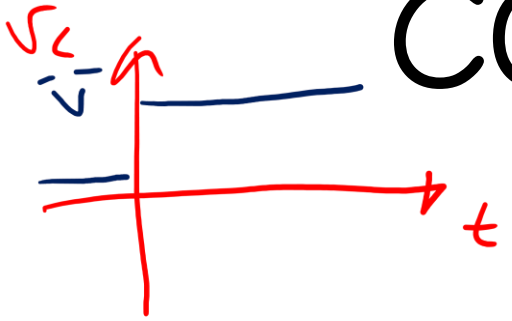
Circuiti Dinamici

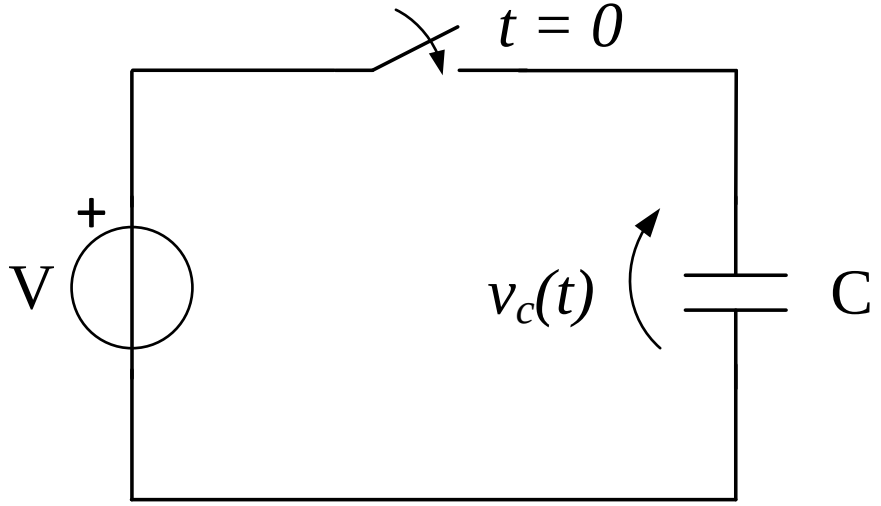
Elettrotecnica

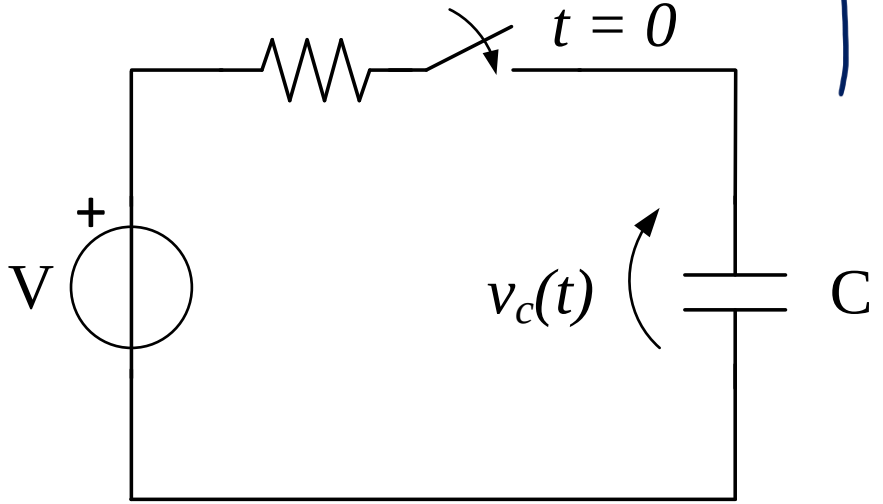
A.A. 2024 - 2025

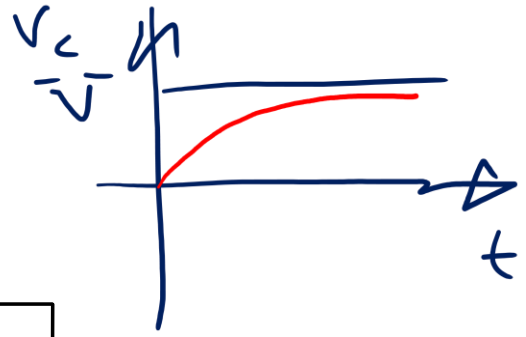
Prof. Alessandro Massi Pavan – apavan@units.it

CONDENSATORE



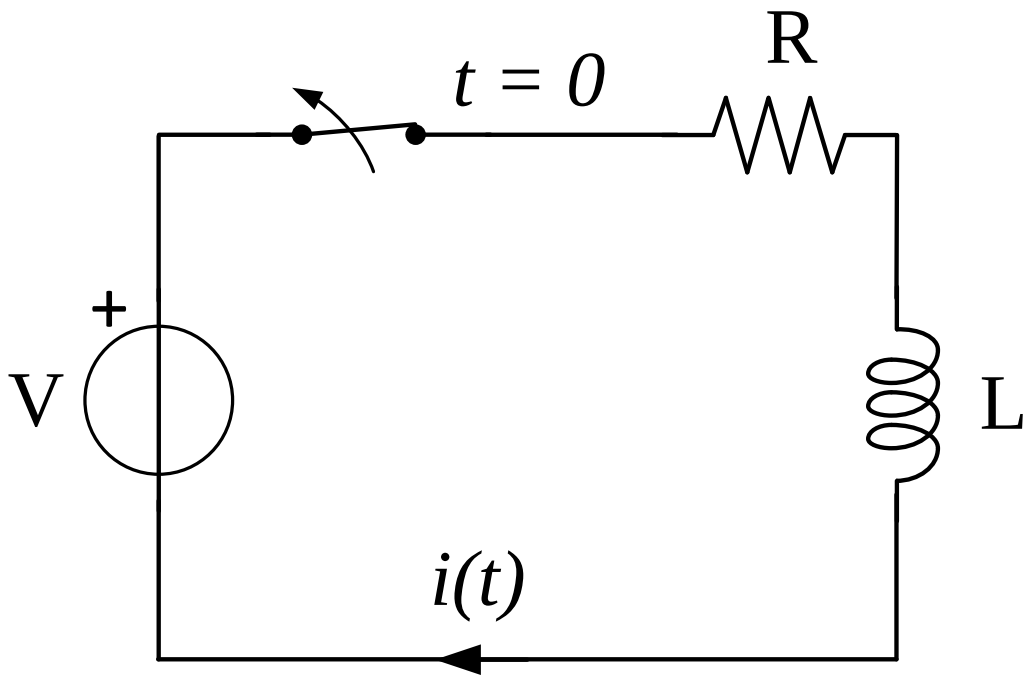






La tensione in un condensatore è una funzione continua: il condensatore si oppone a brusche variazioni di tensione

INDUTTORE

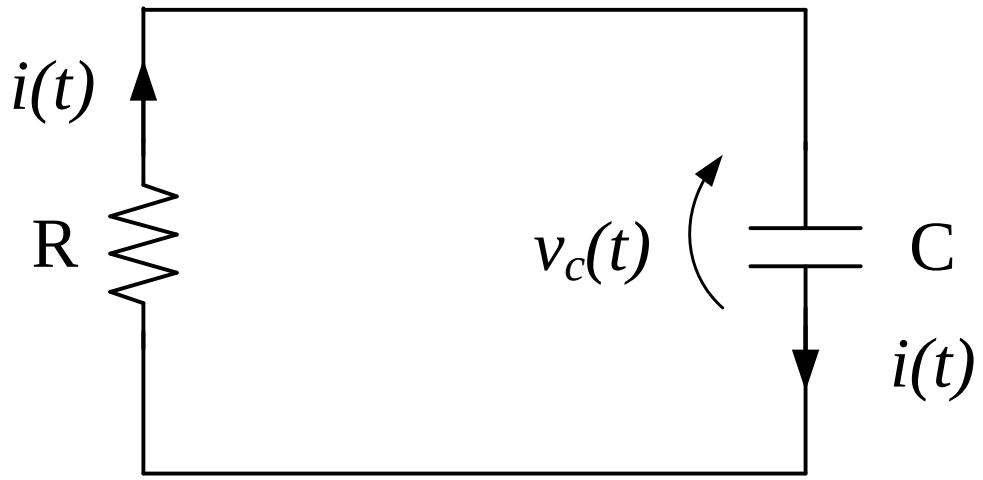


La corrente in un induttore è una funzione continua:
l'induttore si oppone a brusche variazioni di corrente

CIRCUITO DEL PRIMO ORDINE
RC - EVOLUZIONE LIBERA

Un circuito viene detto del primo ordine quando è descritto da un'equazione differenziale del primo ordine (un solo elemento dinamico, un condensatore o un induttore)

La costante di tempo **τ** [s] fornisce una misura del tempo di decadimento della tensione (4-5 costanti di tempo)



$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} v_c(t) = 0$$

$$v_c(t) = v_c(0) e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC$$

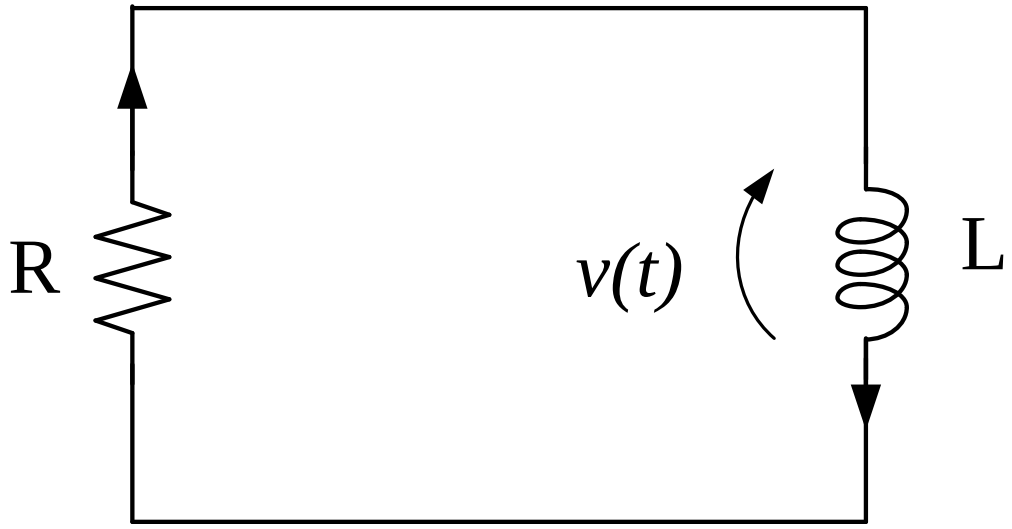
EQUAZIONE DIFFERENZIALE OMOGENEA IN FORMA STANDARD

$$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}x(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad x(t) = x(0)e^{-t/\tau}$$

L'equazione è del primo ordine, lineare, a coefficienti costanti e omogenea

Quando in un circuito non compaiono generatori (di tensione o di corrente), la risposta del circuito è detta evoluzione libera

CIRCUITO RL – EVOLUZIONE LIBERA



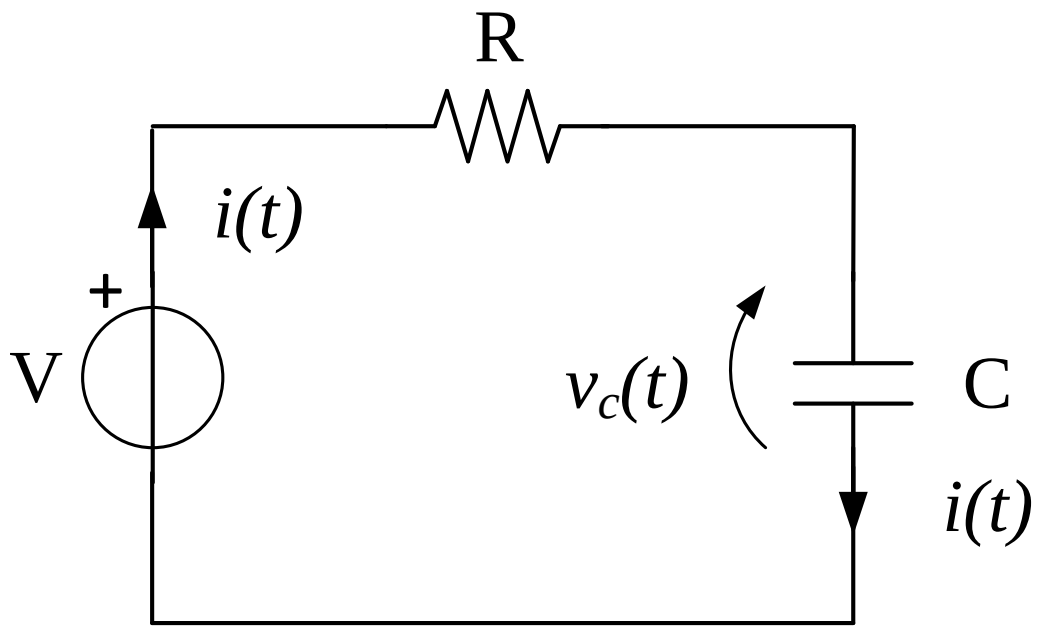
$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i_L(t) = 0$$

$$i_L(t) = i_L(0) e^{-t/\tau}$$

$$\tau = L/R$$

La costante di tempo **τ** [s] fornisce una misura del tempo di decadimento della corrente (4-5 costanti di tempo)

CIRCUITO RC CON GENERATORE COSTANTE



$$\tau = RC$$

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} v_c(t) = \frac{V}{\tau}$$

risposta permanente — evoluzione forzata

$$v_c(t) = \left[v_c(0) - V\right] e^{-\frac{t}{\tau}} + V = v_c(0) e^{-\frac{t}{\tau}} + \left[V - V e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

risposta transitoria — evoluzione libera

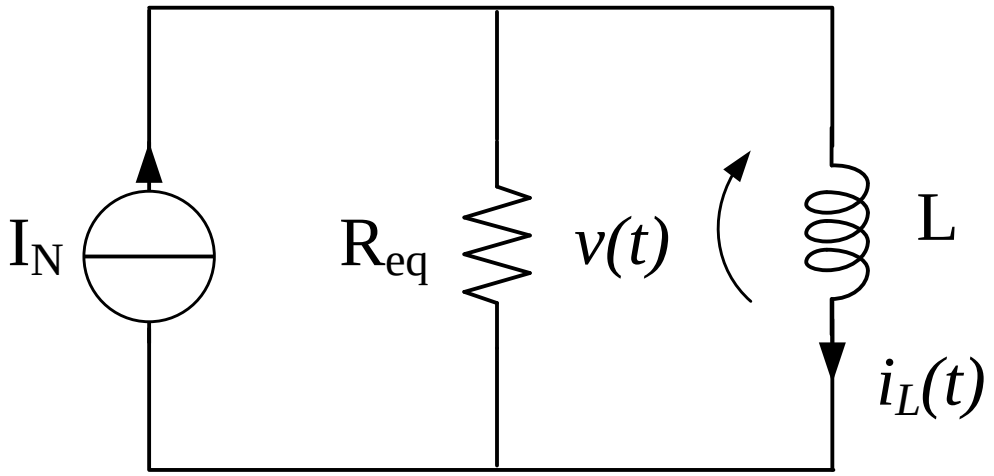
EQUAZIONE DIFFERENZIALE NON OMOGENEA

$$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{x_p}{\tau} \quad \Rightarrow \quad x(t) = x(0)e^{-\frac{t}{\tau}} + x_p(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

L'equazione è del **primo ordine**, **lineare**, a **coefficienti costanti** e **non omogenea**

Quando nei circuiti analizzati compaiono generatori indipendenti, la risposta è data dalla somma dell'**evoluzione libera** e dell'**evoluzione forzata**

CIRCUITO RL CON GENERATORE COSTANTE



$$\tau = L/R$$

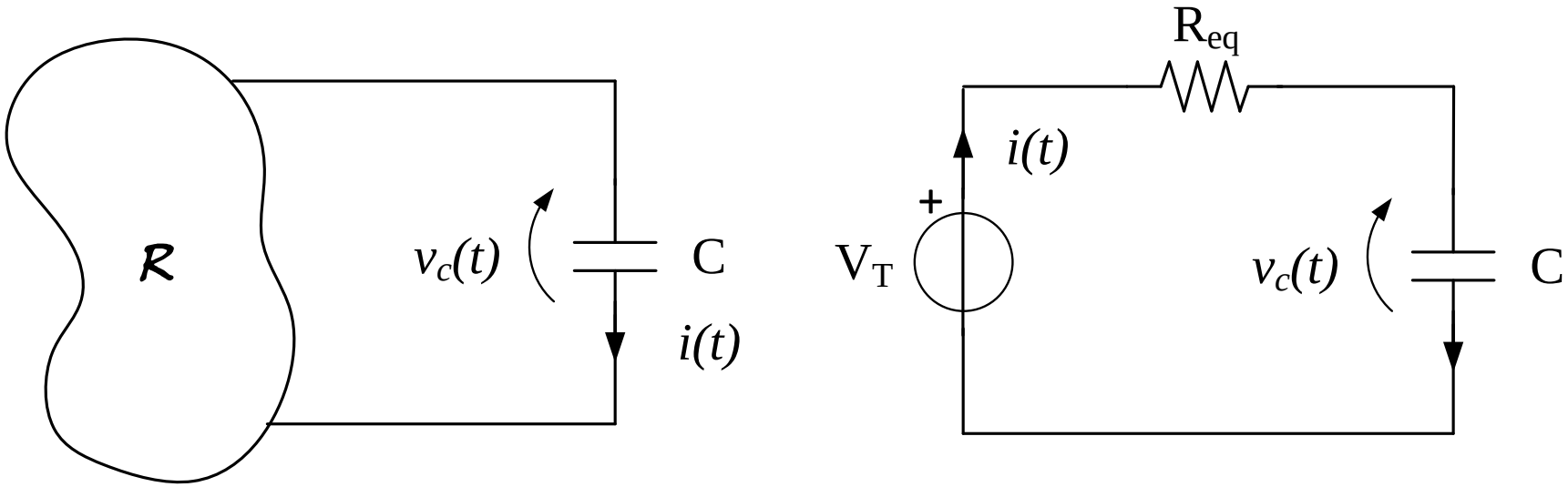
$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i_L(t) = \frac{I}{\tau}$$

risposta permanente — evoluzione forzata

$$i_L(t) = [i_L(0) - I]\, e^{-\frac{t}{\tau}} + I = i_L(0) e^{-\frac{t}{\tau}} + [I - I e^{-\frac{t}{\tau}}]$$

risposta transitoria — evoluzione libera

CIRCUITI DEL PRIMO ORDINE AUTONOMI

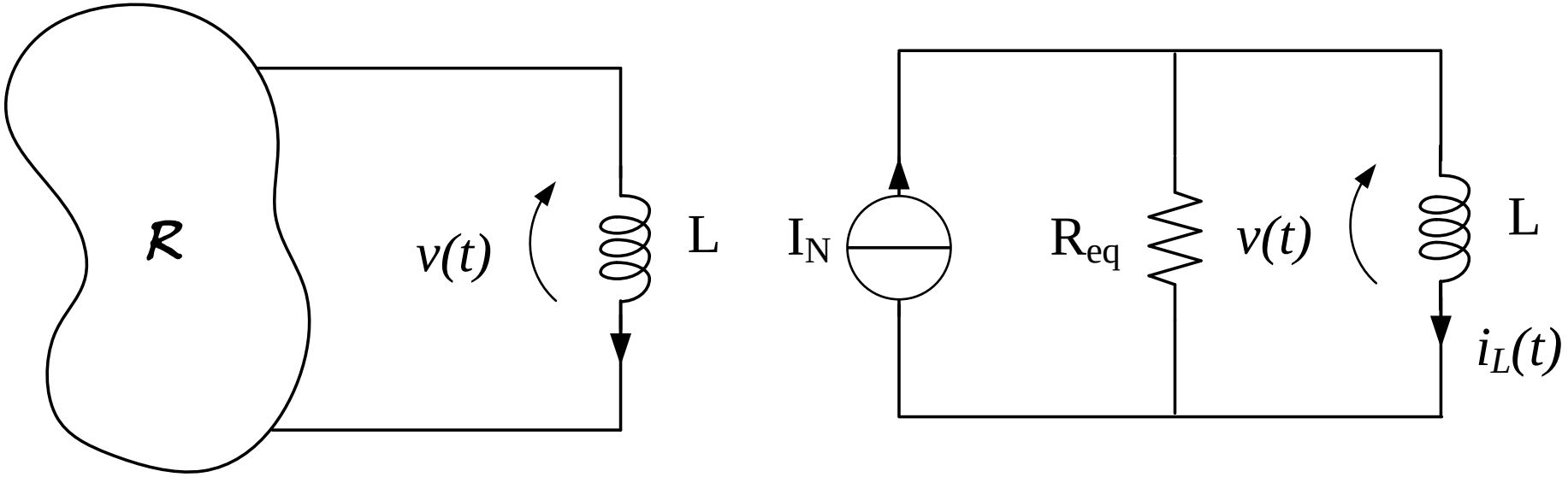


$$v_c(t) = [v_c(0) - V_T]\, e^{-\frac{t}{\tau}} + V_T$$

$$v_c(t) = [v_c(0) - v_c(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}} + v_c(\infty)$$

$$\tau = R_{eq} C$$

CIRCUITI DEL PRIMO ORDINE AUTONOMI



$$i_L(t) = [i_L(0) - I_N]\, e^{-\frac{t}{\tau}} + I_N$$

$$i_L(t) = [i_L(0) - i_L(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty)$$

$$\tau = L/R_{eq}$$

CIRCUITI STABILI

I circuiti del primo ordine con $R_{eq} > 0$ sono detti **stabili**

In questi circuiti la risposata può essere scomposta in due parti:

$$x(t) = \boxed{[x(0) - x(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}}} + \boxed{x(\infty)}$$

RISPOSTA TRANSITORIA RISPOSTA PERMANENTE

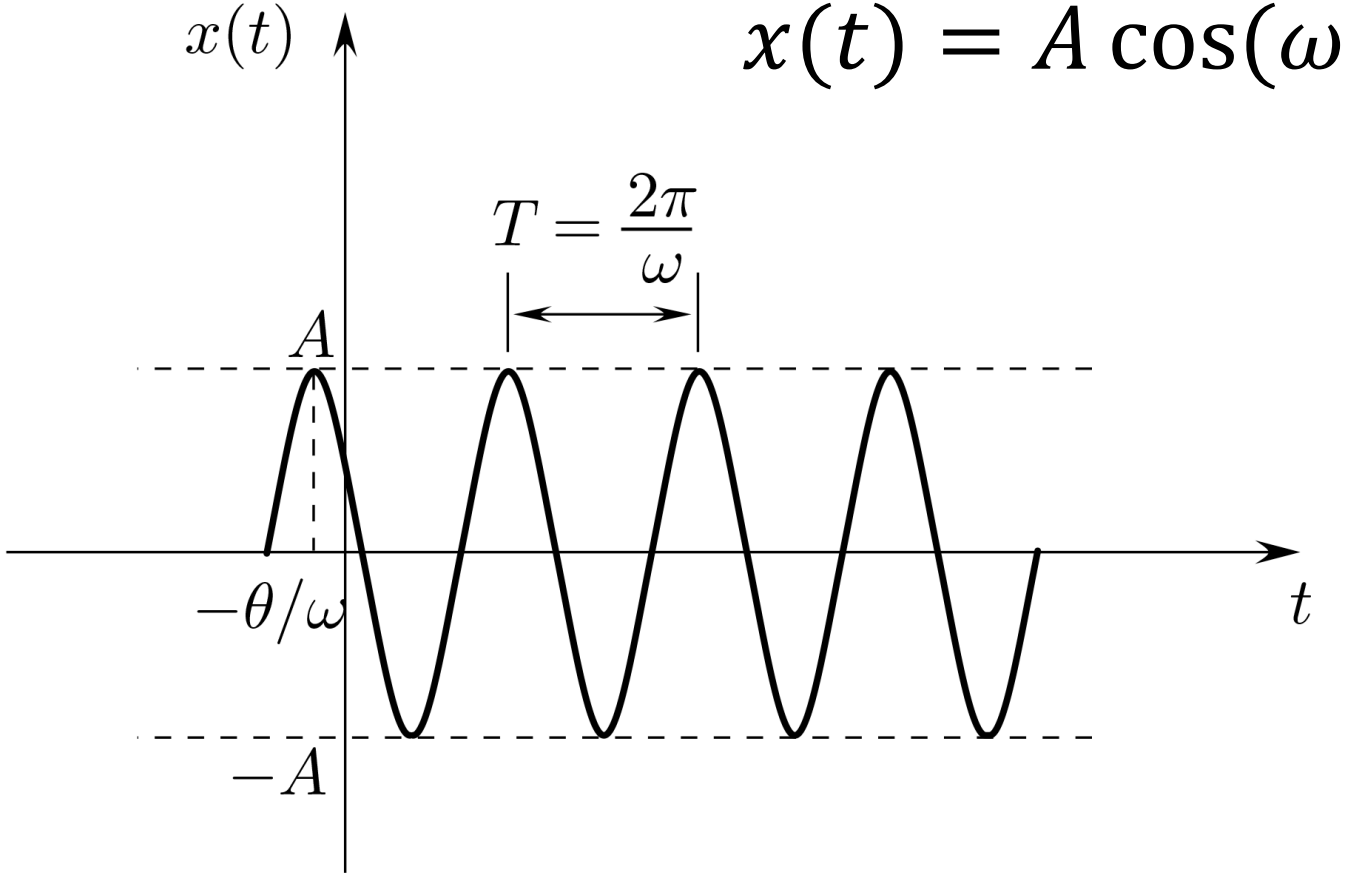
In un circuito stabile, la risposta permanente si ottiene facilmente usando il circuito equivalente a regime

SINUSOIDI

$$x(t) = A\cos(\omega t + \theta)$$

$$T = \frac{1}{f}$$

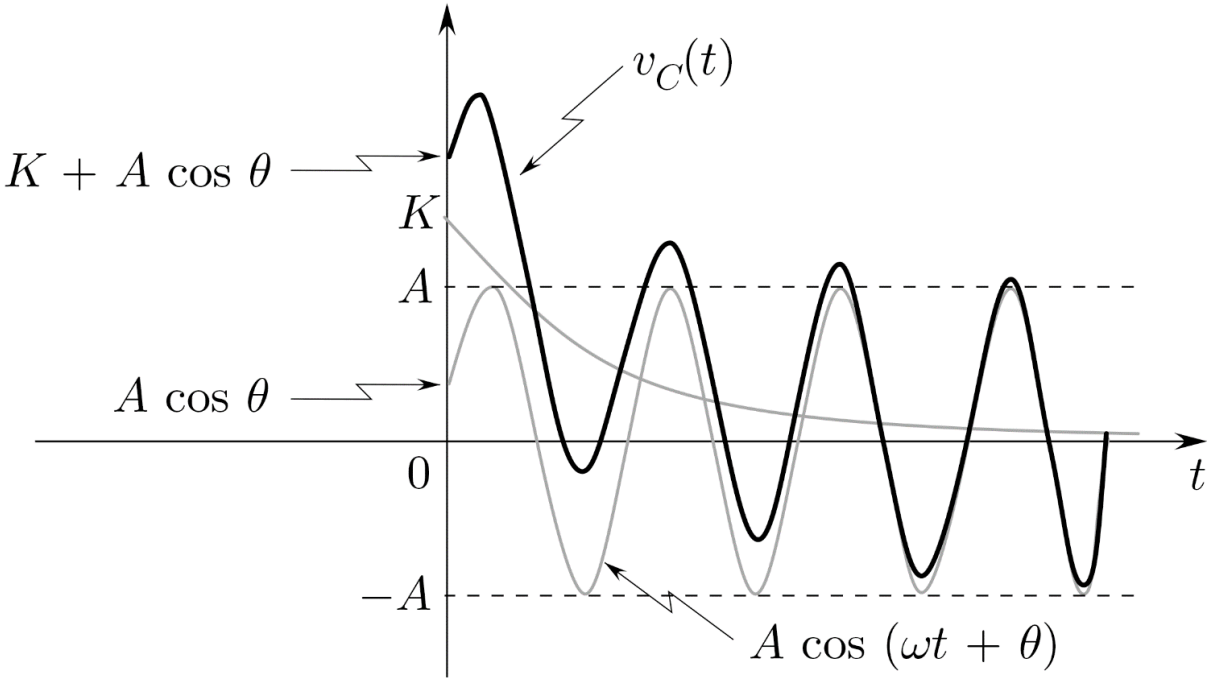
$$\omega = 2\pi f$$



- A – ampiezza
- ω – pulsazione [rad/s]
- θ – fase iniziale [°]
- T – periodo [s]
- f – frequenza [Hz]

R. Perfetti, Circuiti Elettrici, Zanichelli 2014

RISPOSTA A UN INGRESSO SINUSOIDALE



RISPOSTA COMPLETA

$$\boldsymbol{v_c(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + A\cos(\omega t + \theta)}$$

$$\boldsymbol{A = \frac{V_m}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}}$$

$$\boldsymbol{\theta = -\tan^{-1}(\omega\tau)}$$

Quando tutte le tensioni e tutte le correnti sono sinusoidali con la stessa pulsazione **ω** il circuito si dice in regime sinusoidale

R. Perfetti, Circuiti Elettrici, Zanichelli 2014