

Geometria 2

Anno accademico 2024-2025

Foglio di esercizi n.4

28 marzo 2025

- 1) Dire se l'applicazione $f: \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2 \rightarrow \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$

$$f(x, y) = \left(x + 2y - 1, -\frac{3}{2}x - 3y + 16 \right)$$

è un'affinità del piano.

- 2) Determinare l'equazione vettoriale e quella scalare dell'omotetia $\omega_{2,O}$ di centro O e rapporto 2 del piano affine $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$. Determinare le immagini, tramite $\omega_{2,O}$, dei punti $A = (3, -1)$, $B = (1, -4)$ e della retta r passante per tali punti.

- 3) Caratterizzare tutte e sole le rette $r \subset \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$ tali che

$$\omega_{c,O}(r) = r.$$

Tale caratterizzazione dipende da $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$?

- 4) Siano dati i triangoli T di vertici $\{(0, 0), (1, 2), (1, -1)\}$ e T' di vertici $\{(2, 0), (1, 1), (0, -2)\}$ nel piano affine $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$. Determinare un'affinità f di $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$ tale che $f(T) = T'$.
- 5) Siano $r: x + y - 2i = 0$ e $s: 2x - iy + 1 = 0$ due rette del piano affine $\mathbb{A}_{\mathbb{C}}^2$. Determinare un'affinità f di $\mathbb{A}_{\mathbb{C}}^2$ tale che $f(r) = s$ e $f(s) = r$.
- 6) Sia $f \in \text{Aff}(\mathbb{A}_{\mathbb{C}}^2)$ definita nel modo seguente:

$$f(x, y) = (x + y, y + 1).$$

Dimostrare che non esiste nessuna retta affine r in $\mathbb{A}_{\mathbb{C}}^2$ tale che $f(r) = r$.

Esercizi delle dispense: da A9 a A17.