

I metodi di analisi multi-attributo

 fhwak1

Raul Berto

Edificio C9, 5° piano, stanza C9_5.11
rberto@units.it



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

 Dipartimento di
Ingegneria
e Architettura

Aspetti trattati

- Introdurre i metodi di **analisi multi-criterio** evidenziandone le principali caratteristiche rispetto ai metodi di valutazione monetaria.
- Illustrare i vari passaggi di una **analisi multi-attributo**, con particolare riferimento alla procedura **AHP Analytic Hierarchy Process**, sottolineandone le analogie e le differenze.
- Illustrare i **metodi di outranking** con particolare riferimento ad **ELECTRE I Elimination and Choice Expressing Reality**.

L'analisi multi-criterio

È una famiglia di **metodi di supporto alle decisioni** volti ad affrontare la molteplicità degli aspetti della decisione al fine di individuare la soluzione dominante o, in assenza di questa, quella di miglior compromesso.

Consente di **trattare** efficacemente **problemi** di scelta **caratterizzati da aspetti difficilmente valutabili in termini monetari.**

E' notevolmente **più agile** da implementare **dell' analisi costi benefici.**

Consente di **distinguere** chiaramente il **ruolo dell'analista da quello del decisore.**

L'analisi multi-criterio

I metodi di analisi multi-criterio possono essere raggruppati in due grandi categorie

Metodi di analisi multi-obiettivo

Consentono di individuare la soluzione preferibile x fra un set infinito di possibili alternative.

Metodi di analisi multi-attributo

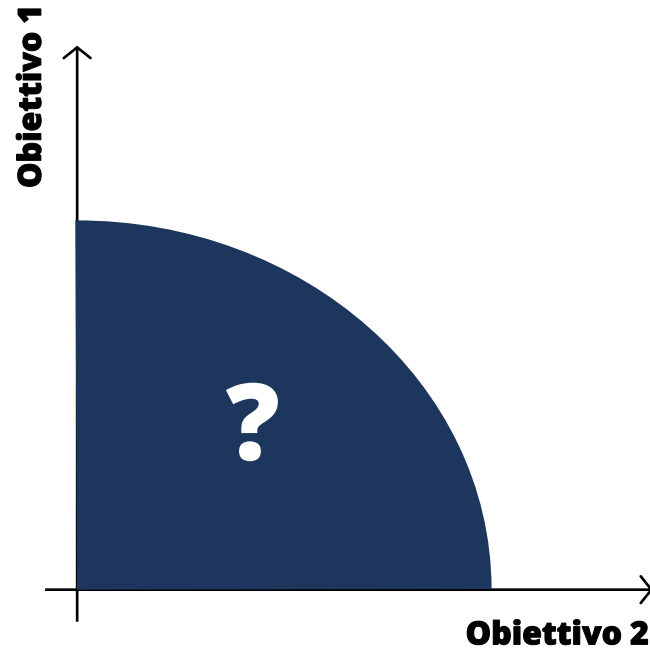
Consentono di ordinare scelte alternative A predefinite coerentemente con le preferenze del decisore.

L'analisi multi-criterio

Definizioni

Definizione	Descrizione	Esempi riferiti all'ambito edile/urbanistico
Variabile decisionale x	Variabile che concorre a definire una certa scelta/alternativa	Superfici di vario tipo, destinazioni, finiture, tecniche realizzative, ...
Attributo a	Criterio di valutazione considerato dal decisore	Utile, Reddito, Rendimento, Occupazione, Quietè, Biodiversità, Inquinamento, ...
Parametro p	Parametro tecnico utile/necessario per definire lo stato un certo attributo	Ricavi, Costi, dBa, Ore lavorate, Numero specie, Concentrazione NO_x , SO_x , polveri sottili, ...
Obiettivo O	Direzione che il decisore persegue per un certo attributo (Min/Max)	Max reddito, max occupazione, max biodiversità, min rumorosità, min inquinamento, ...
Traguardo T	Livello in un certo attributo che il decisore si prefigge di realizzare con le sue scelte	Raggiungere 10% nel TRI, 10 mln€ di utile, dimezzare la rumorosità, mantenere l'attuale biodiversità, portare al 10% il tasso di disoccupazione, ...
Alternativa A	Opzione di scelta che il decisore ha a disposizione per perseguire i propri scopi	Ipotesi di riuso di un complesso dismesso, tracciati di una ferrovia, marche d'auto, ...
Soluzione x	Vettore che identifica lo stato ottimo delle variabili decisionali (continue) rispetto agli obiettivi del decisore	Distribuzione del suolo fra usi concorrenti, dimensionamento di fabbricati, ottimizzazione nell'impiego di fattori della produzione/prodotti, ...

L'analisi multi-obiettivo



$$\max U = f(O_1, O_2)$$

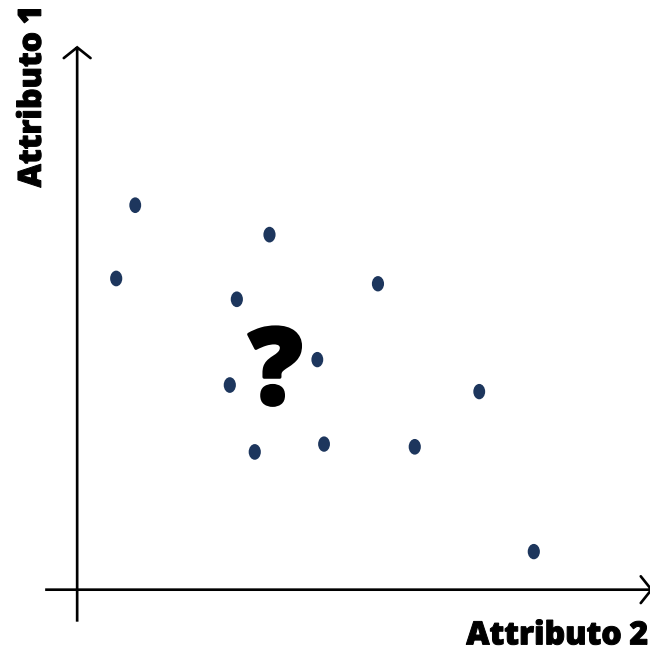
con

$$O_1 = f(x_k)$$

$$O_2 = f(x_j)$$

$$x_{k,j} \in X$$

L'analisi multi-attributo



Scegli fra $\{A_i\}$

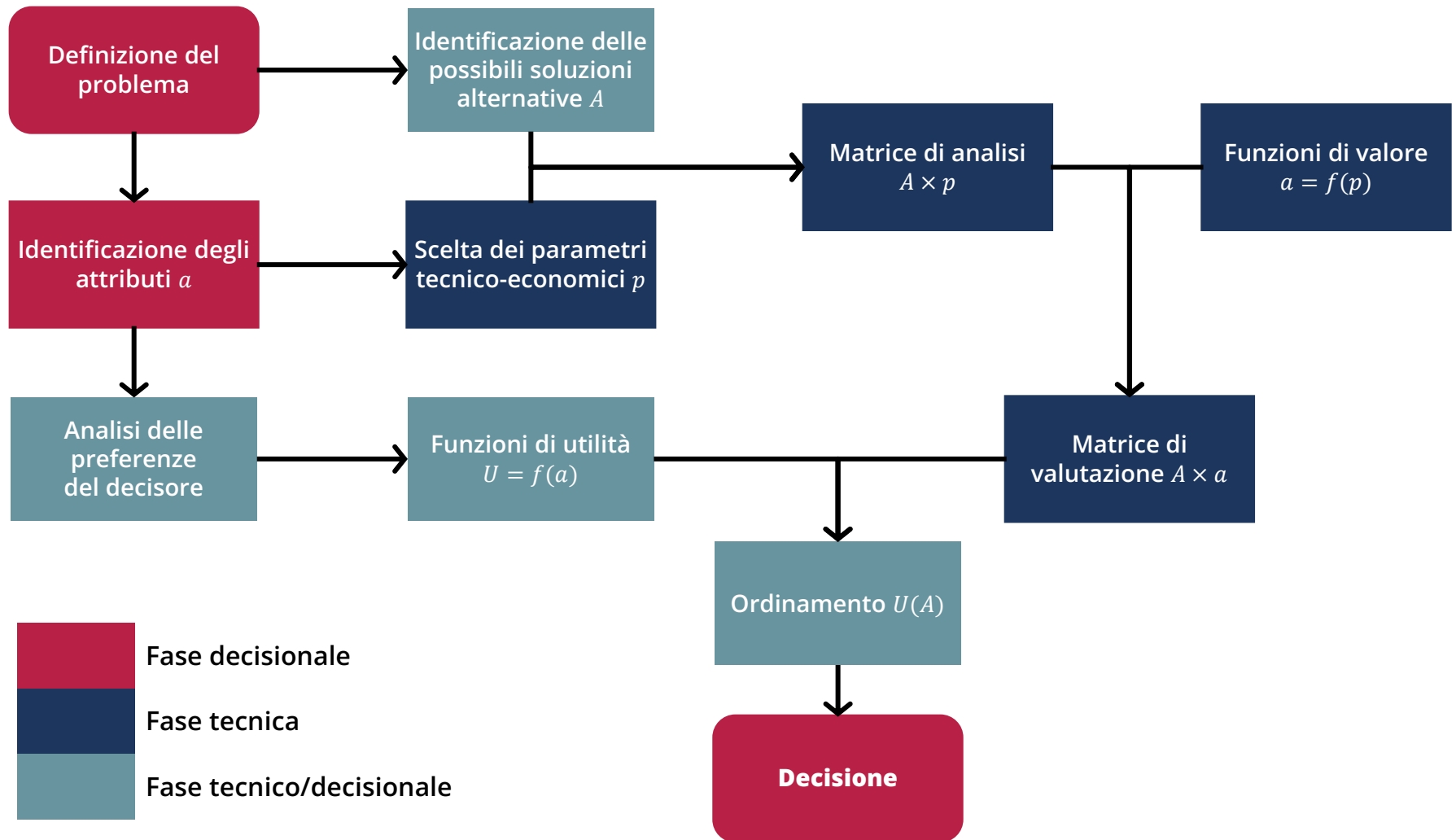
In funzione di $\{a_1, a_2\}$

con

$$a_1 = f(p_k)$$

$$a_2 = f(p_j)$$

La struttura dell'analisi multi-attributo



L'analisi multi-attributo vs analisi costi benefici

	Analisi Multi-Attributo	Analisi Costi Benefici
Scopo	Analisi degli impatti delle varie alternative sui criteri di valutazione del decisore	Valutazione delle variazioni di benessere prodotte dalle varie alternative
Input	Stima delle effetti delle alternative su un set di attributi, funzioni di utilità	Misura monetaria delle variazioni di benessere, tasso di sconto
Output	Ordinamento delle varie alternative in funzione delle preferenze del decisore	Giudizio di convenienza sociale delle varie alternative (VAN, TRI, IRA)
Pregi	Coerente con il processo decisionale pubblico, permette di distinguere il ruolo dell'analista da quello del decisore, flessibilità	Procedura collaudata e codificata
Criticità	Procedure poco codificate, trasparenza/manipolabilità	Monetizzazione dei costi e benefici pubblici, scelta del saggio di sconto, assunzioni restrittive sulla funzione di utilità del decisore

La definizione del problema da risolvere

- É il momento iniziale e **prodromico a tutte le fasi successive**.
- Serve a tracciare la **cornice normativa e tecnologica** all'individuazione delle alternative.
- Contribuisce a chiarire gli **obiettivi** perseguiti con le soluzioni che verranno sviluppate successivamente.
- Permette di individuare tutti i **criteri di valutazione** da utilizzare nella valutazione.

L'identificazione delle alternative A

- É una fase cruciale poiché **definisce l'insieme di opzioni all'interno del quale va ricercata la soluzione preferibile.**
- Deve essere **il più possibile ampia** per non rischiare di orientare la scelta in modo aprioristico.
- Deve comprendere anche **l'alternativa zero** A_0 , non fare nulla, se questa è un'opzione ammissibile.

L'analisi tecnico-economica delle alternative A

- Permette di individuare tutte le **implicazioni tecniche, economiche e sociali** delle alternative selezionate.
- La caratterizzazione delle alternative è effettuata rispetto ad un insieme di **parametri tecnico-economici** p valutati da esperti.
- I parametri p vanno scelti in modo da fornire una **descrizione esaustiva degli effetti delle alternativa** e poter poi stimare gli attributi a .
- Le **analisi tecnico-economiche** sono condotte con le metodiche più opportune per l'aspetto di volta in volta considerato.
- Le informazioni raccolte sono codificate con la **metrica più adatta** ad esprimerne correttamente il significato.

L'analisi tecnico-economica delle alternative A

Tipo di parametro	Descrizione	Esempio
Cardinale	Valutazione quantificabile da un numero reale che consente di individuare un ordinamento e la «distanza» fra due posizioni nell'ordinamento	Superficie, volume, costo, ricavo, reddito, altezza, densità, punteggi, ...
Ordinale	Valutazione che esprime un ordinamento ma che non consente di apprezzare la «distanza» fra le varie posizioni dell'ordinamento	1°, 2°, 3°, ... Alto, medio, basso Ottimo, buono, sufficiente, insufficiente, pessimo
Descrittivo	Parametro espresso da un testo descrittivo e oggettivo che non necessariamente esprime un ordinamento	Palladio, Longhena, Scamozzi, Sansovino, Muttoni, ... Giallo, nero, verde, blu, ...

Domande di ripasso in aula

- Qual è la differenza tra **analisi multi-obiettivo** e **analisi multi-attributo**?
- Nell'analisi multi-attributo il **ruolo dell'analista e del decisore** sono ben distinti?
- **Parametri e attributi** sono la stessa cosa?
- Che cos'è **l'alternativa zero**?
- Quali sono i diversi **tipi di parametro**?

La matrice di analisi $A \times p$

Compendio organizzato di tutte le informazioni caratterizzanti le alternative A rispetto al set di parametri tecnico-economici selezionati p .

		Alternative		
		A_1	...	A_n
Parametri	p_1	p_{11}	...	p_{n1}
	...	...	...	...
	p_k	p_{1k}	...	p_{nk}

La matrice di analisi $A \times p$

Un esempio

L'analista sceglie i parametri necessari a caratterizzare le diverse alternative in funzione dei seguenti attributi scelti dal decisore:

- **Apprezzamento locale**
- **Nuova occupazione**
- **Spesa adeguamento**
- **Entrate comunali**

Parametri p	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A			
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale
Impatto sul contesto	Alto	Moderato	Basso	Alto
Numero assunti	15	20	3	15
Costo adeguamenti [€]	1 500 000	1 200 000	1 500 000	1 200 000
Incasso IMU [€]	50 000	40 000	10 000	20 000

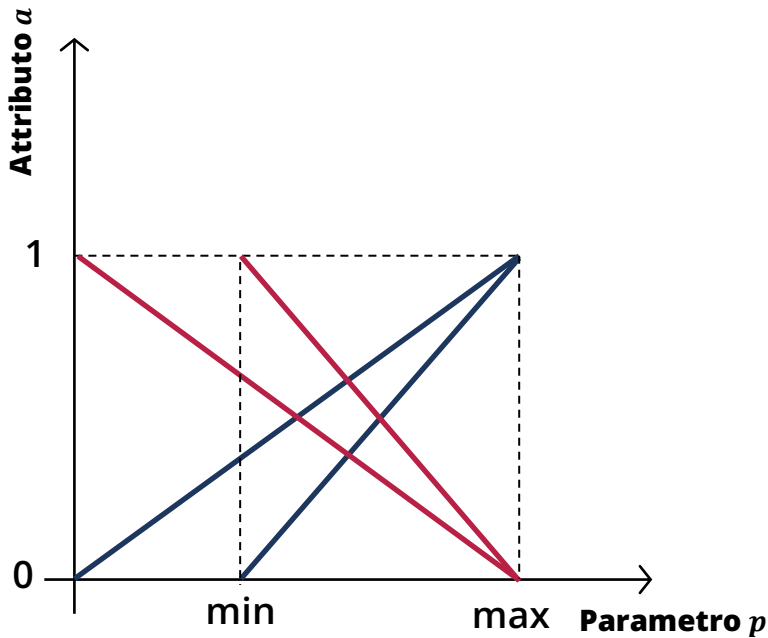
La valutazione degli attributi a

- Permette di **stimare le prestazioni delle alternative A rispetto agli attributi a** presi in considerazione dal decisore al fine della scelta.
- Consiste nella **trasformazione delle prestazioni delle alternative rispetto ai parametri p nelle prestazioni rispetto agli attributi a** .
- **Si avvale di funzioni valore $a = f(p)$** che trasformano, sintetizzano e normalizzano i parametri, espressi con varie metriche e modalità, in attributi espressi con la medesima scala di valore (0-1, 0-10, 0-100, ...).
- **Le funzioni di valore sono specifiche di ogni attributo** e possono essere lineari e non-lineari, crescenti e decrescenti, monotone e non monotone, continue e discontinue, mono o pluriparametriche.

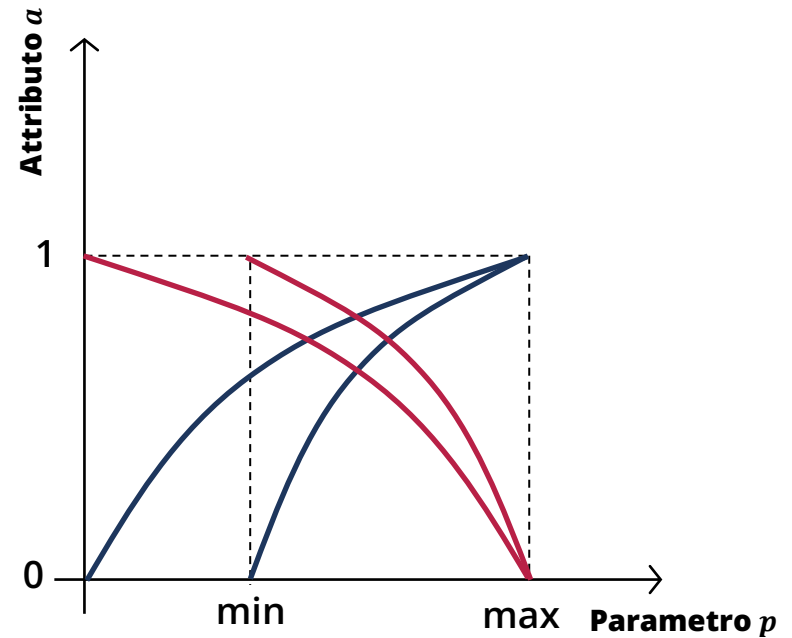
La valutazione degli attributi a

Funzioni di valore per parametri cardinali

Funzioni di valore
lineari monotone



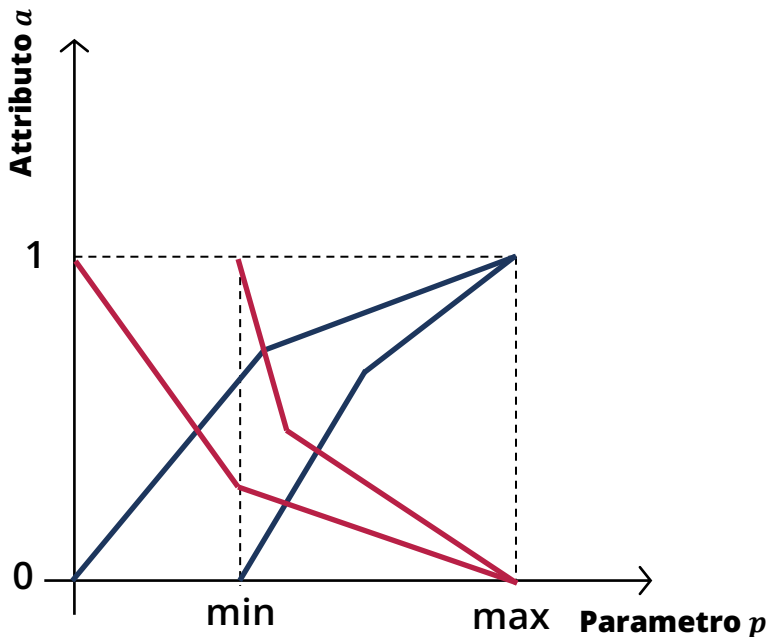
Funzioni di valore
non lineari monotone



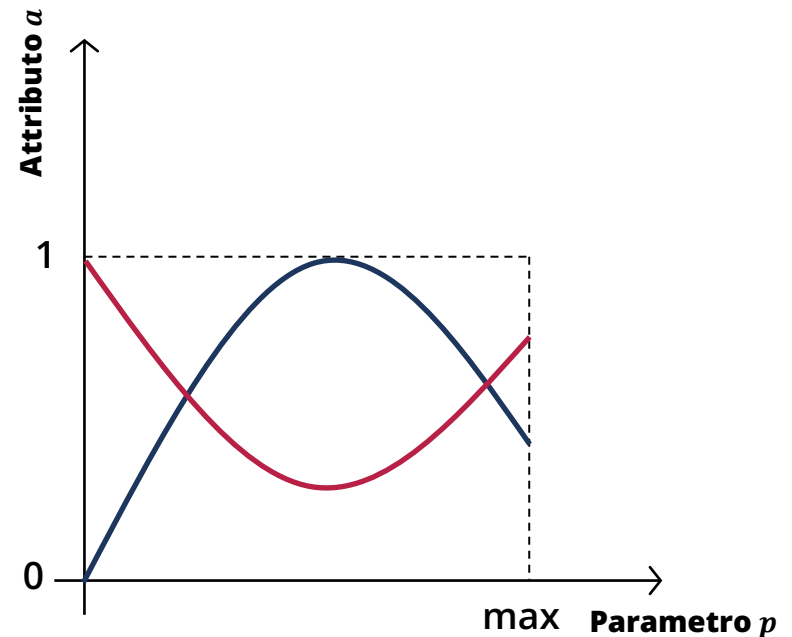
La valutazione degli attributi a

Funzioni di valore per parametri cardinali

Funzioni di valore
piecewise monotone

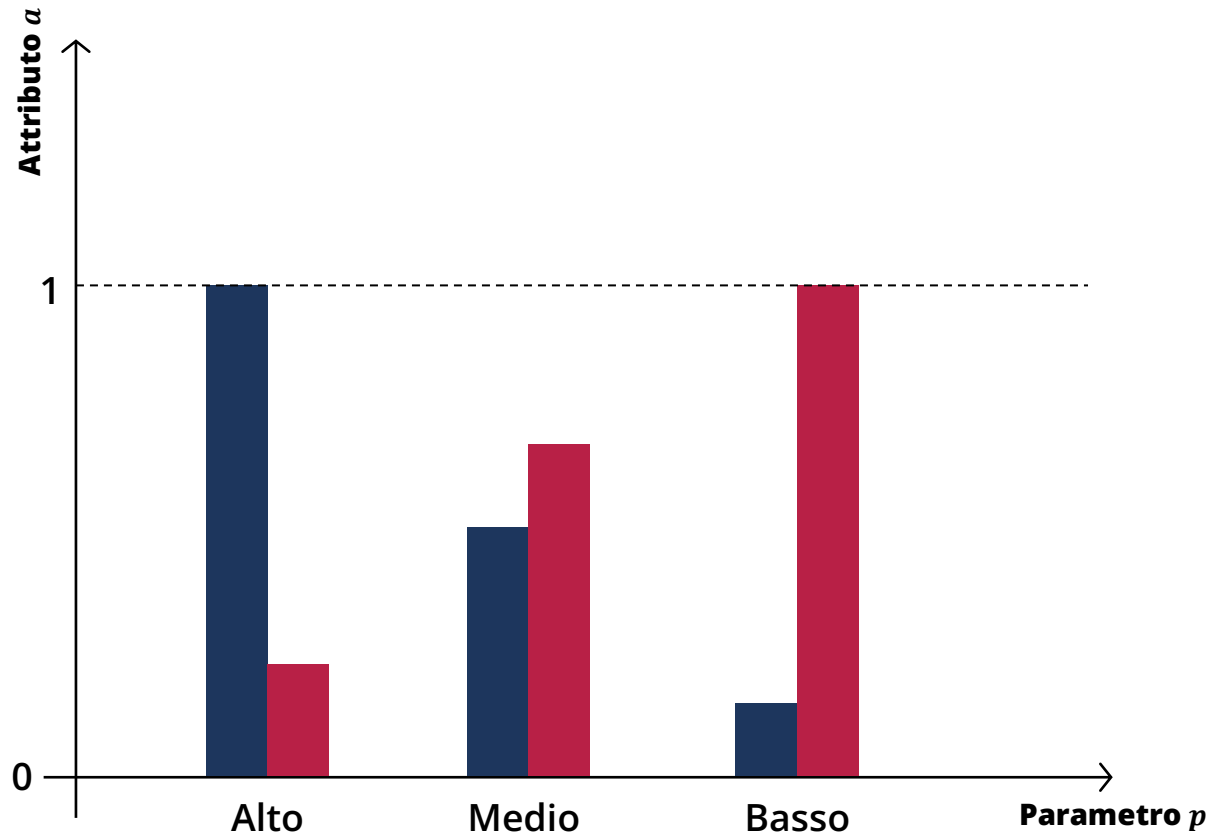


Funzioni di valore non
lineari non monotone



La valutazione degli attributi a

Funzioni di valore per parametri ordinali / descrittivi



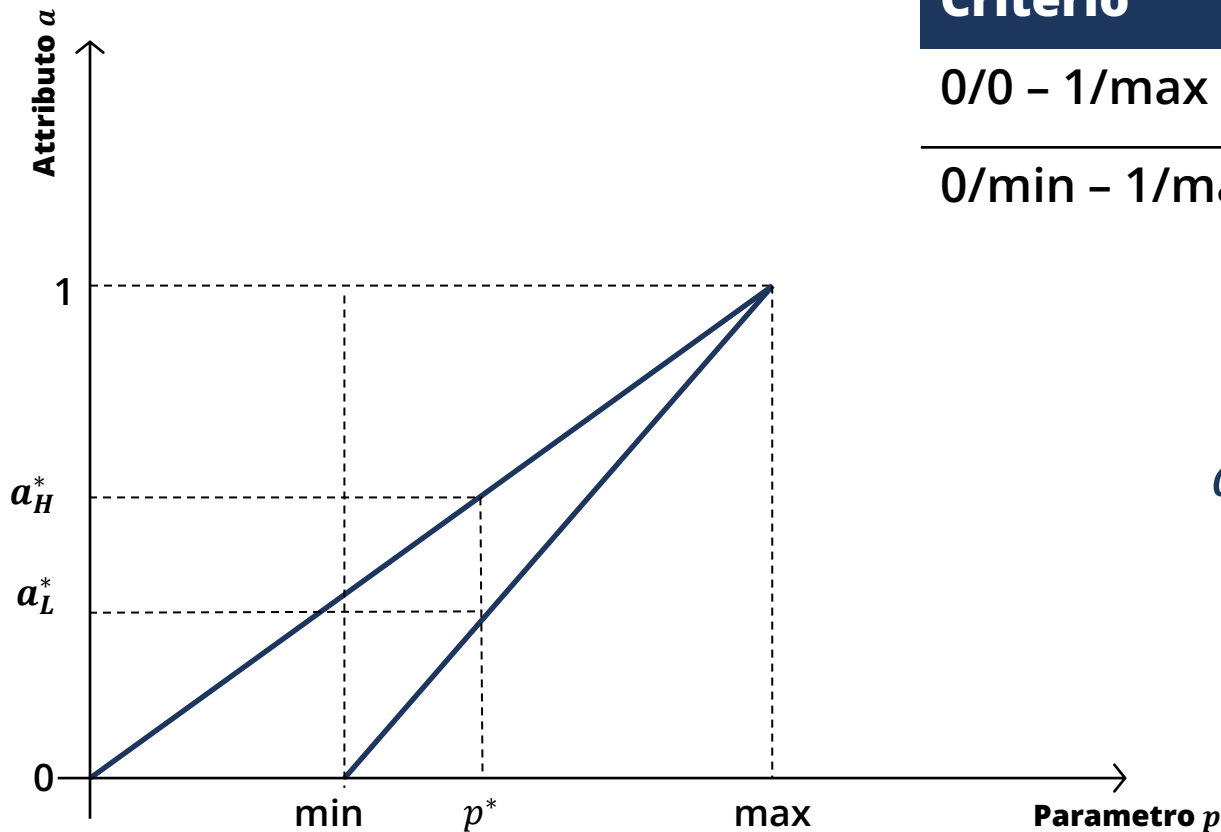
La valutazione degli attributi a

- Spesso, per semplicità o mancanza di specifiche funzioni valore, si effettua una **semplice normalizzazione dei parametri** mediante una funzione lineare crescente o decrescente, a seconda della relazione fra parametro e attributo.
- Vi sono **varie forme di normalizzazione** (0/min – 1/max; 0/0 – 1/max; 0/max – 1/min; 0/max – 1/0).
- E' necessario porre attenzione che il **criterio di normalizzazione** adottato sia coerente con l'effetto del parametro sull'attributo.
- **Criteri di normalizzazione diversi** possono portare a risultati diversi.
- La costruzione della **matrice di valutazione** delle alternative avviene, nell'*Analytic Hierarchy Process* AHP, con la procedura del **confronto a coppie fra alternative A rispetto a ciascun attributo a** . Questo approccio è molto utile per trasformare parametri qualitativi in attributi cardinali.

La valutazione degli attributi a

Criterio di normalizzazione e effetto sull'attributo

Funzioni di valore lineari crescenti



Criterio	Valore attributo
----------	------------------

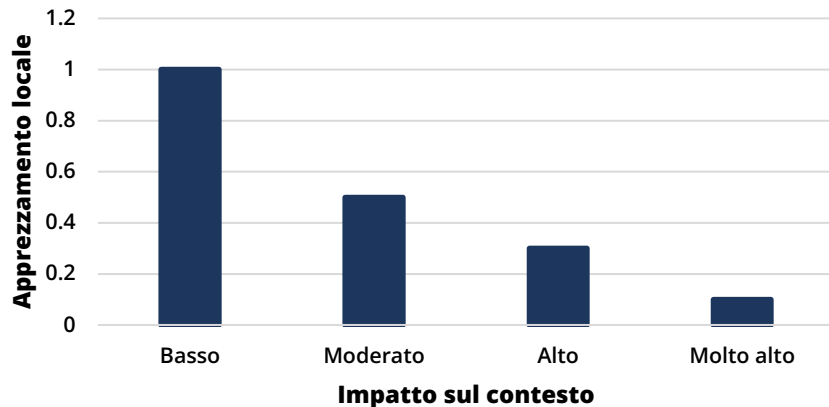
0/0 – 1/max	a_H
-------------	-------

0/min – 1/max	a_L
---------------	-------

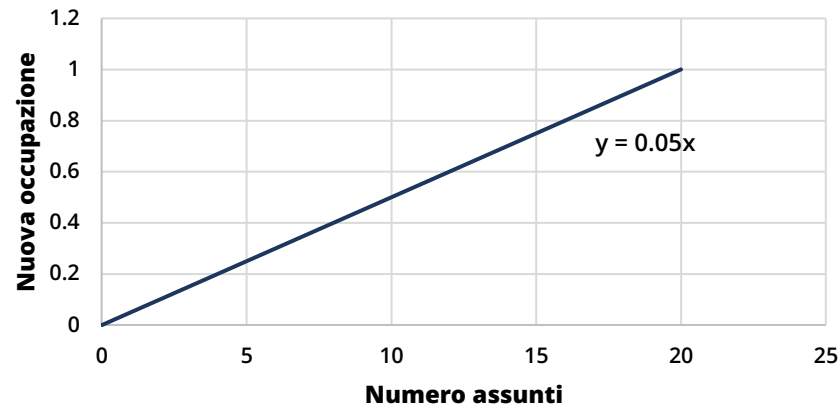
$$a_H^* \gg a_L^*$$

La valutazione degli attributi *a* nell'esempio

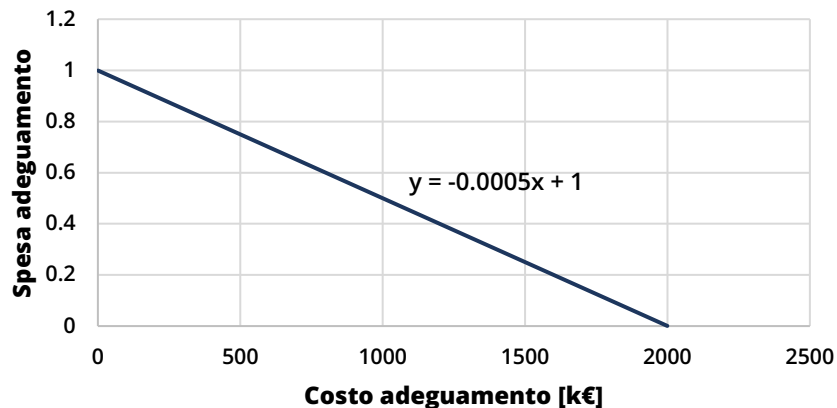
Apprezzamento locale



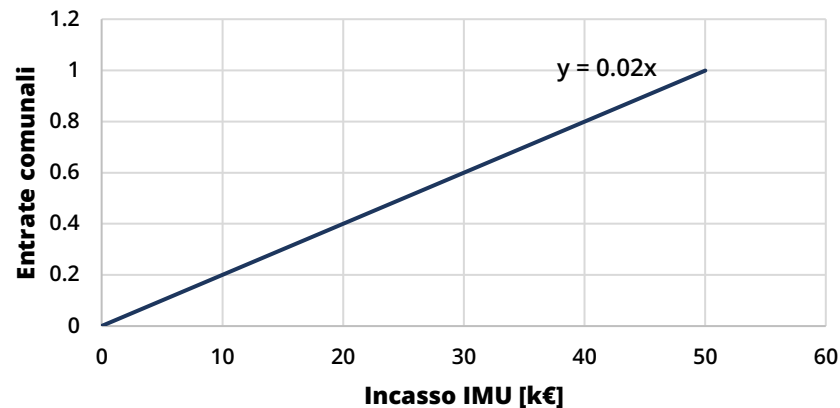
Nuova occupazione



Spesa adeguamento



Entrate comunali



La matrice di valutazione $A \times a$

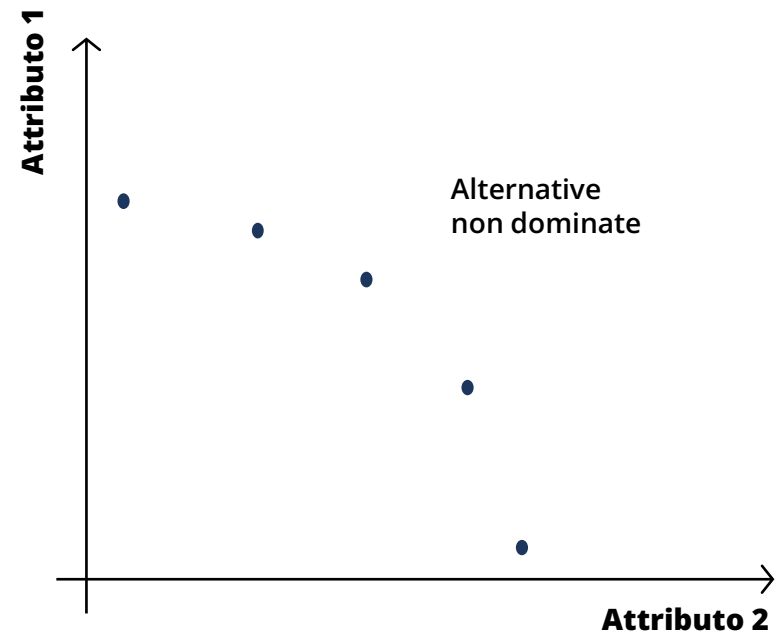
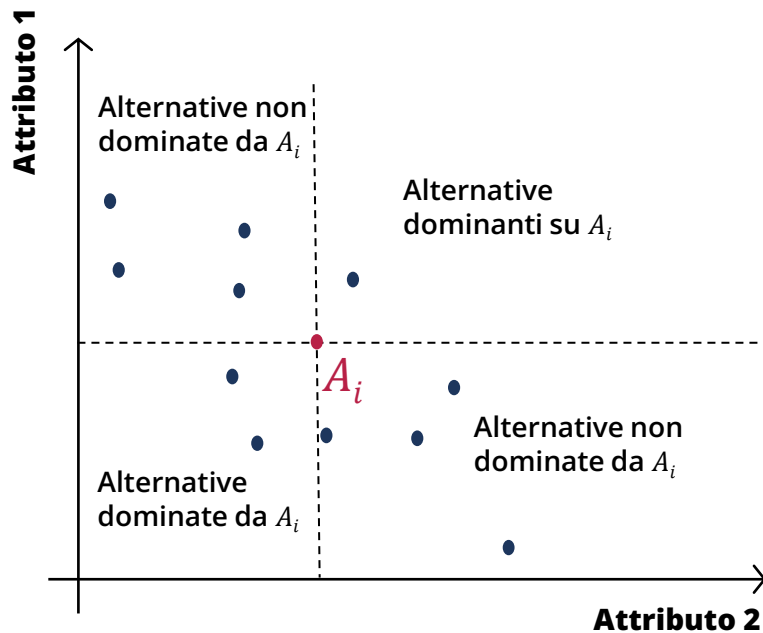
Compendio organizzato di tutte le informazioni caratterizzanti le alternative A rispetto al set di attributi a .

Attributi	Alternative		
	A_1	...	A_n
	a_{11}	...	a_{n1}
	a_{1k}	...	a_{nk}

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A			
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale
Apprezzamento locale	0.30	0.50	1.00	0.30
Nuova occupazione	0.75	1.00	0.15	0.75
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.25	0.40
Entrate comunali	1.00	0.80	0.20	0.40

L'eliminazione delle alternative dominate

- La matrice di valutazione contiene informazioni utili ad **eliminare le alternative dominate** in senso paretiano.
- **Un'alternativa domina un'altra se ha prestazioni non inferiori rispetto a tutti gli attributi e superiori per almeno uno.**



L'eliminazione delle alternative dominate

Attributi <i>a</i>	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata <i>A</i>			
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale
Apprezzamento locale	0.30	0.50	1.00	0.30
Nuova occupazione	0.75	1.00	0.15	0.75
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.25	0.40
Entrate comunali	1.00	0.80	0.20	0.40

L'alternativa 'Industriale' è dominata dalla 'Direzionale' poiché ha prestazioni uguali rispetto all'attributo 'Spesa adeguamento' e inferiori rispetto a tutti gli altri.

Tutte le altre alternative di riuso sono non-dominate.

L'ordinamento delle alternative non dominate

L'**ordinamento delle alternative non-dominate** richiede l'assunzione di una procedura in grado di riassumere le **preferenze del decisore**.

Vi è una vasta letteratura che propone procedure per ordinare alternative non-dominate rispetto ad un set di attributi.

I metodi proposti

1. Gli approcci che utilizzano una **funzione di utilità** $U = f(a)$
2. I **metodi di surclassamento o outranking** (ELECTRE, PROMETHEE, ...)

L'ordinamento delle alternative non dominate

La **forma più semplice**, e utilizzata, di **funzione di utilità** è quella lineare ed additiva (*Simple Additive Weighting*- SAW), la quale ipotizza che:

- **l'utilità del decisore vari in modo lineare** rispetto al variare di ciascun attributo.
- **l'effetto di un attributo** sull'utilità del decisore **sia indipendente dagli altri attributi** e sia rappresentato da un peso w .

L'utilità associata ad una certa alternativa j sarà data dalla sommatoria dei prodotti fra gli attributi a_{ij} e i rispettivi pesi w_i associati agli attributi.

$$U_j = f(a_{ij}) = \sum_{i=1}^h w_i a_{ij}$$

La stima del vettore dei pesi w

Nota la matrice di valutazione e, quindi, gli attributi a_{ij} rimane il problema di **stimare il peso** w_i da associare a ciascuno attributo a_i .

I possibili approcci

- **Assegnazione diretta**
- **Confronto a coppie** (AHP)
- **Tecniche di ordinamento** (Simos e sue varianti)

Il confronto a coppie

- Viene effettuato utilizzando una **matrice quadrata** $a \times a$ con un numero di righe e di colonne pari al numero degli attributi.
- In ogni casella della matrice viene riportato il **giudizio verbale di importanza dell'attributo posto sulla riga rispetto all'attributo posto sulla colonna**.
- Teoricamente la matrice contiene $h \times h$ giudizi, con h **pari al numero di attributi considerati**.
- In realtà, poiché la matrice è reciproca e positiva rispetto alla diagonale che contiene sempre il giudizio di «uguale», **il numero di giudizi da formulare è pari a $h(h - 1)/2$** .
- **Il confronto a coppie nell'AHP viene utilizzato anche per valutare le prestazioni delle varie alternative rispetto a ciascun attributo** utilizzando una matrice quadrata $A \times A$ con un numero di righe e di colonne pari al numero delle alternative.

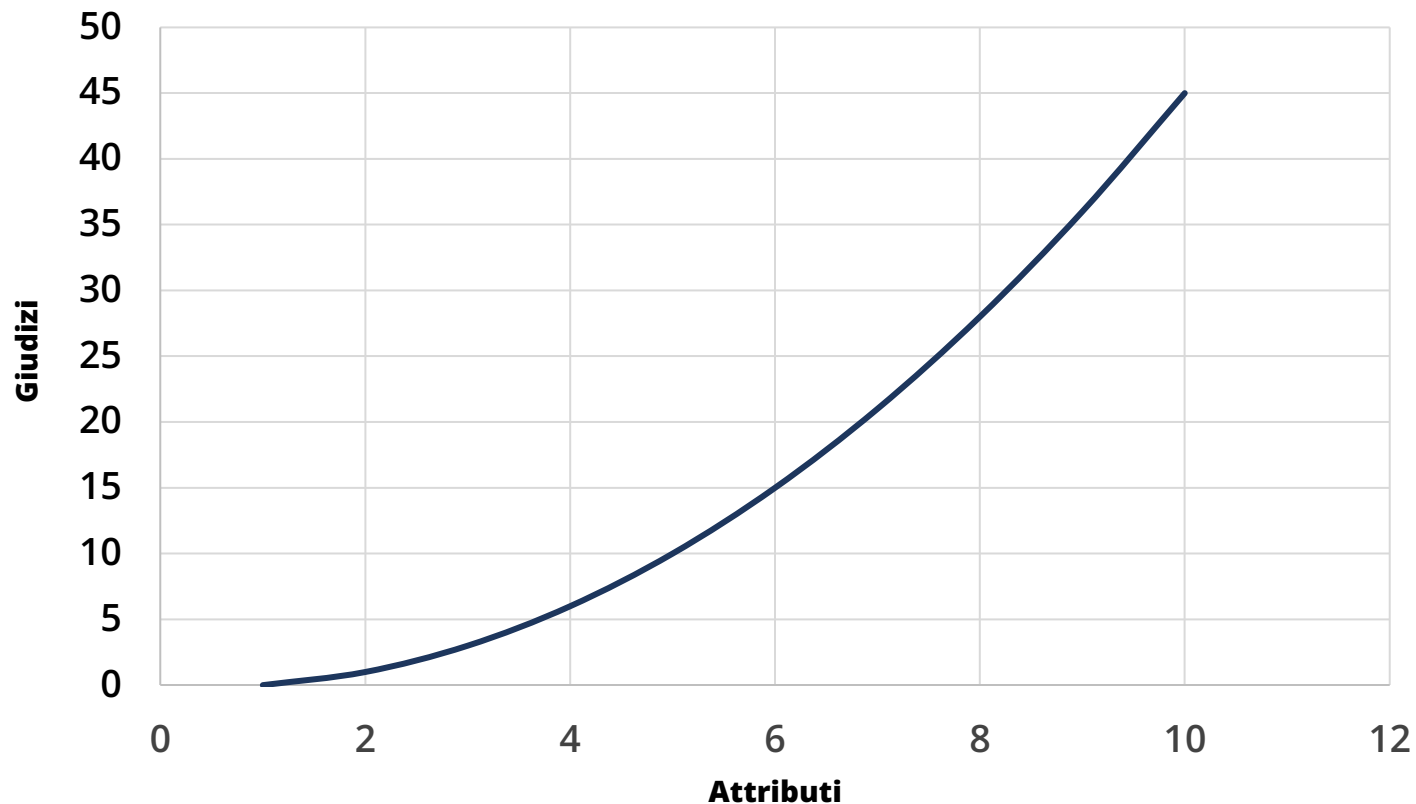
Il confronto a coppie

La matrice dei giudizi verbali

Attributi	a_1	a_2	...	a_h
a_1	Uguale importanza	Importanza a_1 VS a_2	...	Importanza a_1 VS a_h
a_2	Importanza a_1 VS a_2	Uguale importanza	...	Importanza a_2 VS a_h
...	...	...	Uguale importanza	...
a_h	Importanza a_h VS a_1	Importanza a_h VS a_2	...	Uguale importanza

Il confronto a coppie

Aumentando il numero h di attributi, il numero di giudizi necessari cresce più che proporzionalmente!



Il confronto a coppie

La matrice numerica

Espressione semantica del giudizio di importanza o Preferibilità	Scala numerica
Estremamente più	9
Molto più	7
Più	5
Un po' più	3
Uguale	1
Un po' meno	1/3
Meno	1/5
Molto meno	1/7
Estremamente meno	1/9

Attributi	a_1	a_2	...	a_h
a_1	1	i_{12}	...	i_{1h}
a_2	$i_{21} = 1/i_{12}$	1	...	i_{2h}
...	...	...	1	...
a_h	$i_{h1} = 1/i_{1h}$	$i_{h2} = 1/i_{2h}$	...	1



Il confronto a coppie

La verifica delle valutazioni

- Prima di procedere è necessario verificare che **giudizi** inseriti nella matrice di confronto a coppie siano **sufficientemente consistenti**.
- I giudizi sono logicamente consistenti se rispettano **l'assioma della transitività**.
- Ad esempio, se considero tre attributi a_1 , a_2 e a_3 con a_1 un po' più importante (3) di a_2 e a_2 un po' più importante (3) di a_3 , allora a_1 sarà estremamente più importante ($3 \times 3 = 9$) di a_3 .
- **L'assioma della transitività stretta non è necessario per procedere con l'analisi** poiché il decisore potrebbe non concordare sulle valutazioni perfettamente consistenti e poiché formulare giudizi perfettamente consistenti diventa via via più difficile aumentando il numero degli attributi.

Il confronto a coppie

La matrice consistente

Se il vettore dei pesi w fosse noto, gli elementi i della matrice sarebbero costituiti dai relativi rapporti fra pesi e la matrice sarebbe perfettamente consistente.

Attributi					
	a_1	a_2	...	a_h	
	Pesi	w_1	w_2	...	w_h
a_1	w_1	$w_1/w_1 = 1$	$w_1/w_2 = i_{12}$	...	$w_1/w_n = i_{1h}$
a_2	w_2	$i_{21} = 1/i_{12}$	$w_2/w_2 = 1$	...	$w_2/w_h = i_{2h}$
...	...	...	...	1	...
a_h	w_h	$i_{h1} = 1/i_{1h}$	$i_{h2} = 1/i_{2h}$	...	$w_n/w_n = 1$

L'AHP prevede, invece, di ricavare w dalla matrice dei confronti a coppie i che, normalmente non sono perfettamente consistenti.

Il confronto a coppie

La verifica delle valutazioni

Un certo grado di inconsistenza nei confronti è accettabile; è comunque utile contenere il «grado di inconsistenza» dei giudizi entro un certo limite.

Il grado di (in)consistenza (*C.I.* e *C.R.*) di una matrice di confronto a coppie si calcola con le seguenti equazioni:

$$C.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

C.I. **Consistency Index**

$\lambda_{\max}$ autovalore massimo della matrice

n numero di attributi

$$C.R. = \frac{C.I.}{R.I.}$$

C.R. **Consistency Ratio**

R.I. **Random Index**

pari alla media dei *C.I.*

calcolati a partire da matrici di grado n con valutazioni casuali

Valori di *C.R.* inferiori a 0.1 sono ritenuti accettabili.

Il confronto a coppie

Random Index

Numero di attributi n	Random Index $R.I.$
1	0.00
2	0.00
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41
9	1.45
10	1.49

Il confronto a coppie

La verifica delle valutazioni

Il **calcolo dell'autovalore massimo** può essere effettuato in vari modi, più o meno approssimati.

Affidarsi ad un componente aggiuntivo di Excel, ad esempio **MATRIX.XLA**, che supporta calcoli matriciali e che fornisce agevolmente la matrice degli autovalori (se funziona con la vostra versione di Excel

Utilizzare **applicazioni gratuite disponibili online**

La matrice del confronto a coppie

I giudizi verbali dell'esempio

Attributi	Apprezzamento locale	Nuova occupazione	Spesa adeguamento	Entrate comunali
Apprezzamento locale	Uguale	Un po' di più/ Uguale	Un po' meno/ Uguale	Uguale
Nuova occupazione	Un po' meno/ Uguale	Uguale	Un po' meno/ Uguale	Uguale
Spesa adeguamento	Un po' di più/ Uguale	Un po' di più/ Uguale	Uguale	Uguale
Entrate comunali	Uguale	Uguale	Uguale	Uguale

La matrice del confronto a coppie numerica dell'esempio

Attributi	Apprezzamento locale	Nuova occupazione	Spesa adeguamento	Entrate comunali
Apprezzamento locale	1.0	2.0	0.5	1.0
Nuova occupazione	0.5	1.0	0.5	1.0
Spesa adeguamento	2.0	2.0	1.0	1.0
Entrate comunali	1.0	1.0	1.0	1.0

La consistenza della matrice numerica del confronto a coppie dell'esempio

$$C.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{4.12 - 4}{4 - 1} = 0.04$$

$$C.R. = \frac{C.I.}{R.I.; 4} = \frac{0.04}{0.89} = \mathbf{0.045 < 0.1}$$

Autovalori della matrice

-0.12	-
-	0.71
-	-0.71
4.12	-

La matrice dei confronti a coppie è «sufficientemente consistente»

Il confronto a coppie

La stima del vettore dei pesi

- La stima del vettore dei pesi w a partire dalla matrice numerica dei confronti a coppie può essere effettuata in vari modi, anch'essi più o meno approssimati.
- Anche in questo caso ci si può affidare a **MATRIX.XLA**, che **fornisce agevolmente l'autovettore principale a partire dall'autovalore massimo**.
- Noto l'autovettore principale, **il vettore dei pesi si ottiene normalizzando rispetto alla somma dei valori dell'autovettore**.

La stima del vettore dei pesi

Attributi	Autovettore principale	Pesi
Apprezzamento locale	0.4714	24.26%
Nuova occupazione	0.3333	17.16%
Spesa adeguamento	0.6667	34.32%
Entrate comunali	0.4714	24.26%
Totale	1.9428	100%

Rank reversal

- **L'ordinamento in termini di importanza degli attributi che deriva dal confronto a coppie spesso non è coerente con l'ordinamento che il decisore esprimerebbe direttamente.**
- La procedura ideata da Saaty "ingabbia" il decisore nell'espressione dei giudizi verbali e ne può derivare un'inversione dell'ordinamento, o **rank reversal**. È una procedura che interpreta le preferenze in modo forzato.
- Un decisore non sarebbe in grado di attribuire i pesi in modo preciso, al secondo decimale, ma potrebbe esprimere un ordinamento.
- L'ordinamento da solo non basta: non ci permette di capire l'importanza (il peso) relativa dei diversi attributi.
- Per **evitare il rank reversal**, posso utilizzare la **procedura** ideata da **Simos** (e poi rivista da Figueira e Roy) che, a partire dall'ordinamento del decisore, deriva il peso relativo dei diversi attributi

Domande di ripasso in aula

- A che cosa servono le **funzioni di valore** nell'analisi multi-attributo?
- Quando un'**alternativa è dominata** in senso paretiano?
- Qual è la forma più semplice di **funzione di utilità**?
- Che cos'è il ***rank reversal***?

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Apprezzamento locale

Spesa adeguamento

Nuova occupazione

Entrate comunali

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Apprezzamento locale

Spesa adeguamento

Entrate comunali

Posizione p	Attributo
1	Nuova occupazione

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Spesa adeguamento

Posizione p	Attributo
1	Nuova occupazione
2	Entrate comunali Apprezzamento locale

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Posizione p	Attributo
1	Nuova occupazione
2	Entrate comunali Apprezzamento locale
3	Spesa adeguamento

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

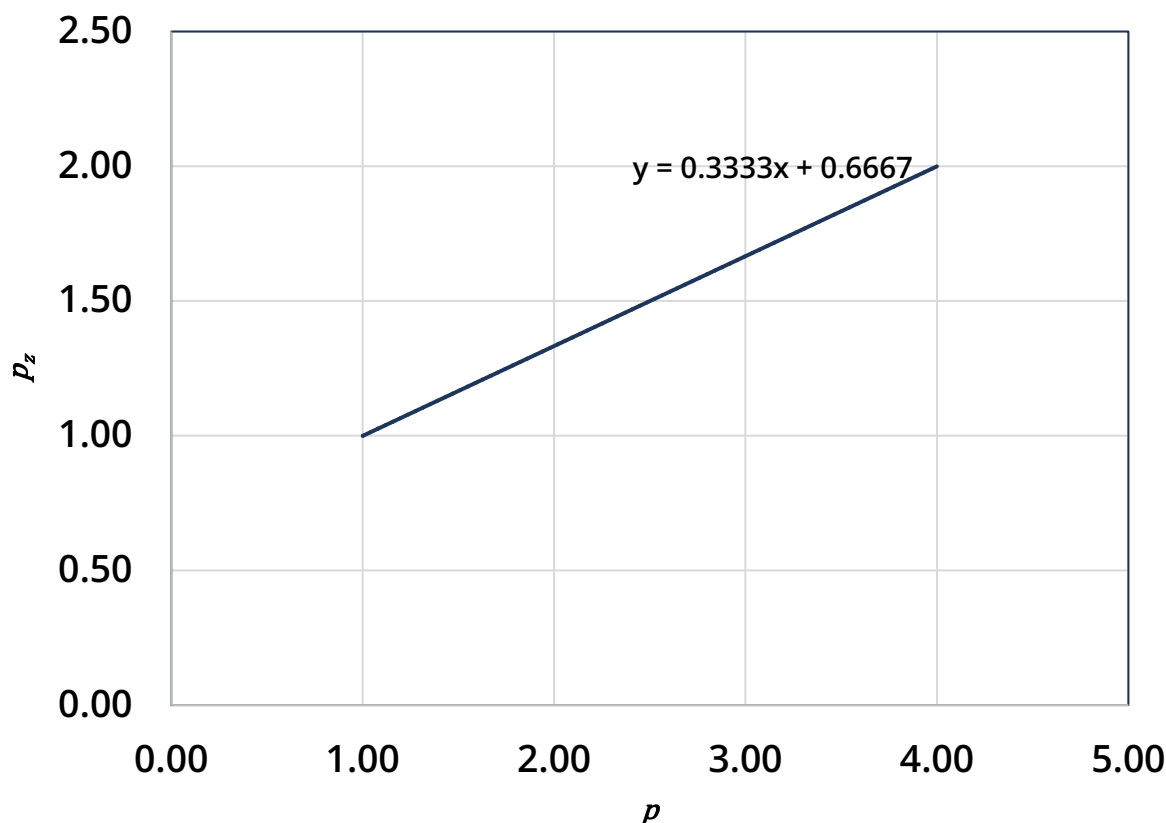
L'inserimento della **blank card** rappresenta il fatto che la **differenza di importanza** fra 'Spesa adeguamento' e 'Entrate comunali / Apprezzamento locale' è doppia di quella fra 'Entrate comunali / Apprezzamento locale' e 'Nuova occupazione'.

Posizione p	Attributo
1	Nuova occupazione
2	Entrate comunali Apprezzamento locale
3	Blank card
4	Spesa adeguamento

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Assumendo, ad esempio, un valore di z (rapporto di peso fra l'attributo più importante e quello meno importante) **pari a 2, si trasformano i valori p in quelli p_z** nel seguente modo:

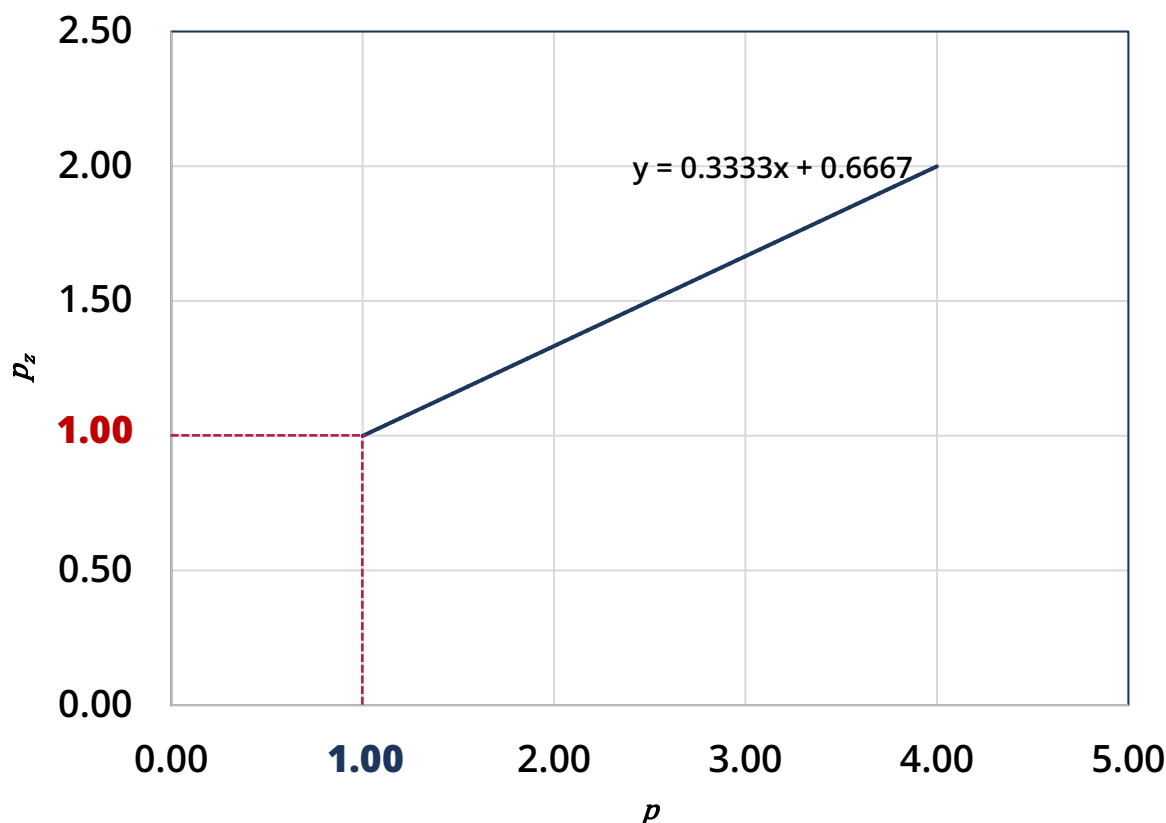


Nuova occupazione
Entrate comunali
Apprezzamento locale
Spesa adeguamento

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Assumendo, ad esempio, un valore di z (rapporto di peso fra l'attributo più importante e quello meno importante) **pari a 2, si trasformano i valori p in quelli p_z** nel seguente modo:



Nuova occupazione

Entrate comunali

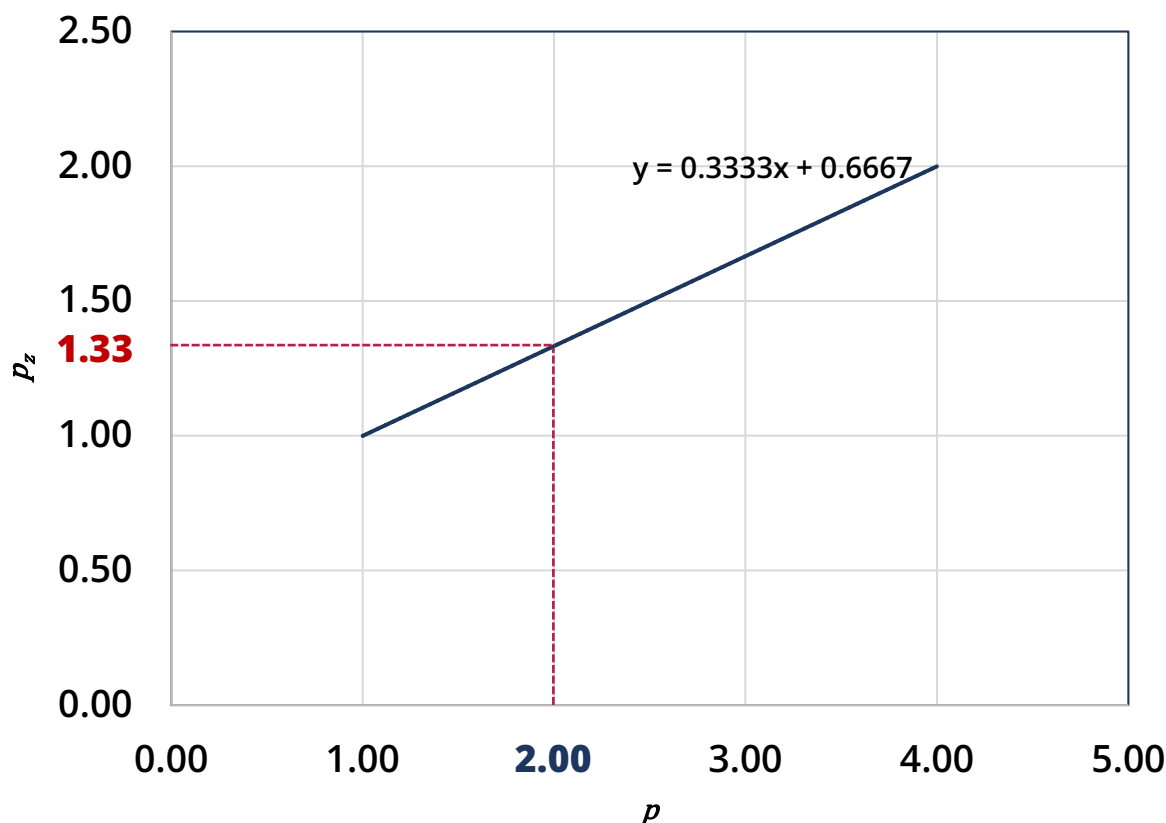
Apprezzamento locale

Spesa adeguamento

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Assumendo, ad esempio, un valore di z (rapporto di peso fra l'attributo più importante e quello meno importante) **pari a 2**, **si trasformano i valori p in quelli p_z** nel seguente modo:



Nuova occupazione

Entrate comunali

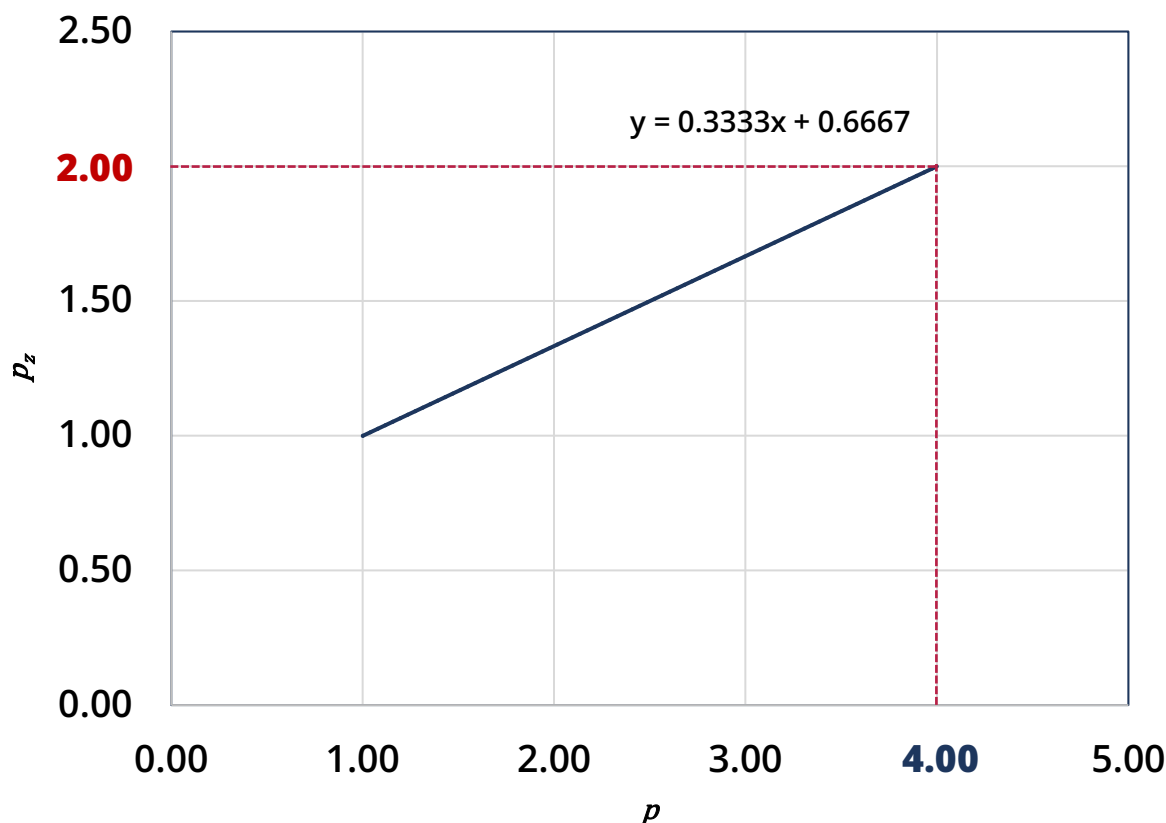
Apprezzamento locale

Spesa adeguamento

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Assumendo, ad esempio, un valore di z (rapporto di peso fra l'attributo più importante e quello meno importante) **pari a 2, si trasformano i valori p in quelli p_z** nel seguente modo:



Nuova occupazione
Entrate comunali
Apprezzamento locale
Spesa adeguamento

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos nell'esempio

Attributi	Punteggio p	Punteggio p_z	Pesi Simos (Punteggio p_z normalizzato a 1)	Pesi confronto a coppie
Nuova occupazione	1.00	1.00	17.65%	17.16%
Entrate comunali	2.00	1.33	23.53%	24.26%
Apprezzamento locale	2.00	1.33	23.53%	24.26%
Spesa adeguamento	4.00	2.00	35.29%	34.32%
Totale		5.67	100%	100%

Il metodo Simos non soffre del *rank reversal* ovvero dell'eventualità che l'ordinamento derivante dal confronto a coppie non risulti coerente con quello che il decisore esprimerebbe direttamente.

La stima del vettore dei pesi

Il metodo di Simos

1. **Si ordinano gli attributi dal meno importante al più importante**, con la possibilità di ex aequo;
2. **Si inseriscono le blank cards** per rappresentare dei «salti d'importanza» maggiori fra attributi;
3. **Si attribuiscono i punteggi p in funzione della posizione** nell'ordinamento;
4. **Si assume un rapporto z di importanza fra l'attributo più importante e quello meno importante;**
5. **Si ri-scalano i punteggi p in funzione di z , con:**
 $p_z = f(p, z)$ passante per i punti $(1: 1)$ e $(z: p_{max})$
6. **Si normalizza rispetto alla somma dei punteggi.**

La matrice di valutazione e il vettore dei pesi

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A			Vettore dei pesi w
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Apprezzamento locale	0.30	0.50	1.00	24.26%
Nuova occupazione	0.75	1.00	0.15	17.16%
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.25	34.32%
Entrate comunali	1.00	0.80	0.20	24.26%

La matrice di valutazione pesata e l'ordinamento delle alternative

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Apprezzamento locale	0.073	0.121	0.243
Nuova occupazione	0.129	0.172	0.026
Spesa adeguamento	0.086	0.137	0.086
Entrate comunali	0.243	0.194	0.049
Somma	0.530	0.624	0.403
Ordinamento	2	1	3

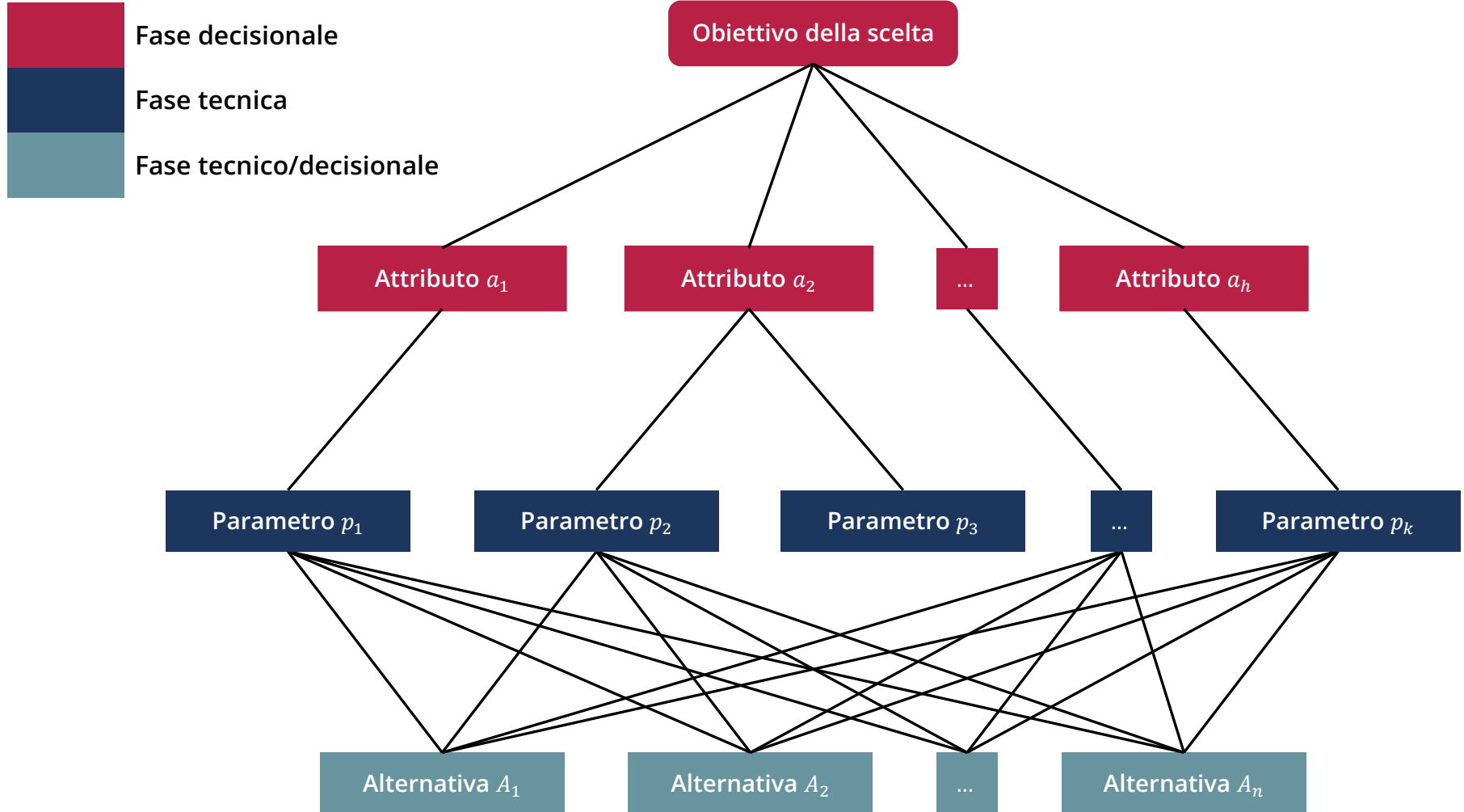


L'Analytic Hierarchy Process AHP

È un metodo di analisi multi-attributo sviluppato da **Thomas Saaty** negli anni '70 che **consente di valutare alternative di vario tipo, coerentemente con le preferenze del decisore.**

- **Prescinde dalla metrica monetaria** dell'analisi costi benefici.
- Struttura il problema di scelta mediante una **gerarchizzazione del processo di analisi e valutazione** nel quale l'obiettivo della scelta viene declinato prima rispetto ad un set di attributi (criteri decisionali) e poi in parametri di dettaglio sempre più specifici (parametri tecnici).
- **Le alternative di scelta sono poste alla base della struttura gerarchica.**
- **L'articolazione della gerarchia dipende dalla complessità del problema** di valutazione.

L'Analytic Hierarchy Process AHP

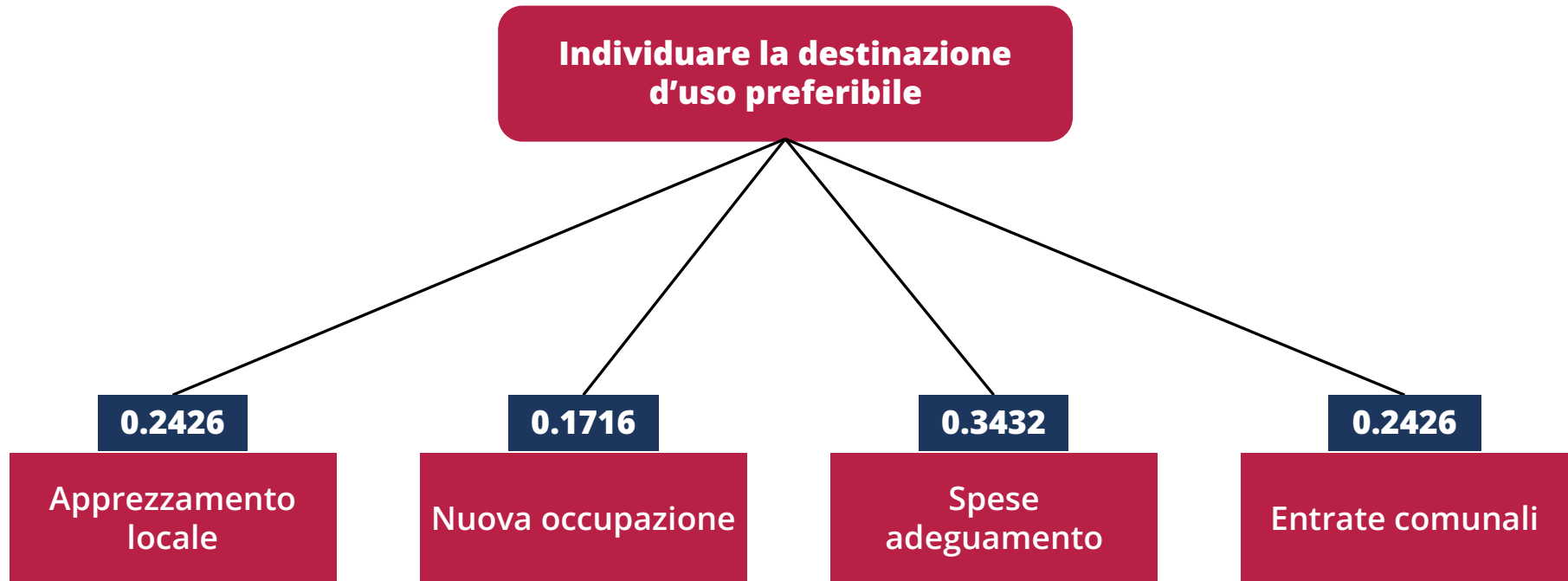


L'Analytic Hierarchy Process AHP nell'esempio



L'Analytic Hierarchy Process AHP nell'esempio

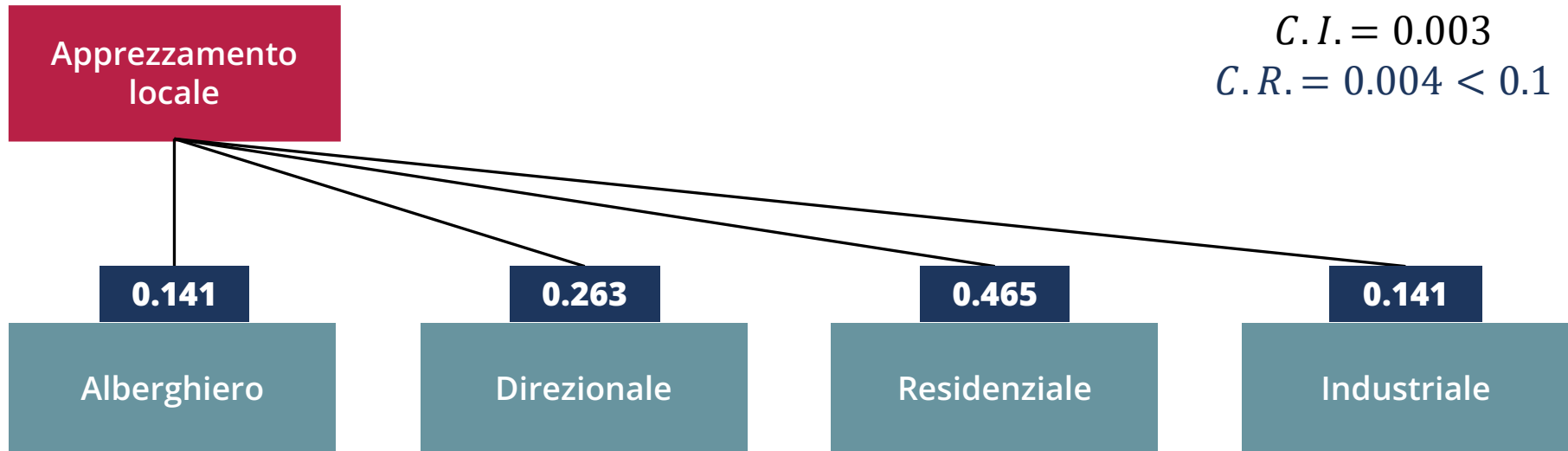
I pesi locali degli attributi rispetto all'obiettivo



L'Analytic Hierarchy Process AHP nell'esempio

I pesi locali della alternative rispetto agli attributi

Apprezzamento locale	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	Autovettore	Pesi locali (distributiva)
Alberghiero	1.000	0.500	0.333	1.000	0.251	0.141
Direzionale	2.000	1.000	0.500	2.000	0.467	0.263
Residenziale	3.000	2.000	1.000	3.000	0.810	0.465
Industriale	1.000	0.500	0.333	1.000	0.251	0.141



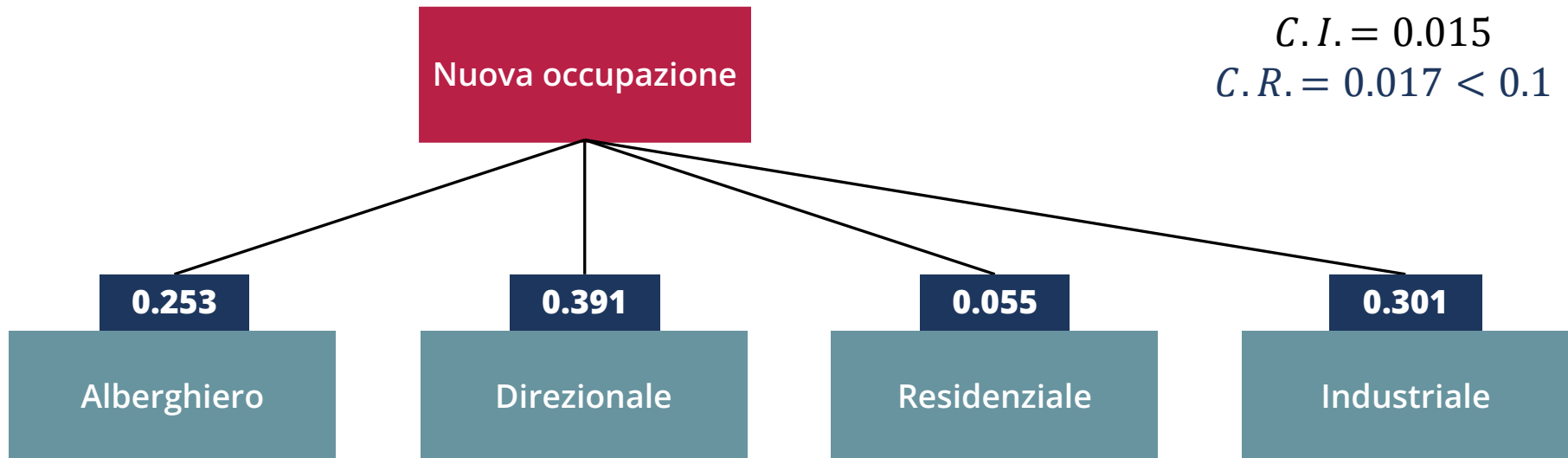
$$C.I. = 0.003$$

$$C.R. = 0.004 < 0.1$$

L'Analytic Hierarchy Process AHP nell'esempio

I pesi locali della alternative rispetto agli attributi

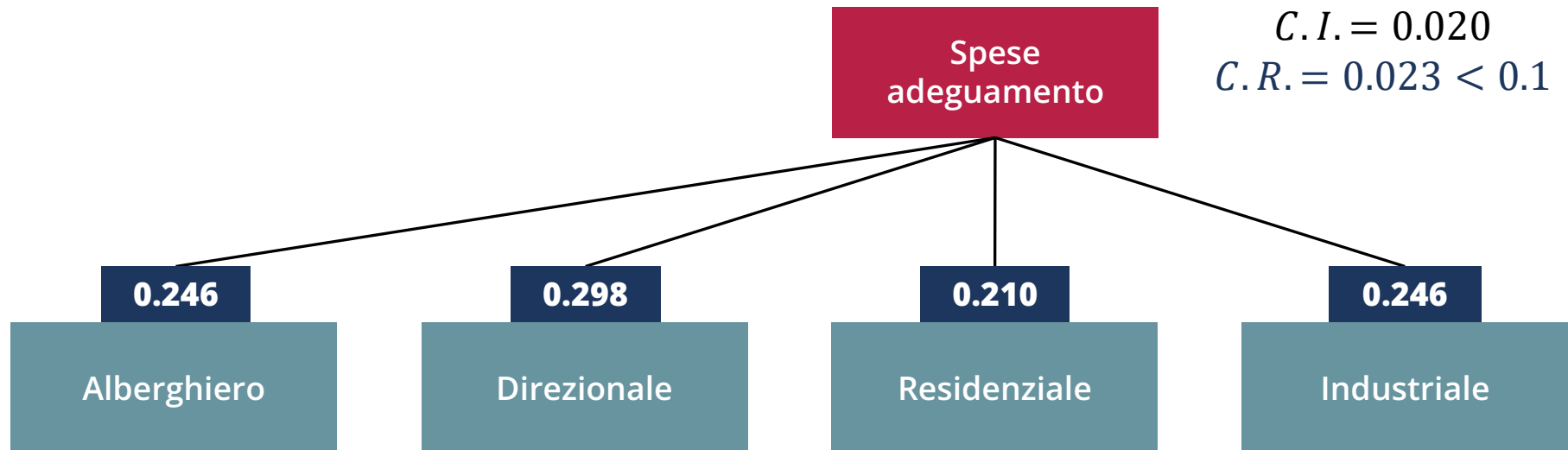
Nuova occupazione	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	Autovettore	Pesi locali (distributiva)
Alberghiero	1.000	0.500	5.000	1.000	0.454	0.253
Direzionale	2.000	1.000	7.000	1.000	0.701	0.391
Residenziale	0.200	0.143	1.000	0.200	0.098	0.055
Industriale	1.000	1.000	5.000	1.000	0.541	0.301



L'Analytic Hierarchy Process AHP nell'esempio

I pesi locali della alternative rispetto agli attributi

Spesa adeguamento	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	Autovettore	Pesi locali (distributiva)
Alberghiero	1.000	1.000	1.000	1.000	0.489	0.246
Direzionale	1.000	1.000	2.000	1.000	0.591	0.298
Residenziale	1.000	0.500	1.000	1.000	0.416	0.210
Industriale	1.000	1.000	1.000	1.000	0.489	0.246



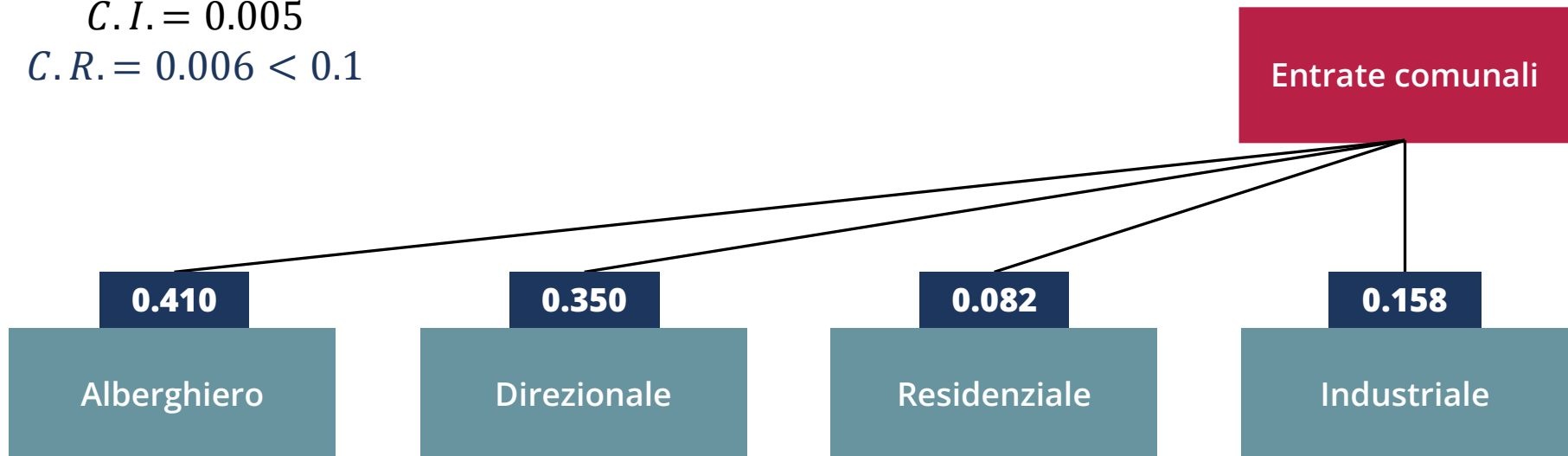
L'Analytic Hierarchy Process AHP nell'esempio

I pesi locali della alternative rispetto agli attributi

Entrate comunali	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	Autovettore	Pesi locali (distributiva)
Alberghiero	1.000	1.000	5.000	3.000	0.722	0.410
Direzionale	1.000	1.000	4.000	2.000	0.617	0.350
Residenziale	0.200	0.250	1.000	0.500	0.145	0.082
Industriale	0.333	0.500	2.000	1.000	0.278	0.158

$$C.I. = 0.005$$

$$C.R. = 0.006 < 0.1$$



L'Analytic Hierarchy Process AHP nell'esempio

I pesi globali e l'ordinamento (modalità distributiva)

Attributi <i>a</i>	Pesi locali				Attributi vs obiettivo
	Alternative vs attributi				
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	
Apprezzamento locale	0.141	0.263	0.455	0.141	0.2426
Nuova occupazione	0.253	0.391	0.055	0.301	0.1716
Spesa adeguamento	0.246	0.298	0.210	0.246	0.3432
Entrate comunali	0.410	0.350	0.082	0.158	0.2426
Pesi globali	0.262	0.318	0.212	0.209	
Ordinamento	2	1	3	4	



L'Analytic Hierarchy Process AHP

Le modalità di valutazione

Modalità assoluta

Ad ogni attributo viene associata una **scala ordinata di giudizi** (e.g. pessimo, insufficiente, sufficiente, buono, ottimo) **ai quali sono associati dei valori numerici corrispondenti** (e.g. da 0 a 10) che rappresentano le prestazioni delle alternative rispetto agli attributi.

Modalità distributiva

Le alternative vengono confrontate a coppie in una matrice $A \times A$ rispetto a ciascun attributo e le loro prestazioni vengono ricavate con la tecnica dell'autovettore principale e **normalizzate in modo che la somma sia pari a 1**.

Modalità ideale

Le alternative vengono confrontate a coppie come nella modalità distributiva e **normalizzate rispetto alla migliore prestazione che assumerà valore 1**.

L'Analytic Hierarchy Process AHP nell'esempio

I pesi globali e l'ordinamento (modalità ideale)

Attributi α	Pesi locali				
	Alternative vs attributi				Attributi vs obiettivo
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	
Apprezzamento locale	0.309	0.577	1.000	0.309	0.2426
Nuova occupazione	0.647	1.000	0.140	0.771	0.1716
Spesa adeguamento	0.827	1.000	0.704	0.827	0.3432
Entrate comunali	1.000	0.854	0.201	0.385	0.2426
Pesi globali	0.712	0.862	0.557	0.585	
Ordinamento	2	1	4	3	



Le funzioni di valore non lineari

Una forma flessibile di **funzione di utilità** è quella **non lineare** che incorpora anche l'effetto sull'utilità del decisore delle **interazioni positive** (sinergie) **e negative** (ridondanze) **fra attributi**.

L'utilità associata ad una certa alternativa j sarà data dalla sommatoria dei prodotti fra gli attributi a_{ij} e i rispettivi pesi w_i e dal peso assunto dalle interazioni fra criteri .

Ad esempio nel caso di un problema bi-criteriale, avremo:

$$U_j = f(a_{1j}, a_{2j}) = w_1 a_{1j} + w_2 a_{2j} + w_{12} a_{1j} a_{2j}$$

Il metodo degli *Edges* per la stima dei pesi

Un esempio

Consideriamo **due attributi** a_1 e a_2 **con tre stati possibili: pessimo, buono e ottimo**

Scen.	a_1	a_2	Punteggio P
1	Pessimo	Pessimo	0
2	Ottimo	Pessimo	30
3	Pessimo	Ottimo	40
4	Ottimo	Ottimo	100

$$w_1 = \frac{P_2 - P_1}{100} = \frac{30 - 0}{100} = 0.3$$

$$w_2 = \frac{P_3 - P_1}{100} = \frac{40 - 0}{100} = 0.4$$

$$w_{12} = \frac{P_4}{100} - w_1 - w_2 = \frac{100}{100} - 0.7 = 0.3$$

$$U = f(a_1, a_2) = 0.3a_1 + 0.4a_2 + 0.3a_1a_2$$

Il metodo degli *Edges* per la stima dei pesi nell'esempio

Scen.	Impatto sul contesto a_1	Numero assunti a_2	Costo adegua. a_3	Incasso IMU a_4	P
1	Alto	3	1500	10	0
2	Basso	3	1500	10	20
3	Alto	20	1500	10	10
4	Alto	3	1200	10	25
5	Alto	3	1500	50	20
6	Basso	20	1500	10	35
7	Basso	3	1200	10	50
8	Basso	3	1500	50	45
9	Alto	20	1200	10	35
10	Alto	20	1500	50	35
11	Alto	3	1200	50	50
12	Basso	20	1200	10	70
13	Basso	20	1500	50	55
14	Basso	3	1200	50	75
15	Alto	20	1200	50	70
16	Basso	20	1200	50	100

$$w_1 = \frac{P_2 - P_1}{100}$$

$$w_2 = \frac{P_3 - P_1}{100}$$

$$w_3 = \frac{P_4 - P_1}{100}$$

...

$$w_{12} = \frac{P_6}{100} - w_1 - w_2$$

$$w_{13} = \frac{P_7}{100} - w_1 - w_3$$

...

$$w_{123} = \frac{P_{12}}{100} - w_1 - w_2 - w_3 - w_{12} - w_{13} - w_{23}$$

...

Il metodo degli *Edges* per la stima dei pesi nell'esempio

Componente funzione di valore	Pesi normalizzati	Matrice di valutazione delle alternative con interazioni			Matrice di valutazione delle alternative con interazioni pesata		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Impatto	0.200	0.30	0.50	1.00	0.06	0.10	0.20
Assunti	0.100	0.75	1.00	0.15	0.08	0.10	0.02
Costo	0.250	0.25	0.40	0.25	0.06	0.10	0.06
IMU	0.200	1.00	0.80	0.20	0.20	0.16	0.04
Impatto × Assunti	0.050	0.23	0.50	0.15	0.01	0.03	0.01
Impatto × Costo	0.050	0.08	0.20	0.25	0.00	0.01	0.01
Impatto × IMU	0.050	0.30	0.40	0.20	0.02	0.02	0.01
Assunti × Costo	0.050	0.19	0.40	0.04	0.01	0.02	0.00
Assunti × IMU	0.050	0.75	0.80	0.03	0.04	0.04	0.00
Costo × IMU	0.050	0.25	0.32	0.05	0.01	0.02	0.00
Impatto × Assunti × Costo	0.000	0.06	0.20	0.04	0.00	0.00	0.00
Impatto × Assunti × IMU	-0.100	0.23	0.40	0.03	-0.02	-0.04	0.00
Impatto × Costo × IMU	0.000	0.08	0.16	0.05	0.00	0.00	0.00
Assunti × Costo × IMU	0.000	0.19	0.32	0.01	0.00	0.00	0.00
Impatto × Assunti × Costo × IMU	0.050	0.06	0.16	0.01	0.00	0.01	0.00
Somma					0.47	0.56	0.35
Ordinamento					2	1 	3

Il metodo degli *Edges* per la stima dei pesi

- Si considerano solo i **valori estremi** (migliore e peggiore) negli attributi.
- Si costruiscono degli **scenari ipotizzando tutte le combinazioni possibili fra gli stati estremi negli attributi**.
- Alla **combinazione peggiore** si attribuisce il **punteggio 0**.
- Alla **miglior combinazione** si attribuisce il **punteggio 100**.
- Alle **combinazioni intermedia** si attribuisce un **punteggio intermedio coerente con la preferibilità/gradimento**.
- Noti i punteggi totali si calcolano i **punteggi netti attribuiti alla varie combinazioni di criteri**.

Il metodo degli *Edges* nell'esempio con Simos

Scen.	Impatto sul contesto a_1	Numero assunti a_2	Costo adegua. a_3	Incasso IMU a_4	P
1	Alto	3	1500	10	1
3	Alto	20	1500	10	2
					3
2	Basso	3	1500	10	4
5	Alto	3	1500	50	
4	Alto	3	1200	10	5
					6
6	Basso	20	1500	10	
9	Alto	20	1200	10	7
10	Alto	20	1500	50	
					8
8	Basso	3	1500	50	9
7	Basso	3	1200	10	
11	Alto	3	1200	50	10
13	Basso	20	1500	50	11
					12
					13
12	Basso	20	1200	10	
15	Alto	20	1200	50	14
14	Basso	3	1200	50	15
					16
					17
					18
16	Basso	20	1200	50	19

Il metodo degli *Edges* nell'esempio con Simos

Scen.	Impatto sul contesto a_1	Numero assunti a_2	Costo adeguato. a_3	Incasso IMU a_4	P	P_z $z = 100$
1	Alto	3	1500	10	1	0.00
3	Alto	20	1500	10	2	5.56
2	Basso	3	1500	10	4	16.67
5	Alto	3	1500	50		
4	Alto	3	1200	10	5	22.22
6	Basso	20	1500	10	7	33.33
9	Alto	20	1200	10		
10	Alto	20	1500	50		
8	Basso	3	1500	50	9	44.44
7	Basso	3	1200	10	10	50.00
11	Alto	3	1200	50		
13	Basso	20	1500	50	11	55.56
12	Basso	20	1200	10	14	72.22
15	Alto	20	1200	50		
14	Basso	3	1200	50	15	77.78
16	Basso	20	1200	50	19	100.00

Il metodo degli *Edges* nell'esempio con Simos

Componente funzione di valore	Pesi normalizzati	Matrice di valutazione delle alternative con interazioni			Matrice di valutazione delle alternative con interazioni pesata		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Impatto	0.167	0.30	0.50	1.00	0.05	0.08	0.17
Assunti	0.056	0.75	1.00	0.15	0.04	0.06	0.01
Costo	0.222	0.25	0.40	0.25	0.06	0.09	0.06
IMU	0.167	1.00	0.80	0.20	0.17	0.13	0.03
Impatto × Assunti	0.111	0.23	0.50	0.15	0.03	0.06	0.02
Impatto × Costo	0.111	0.08	0.20	0.25	0.01	0.02	0.03
Impatto × IMU	0.111	0.30	0.40	0.20	0.03	0.04	0.02
Assunti × Costo	0.056	0.19	0.40	0.04	0.01	0.02	0.00
Assunti × IMU	0.111	0.75	0.80	0.03	0.08	0.09	0.00
Costo × IMU	0.111	0.25	0.32	0.05	0.03	0.04	0.01
Impatto × Assunti × Costo	0.000	0.06	0.20	0.04	0.00	0.00	0.00
Impatto × Assunti × IMU	-0.167	0.23	0.40	0.03	-0.04	-0.07	-0.01
Impatto × Costo × IMU	-0.111	0.08	0.16	0.05	-0.01	-0.02	-0.01
Assunti × Costo × IMU	0.000	0.19	0.32	0.01	0.00	0.00	0.00
Impatto × Assunti × Costo × IMU	0.056	0.06	0.16	0.01	0.00	0.01	0.00
Somma					0.46	0.55	0.33
Ordinamento					2	1 	3

I metodi di surclassamento

ELECTRE - ELimination Et Choix Traduisant la Réalité

Una famiglia di metodi sviluppata da **Bernard Roy** dalla fine degli anni '60 che cerca di essere fedele alle **modalità con cui la decisione avviene nella realtà**.

- **Prescindono dall'assioma di transitività** (ammettono inconsistenze);
- **Rinunciano all'assioma di completezza** (ammettono l'incomparabilità/indiscernibilità fra alternative);
- Valutano i **fattori che non si oppongono** al fatto che un'alternativa possa essere preferibile ad un'altra (**analisi di concordanza**);
- Valutano i **fattori che si oppongono** al fatto che un'alternativa possa essere preferibile ad un'altra (**analisi di discordanza**);
- Evidenziano le **relazioni di surclassamento tra coppie di alternative**, basandosi sulle soglie definite dal valutatore per la concordanza e la discordanza.

Roy, B. (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples. *Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle*, 2(8), 57-75.

I metodi di surclassamento ELECTRE I

1. Compilazione della **matrice di valutazione**
2. Stima del **vettore dei pesi**
3. Calcolo della **matrice di concordanza**
4. Calcolo della **matrice di discordanza**
5. Definizione delle **soglie di surclassamento**
6. Calcolo delle **matrici di dominanza**
7. Individuazione delle **relazioni di surclassamento**

I metodi di surclassamento

ELECTRE I

La matrice di valutazione e il vettore dei pesi (Simos)

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A			Vettore dei pesi w
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Apprezzamento locale	0.30	0.50	1.00	23.53%
Nuova occupazione	0.75	1.00	0.15	17.65%
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.25	35.29%
Entrate comunali	1.00	0.80	0.20	23.53%

I metodi di surclassamento

ELECTRE I

La **matrice di concordanza** $A \times A$ contiene una valutazione sul **grado di consenso** che si realizza scegliendo una data alternativa rispetto ad un'altra.

Come la calcolo?

1. Si individuano, confrontando tutte le alternative a coppie, gli **attributi per i quali l'alternativa scelta è preferibile a quella scartata**.
2. Si sommano i pesi di questi attributi.

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Alberghiero vs Direzionale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$A > D$	Vettore dei pesi w	Pesi w per $A > D$
	Alberghiero	Direzionale			
Apprezzamento locale	0.30	0.50	0	23.53%	0
Nuova occupazione	0.75	1.00	0	17.65%	0
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0	35.29%	0
Entrate comunali	1.00	0.80	1	23.53%	0.24

Somma **0.24**

$c(A, D)$



I metodi di surclassamento ELECTRE I

Alberghiero vs Residenziale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$A > R$	Vettore dei pesi w	Pesi w per $A > R$
	Alberghiero	Residenziale			
Apprezzamento locale	0.30	1.00	0	23.53%	0
Nuova occupazione	0.75	0.15	0	17.65%	0
Spesa adeguamento	0.25	0.25	1	35.29%	0.35
Entrate comunali	1.00	0.20	0	23.53%	0
				Somma	0.35
				$c(A, R)$	

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Direzionale vs Residenziale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$D > R$	Vettore dei pesi w	Pesi w per $D > R$
	Direzionale	Residenziale			
Apprezzamento locale	0.50	1.00	0	23.53%	0
Nuova occupazione	1.00	0.15	1	17.65%	0.17
Spesa adeguamento	0.40	0.25	1	35.29%	0.35
Entrate comunali	0.80	0.20	1	23.53%	0.24

Somma **0.76**

$c(D, R)$



I metodi di surclassamento ELECTRE I

La matrice di concordanza $A \times A$

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0.24	0.35
Direzionale	0.76	-	0.76
Residenziale	0.65	0.24	-

I metodi di surclassamento

ELECTRE I

La **matrice di discordanza** $A \times A$ contiene una valutazione sul **grado di dissenso** (rammarico) che si realizza scegliendo una data alternativa rispetto ad un'altra.

Come la calcolo?

1. Si calcolano gli **scarti in valore assoluto** fra la prestazioni rispetto a **un certo attributo di due alternative** e si moltiplicano per i pesi.
2. Si individua lo **scarto pesato massimo fra tutti gli attributi**.
3. Si individua lo **scarto pesato massimo fra gli attributi per i quali l'alternativa scartata è preferibile a quella scelta**.
4. Si calcola il **rapporto fra 3. e 2.**

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Alberghiero vs Direzionale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ A - D $	Vettore dei pesi w	$ A - D \times w$	$ A - D \times w$ per $A < D$
	Alberghiero	Direzionale				
Apprezzamento locale	0.30	0.50	0.20	23.53%	0.047	0.047
Nuova occupazione	0.75	1.00	0.25	17.65%	0.043	0.043
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.15	35.29%	0.053	0.053
Entrate comunali	1.00	0.80	0.20	23.53%	0.047	0
				Max	0.053	0.053

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Alberghiero vs Direzionale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ A - D $	Vettore dei pesi w	$ A - D \times w$	$ A - D \times w$ per $A < D$
	Alberghiero	Direzionale				
Apprezzamento locale	0.30	0.50	0.20	23.53%	0.047	0.047
Nuova occupazione	0.75	1.00	0.25	17.65%	0.043	0.043
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.15	35.29%	0.053	0.053
Entrate comunali	1.00	0.80	0.20	23.53%	0.047	0
				Max	0.053	0.053

$$\frac{0.053}{0.053} = 1 \rightarrow d(A, D)$$

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Alberghiero vs Residenziale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ A - R $	Vettore dei pesi w	$ A - R \times w$	$ A - R \times w$ per $A < R$
	Alberghiero	Residenziale				
Apprezzamento locale	0.30	1.00	0.70	23.53%	0.165	0.165
Nuova occupazione	0.75	0.15	0.60	17.65%	0.103	0
Spesa adeguamento	0.25	0.25	0.00	35.29%	0	0
Entrate comunali	1.00	0.20	0.80	23.53%	0.188	0
				Max	0.188	0.165

I metodi di surclassamento

ELECTRE I

Alberghiero vs Residenziale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ A - R $	Vettore dei pesi w	$ A - R \times w$	$ A - R \times w$ per $A < R$
	Alberghiero	Residenziale				
Apprezzamento locale	0.30	1.00	0.70	23.53%	0.165	0.165
Nuova occupazione	0.75	0.15	0.60	17.65%	0.103	0
Spesa adeguamento	0.25	0.25	0.00	35.29%	0	0
Entrate comunali	1.00	0.20	0.80	23.53%	0.188	0
				Max	0.188	0.165

$$\frac{0.165}{0.188} = 0.875 \rightarrow d(A, R)$$

I metodi di surclassamento

ELECTRE I

Direzionale vs Residenziale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ D - R $	Vettore dei pesi w	$ D - R \times w$	$ D - R \times w$ per $D < R$
	Direzionale	Residenziale				
Apprezzamento locale	0.50	1.00	0.50	23.53%	0.118	0.118
Nuova occupazione	1.00	0.15	0.85	17.65%	0.146	0
Spesa adeguamento	0.40	0.25	0.15	35.29%	0.053	0
Entrate comunali	0.80	0.20	0.60	23.53%	0.141	0
				Max	0.146	0.118

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Direzionale vs Residenziale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ D - R $	Vettore dei pesi w	$ D - R \times w$	$ D - R \times w$ per $D < R$
	Direzionale	Residenziale				
Apprezzamento locale	0.50	1.00	0.50	23.53%	0.118	0.118
Nuova occupazione	1.00	0.15	0.85	17.65%	0.146	0
Spesa adeguamento	0.40	0.25	0.15	35.29%	0.053	0
Entrate comunali	0.80	0.20	0.60	23.53%	0.141	0
				Max	0.146	0.118

$$\frac{0.118}{0.146} = 0.807 \rightarrow d(D, R)$$

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Direzionale vs Alberghiero

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ D - A $	Vettore dei pesi w	$ D - A \times w$	$ D - A \times w$ per $D < A$
	Direzionale	Alberghiero				
Apprezzamento locale	0.50	0.30	0.20	23.53%	0.047	0
Nuova occupazione	1.00	0.75	0.25	17.65%	0.043	0
Spesa adeguamento	0.40	0.25	0.15	35.29%	0.053	0
Entrate comunali	0.80	1.00	0.20	23.53%	0.047	0.047
				Max	0.053	0.047

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Direzionale vs Alberghiero

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ D - A $	Vettore dei pesi w	$ D - A \times w$	$ D - A \times w$ per $D < A$
	Direzionale	Alberghiero				
Apprezzamento locale	0.50	0.30	0.20	23.53%	0.047	0
Nuova occupazione	1.00	0.75	0.25	17.65%	0.043	0
Spesa adeguamento	0.40	0.25	0.15	35.29%	0.053	0
Entrate comunali	0.80	1.00	0.20	23.53%	0.047	0.047
				Max	0.053	0.047

$$\frac{0.047}{0.053} = 0.889 \rightarrow d(D, A)$$

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Residenziale vs Alberghiero

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ R - A $	Vettore dei pesi w	$ R - A \times w$	$ R - A \times w$ per $R < A$
	Residenziale	Alberghiero				
Apprezzamento locale	1.00	0.30	0.70	23.53%	0.165	0
Nuova occupazione	0.15	0.75	0.60	17.65%	0.103	0.103
Spesa adeguamento	0.25	0.25	0.00	35.29%	0	0
Entrate comunali	0.20	1.00	0.80	23.53%	0.188	0.188
				Max	0.188	0.188

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Residenziale vs Alberghiero

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ R - A $	Vettore dei pesi w	$ R - A \times w$	$ R - A \times w$ per $R < A$
	Residenziale	Alberghiero				
Apprezzamento locale	1.00	0.30	0.70	23.53%	0.165	0
Nuova occupazione	0.15	0.75	0.60	17.65%	0.103	0.103
Spesa adeguamento	0.25	0.25	0.00	35.29%	0	0
Entrate comunali	0.20	1.00	0.80	23.53%	0.188	0.188
				Max	0.188	0.188

$$\frac{0.188}{0.188} = 1 \rightarrow d(R, A)$$

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Residenziale vs Direzionale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ R - D $	Vettore dei pesi w	$ R - D \times w$	$ R - D \times w$ per $R < D$
	Residenziale	Direzionale				
Apprezzamento locale	1.00	0.50	0.50	23.53%	0.118	0
Nuova occupazione	0.15	1.00	0.85	17.65%	0.146	0.146
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.15	35.29%	0.053	0.053
Entrate comunali	0.20	0.80	0.60	23.53%	0.141	0.141
				Max	0.146	0.146

I metodi di surclassamento ELECTRE I

Residenziale vs Direzionale

Attributi a	Coppia di alternative considerate		$ R - D $	Vettore dei pesi w	$ R - D \times w$	$ R - D \times w$ per $R < D$
	Residenziale	Direzionale				
Apprezzamento locale	1.00	0.50	0.50	23.53%	0.118	0
Nuova occupazione	0.15	1.00	0.85	17.65%	0.146	0.146
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.15	35.29%	0.053	0.053
Entrate comunali	0.20	0.80	0.60	23.53%	0.141	0.141
				Max	0.146	0.146

$$\frac{0.146}{0.146} = 1 \rightarrow d(R, D)$$

I metodi di surclassamento ELECTRE I

La matrice di discordanza $A \times A$

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	1.00	0.88
Direzionale	0.89	-	0.81
Residenziale	1.00	1.00	-

I metodi di surclassamento

ELECTRE I

La matrice di dominanza nella concordanza $A \times A$

Come la calcolo?

- Definisco una **soglia di concordanza minima**.
- Se l'**indice di concordanza** è maggiore della soglia definita allora **1**, altrimenti **0**.

Per esempio $c = 0.5$ (media dei c calcolati)

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0.24	0.35
Direzionale	0.76	-	0.76
Residenziale	0.65	0.24	-

I metodi di surclassamento ELECTRE I

La matrice di dominanza nella concordanza $A \times A$

Come la calcolo?

- Definisco una **soglia di concordanza minima**.
- Se l'**indice di concordanza** è maggiore della soglia definita allora **1**, altrimenti **0**.

Per esempio $c = 0.5$ (media dei c calcolati)

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0.24	0.35
Direzionale	0.76	-	0.76
Residenziale	0.65	0.24	-

I metodi di surclassamento ELECTRE I

La matrice di dominanza nella concordanza $A \times A$

Come la calcolo?

- Definisco una **soglia di concordanza minima**.
- Se l'**indice di concordanza** è maggiore della soglia definita allora **1**, altrimenti **0**.

Per esempio $c = 0.5$ (media dei c calcolati)

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	0
Direzionale	1	-	1
Residenziale	1	0	-

I metodi di surclassamento ELECTRE I

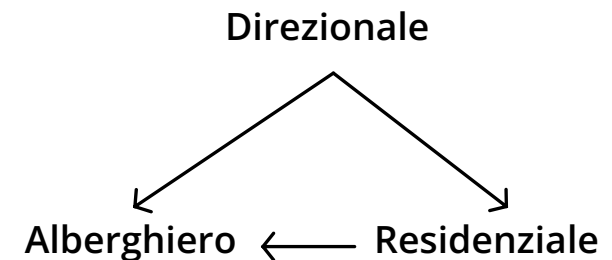
La matrice di dominanza nella concordanza $A \times A$

Come la calcolo?

- Definisco una **soglia di concordanza minima**.
- Se l'**indice di concordanza** è maggiore della soglia definita allora **1**, altrimenti **0**.

Per esempio $c = 0.5$ (media dei c calcolati)

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	0
Direzionale	1	-	1
Residenziale	1	0	-



I metodi di surclassamento

ELECTRE I

La matrice di dominanza nella discordanza $A \times A$

Come la calcolo?

- Definisco una **soglia di discordanza massima**.
- Se l'**indice di discordanza** è minore della soglia definita allora **1**, altrimenti **0**.

Per esempio $d = 0.93$ (media dei d calcolati)

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	1.00	0.88
Direzionale	0.89	-	0.81
Residenziale	1.00	1.00	-

I metodi di surclassamento

ELECTRE I

La matrice di dominanza nella discordanza $A \times A$

Come la calcolo?

- Definisco una **soglia di discordanza massima**.
- Se l'**indice di discordanza** è minore della soglia definita allora **1**, altrimenti **0**.

Per esempio $d = 0.93$ (media dei d calcolati)

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	1.00	0.88
Direzionale	0.89	-	0.81
Residenziale	1.00	1.00	-

I metodi di surclassamento ELECTRE I

La matrice di dominanza nella discordanza $A \times A$

Come la calcolo?

- Definisco una **soglia di discordanza massima**.
- Se l'**indice di discordanza** è minore della soglia definita allora **1**, altrimenti **0**.

Per esempio $d = 0.93$ (media dei d calcolati)

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	1
Direzionale	1	-	1
Residenziale	0	0	-

I metodi di surclassamento

ELECTRE I

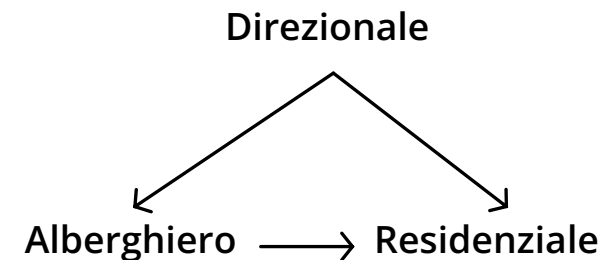
La matrice di dominanza nella discordanza $A \times A$

Come la calcolo?

- Definisco una **soglia di discordanza massima**.
- Se l'**indice di discordanza** è minore della soglia definita allora **1**, altrimenti **0**.

Per esempio $d = 0.93$ (media dei d calcolati)

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	1
Direzionale	1	-	1
Residenziale	0	0	-



I metodi di surclassamento ELECTRE I

La matrice di dominanza aggregata $A \times A$

Matrice di concordanza

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	0
Direzionale	1	-	1
Residenziale	1	0	-

Matrice di discordanza

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	1
Direzionale	1	-	1
Residenziale	0	0	-

I metodi di surclassamento ELECTRE I

La matrice di dominanza aggregata $A \times A$

Matrice di concordanza

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	0
Direzionale	1	-	1
Residenziale	1	0	-

Matrice di discordanza

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	1
Direzionale	1	-	1
Residenziale	0	0	-

I metodi di surclassamento ELECTRE I

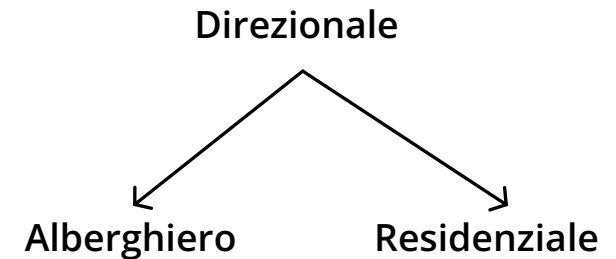
La matrice di dominanza aggregata $A \times A$

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	0
Direzionale	1	-	1
Residenziale	0	0	-

I metodi di surclassamento ELECTRE I

La matrice di dominanza aggregata $A \times A$

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Alberghiero	-	0	0
Direzionale	1	-	1
Residenziale	0	0	-



I metodi di surclassamento

Gli indici aggregati di Nijkamp

L'indice di concordanza aggregato

	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Somma
Alberghiero	-	0.24	0.35	0.59
Direzionale	0.76	-	0.76	1.52
Residenziale	0.65	0.24	-	0.89
Somma	1.41	0.48	1.11	
c aggregato	$0.59 - 1.41 = -0.82$ $1.52 - 0.48 = 1.04$ $0.89 - 1.11 = -0.23$			

I metodi di surclassamento

Gli indici aggregati di Nijkamp

L'indice di discordanza aggregato

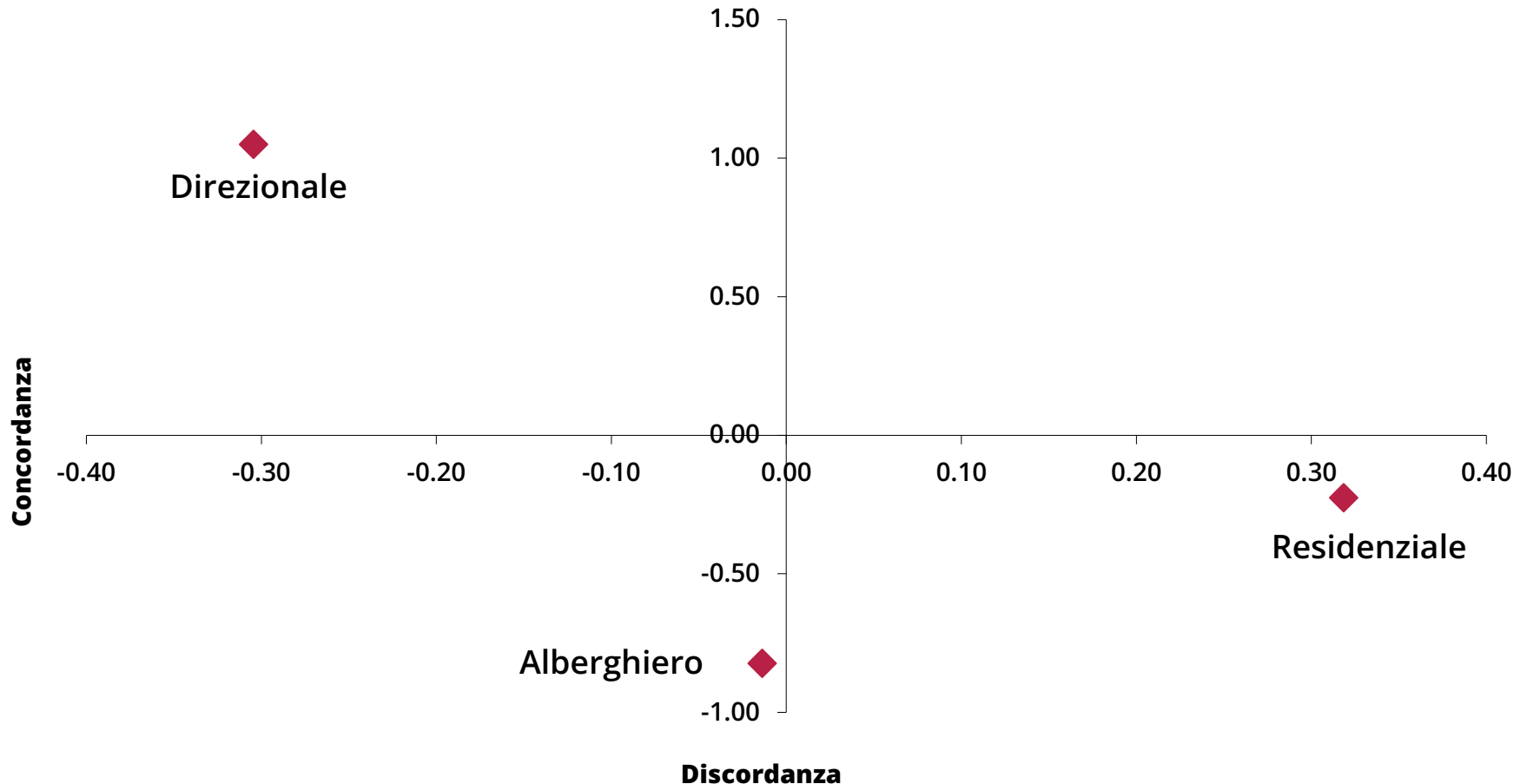
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Somma
Alberghiero	-	1.00	0.88	1.87
Direzionale	0.89	-	0.81	1.70
Residenziale	1.00	1.00	-	2.00
Somma	1.89	2.00	1.68	

d aggregato $1.87-1.89=-\mathbf{0.02}$ $1.70-2.00=-\mathbf{0.30}$ $2.00-1.68=\mathbf{0.32}$

I metodi di surclassamento

Gli indici aggregati di Nijkamp

Il confronto fra gli indici aggregati di concordanza e discordanza



Domande di ripasso in aula

- A che cosa servono le **blank cards** nel metodo di Simos?
- A che cosa servono il **parametro z** nel metodo di Simos?
- I giudizi nell'AHP ammettono **inconsistenza**?
- Qual è la differenza tra **modalità di sintesi distributiva e ideale**?
- Perché potrebbe essere utile adottare **una funzione di utilità non lineare**?
- I **metodi di surclassamento** utilizzano funzioni di utilità?
- Perché sono stati introdotti gli **indici aggregati** di Nijkamp?

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

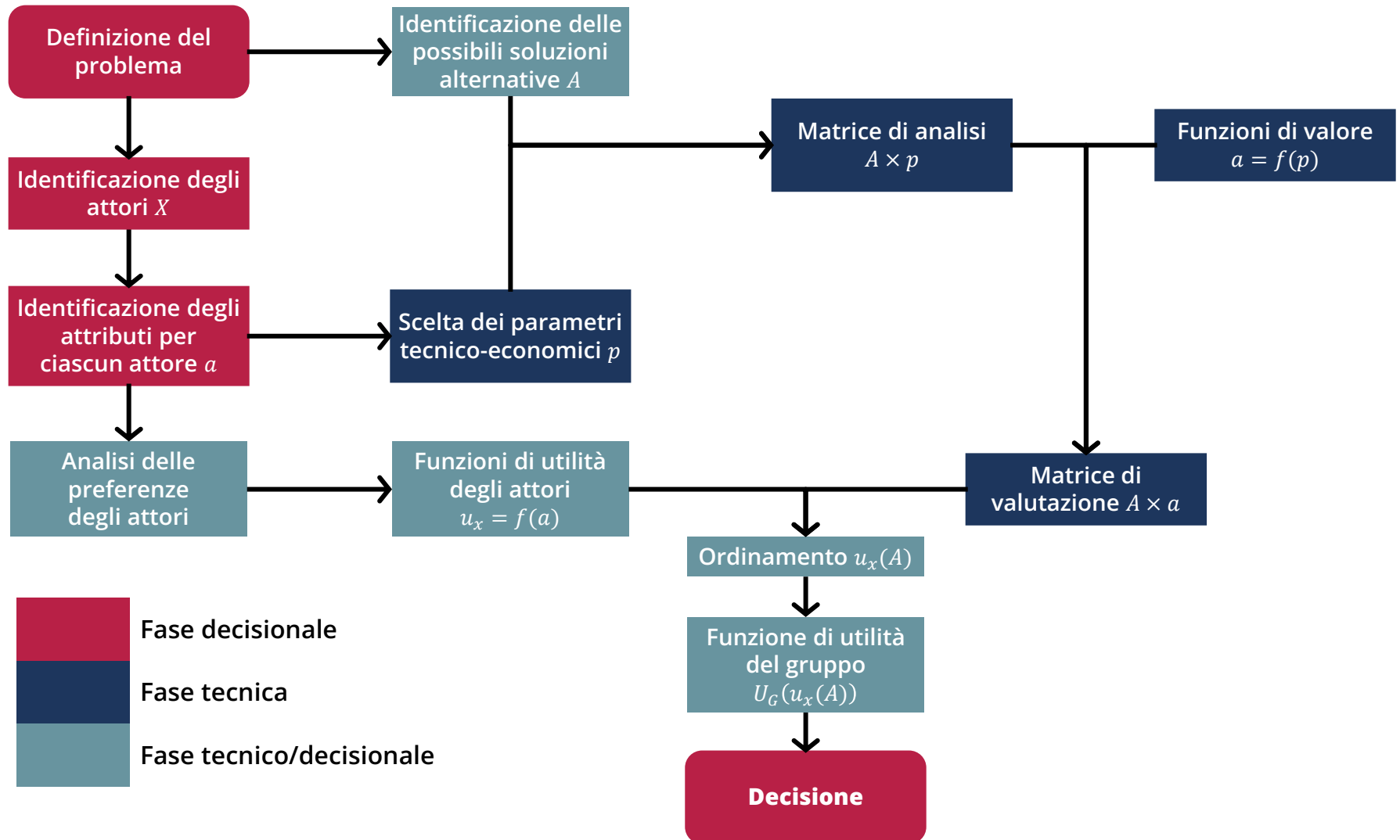
Le decisioni concrete, specie quelle di matura collettiva sono spesso il risultato dell'**interazione fra diversi gruppi di interesse/attori**, con obiettivi/interessi che possono essere:

- **convergenti o divergenti;**
- più o meno **negoziabili;**
- **indipendenti o mutualmente influenzabili.**

In contesti decisionali di questo tipo è utile:

- **individuare le preferenze di ciascun gruppo/attore;**
- valutare la **similitudine degli interessi** fra gruppi/attori;
- valutare i **rapporti di forza** fra gruppi/attori;
- individuare le possibili **coalizioni** fra gruppi/attori;
- individuare i possibili **sviluppi della negoziazione fra gruppi.**

La struttura dell'analisi multi-attributo

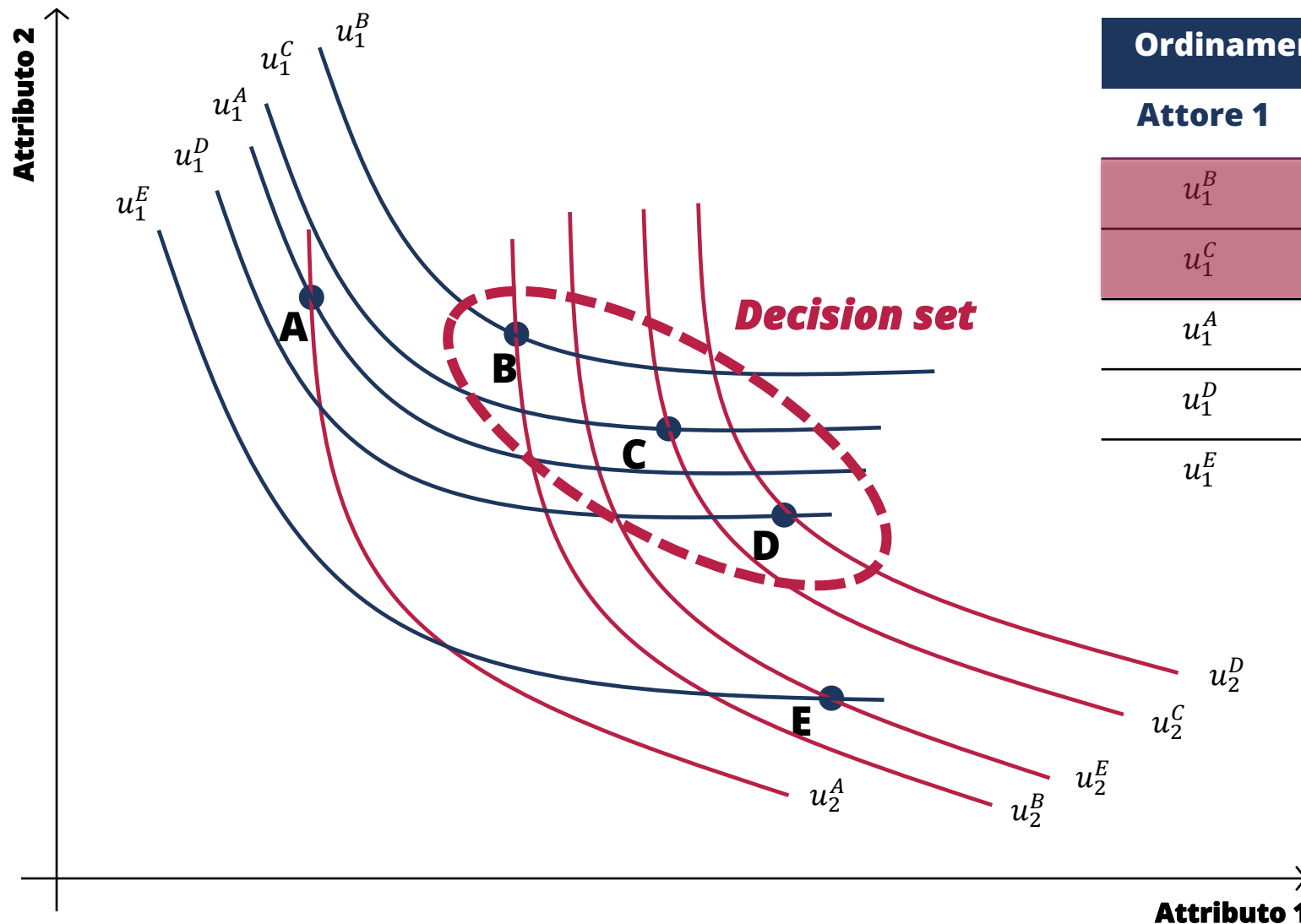


I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Nelle decisioni di gruppo si assume, implicitamente, che vi siano **almeno due attori** che devono prendere una comune decisione fra **almeno due alternative**, caratterizzate da diverse prestazioni rispetto ad **almeno due attributi** e dove ciascun attore esprime una propria funzione di valore/utilità.

$$u_x = f(a)$$

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)



Ordinamento $U(a_1, a_2)$

Attore 1 Attore 2

u_1^B

u_2^D

u_1^C

u_2^C

u_1^A

u_2^E

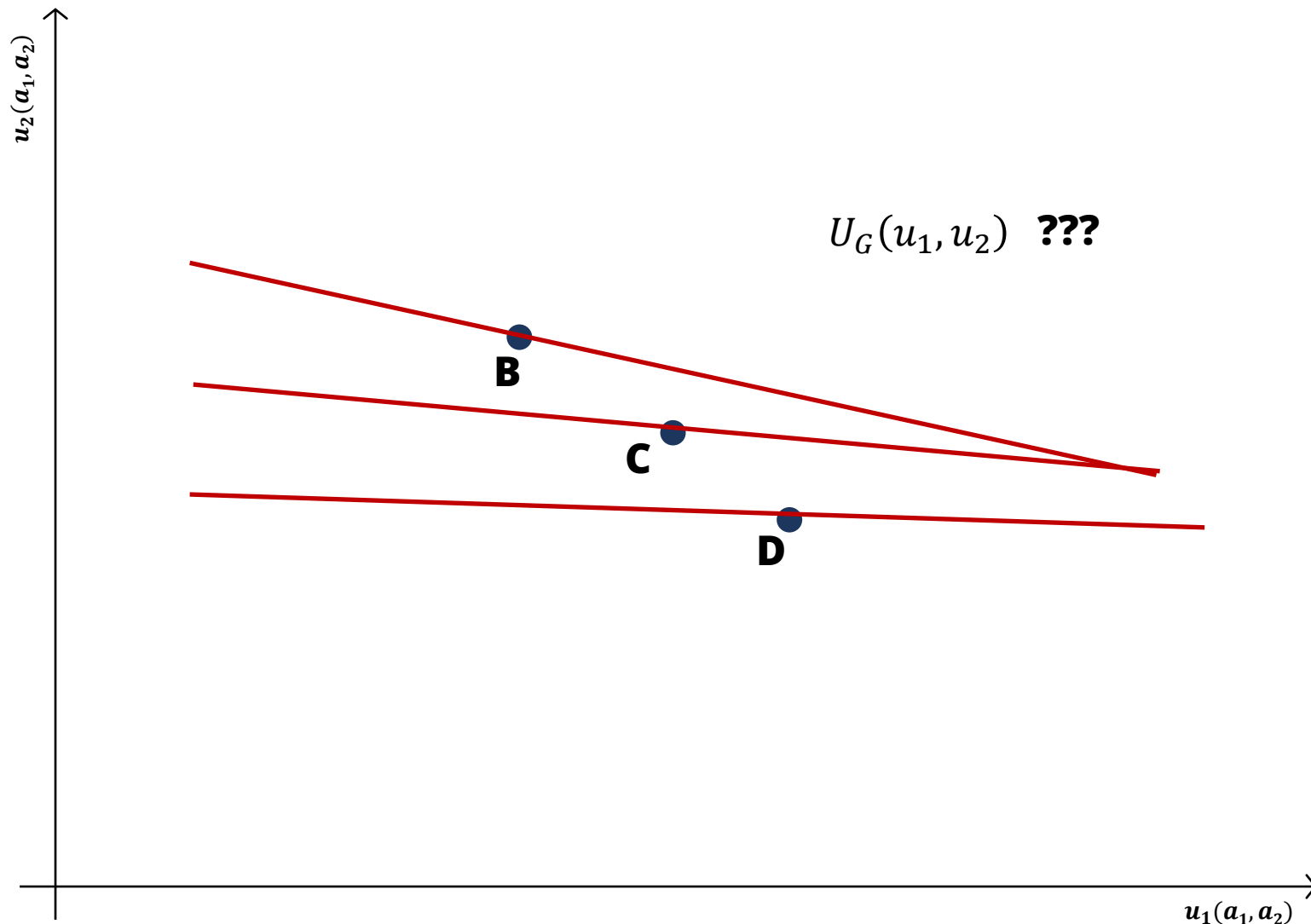
u_1^D

u_2^B

u_1^E

u_2^A

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)



I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Una prima soluzione, la più semplice, è, dopo aver individuato gli n attori, stimare i pesi w_i per ciascun attributo per ogni attore e poi calcolarne la media geometrica M_g , assunta a peso del gruppo.

$$M_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n w_i}$$

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Assumiamo, **nell'esempio** didattico, tre attori che intervengono nella scelta dell'alternativa di riuso dell'area dismessa:

1. L'**amministrazione comunale**;
 2. Un **comitato dei residenti** nelle vicinanze dell'area;
 3. Un **comitato di imprenditori** interessati ad investire nell'area dismessa.
- Ogni attore esprime i pesi per gli attributi.**

Attributi a	Vettori dei pesi w		
	Amministrazione	Comitato residenti	Comitato imprenditori
Apprezzamento locale	25.71%	66.58%	13.36%
Nuova occupazione	17.14%	11.39%	48.58%
Spesa adeguamento	34.29%	11.01%	21.86%
Entrate comunali	22.86%	11.01%	16.19%

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Si calcola, per ogni attributo, la media geometrica dei pesi.

Attributi a	Vettori dei pesi w			Media geometrica
	Amministrazione	Comitato residenti	Comitato imprenditori	
Apprezzamento locale	25.71%	66.58%	13.36%	28.39%
Nuova occupazione	17.14%	11.39%	48.58%	21.17%
Spesa adeguamento	34.29%	11.01%	21.86%	20.21%
Entrate comunali	22.86%	11.01%	16.19%	15.97%

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

A partire dalla **matrice di valutazione** e dal **vettore dei pesi**, si ottiene la **matrice di valutazione pesata**.

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A			Vettore dei pesi w
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Apprezzamento locale	0.30	0.50	1.00	28.39%
Nuova occupazione	0.75	1.00	0.15	21.17%
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.25	20.21%
Entrate comunali	1.00	0.80	0.20	15.97%

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

A partire dalla **matrice di valutazione** e dal **vettore dei pesi**, si ottiene la **matrice di valutazione pesata**.

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Apprezzamento locale	0.09	0.14	0.28
Nuova occupazione	0.16	0.21	0.03
Spesa adeguamento	0.05	0.08	0.05
Entrate comunali	0.16	0.13	0.03
Somma	0.45	0.56	0.40
Ordinamento	2	1	3



I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Le «ragionevoli» proprietà che dovrebbe avere una funzione di benessere sociale

- L'**universalità** (o **dominio non ristretto**)
Deve portare a una decisione, qualunque sia la configurazione delle preferenze dei votanti. Non deve perciò fallire in caso di preferenze multimodali.
- La **non imposizione** (o **sovranità del cittadino**)
Qualsiasi possibile preferenza sociale deve essere raggiungibile a partire da un appropriato insieme di preferenze individuali.
- La **non dittatorialità**
La funzione di scelta sociale non deve semplicemente seguire l'ordinamento delle preferenze di un individuo o un sottoinsieme di individui, al contempo ignorando le preferenze degli altri.

Arrow, K. J. (1951), Notes on the theory of social choice. *Social Choice and Individual Values*, 92-120.

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Le «ragionevoli» proprietà che dovrebbe avere una funzione di benessere sociale

- La **monotonicità**, o associazione positiva tra i valori individuali e sociali
Se un individuo modifica il proprio ordinamento di preferenze promuovendo una data opzione, la funzione di scelta sociale deve promuovere tale opzione o restare invariata, ma non può assegnare a tale opzione una preferenza minore.
- **L'indipendenza dalle alternative irrilevanti**
Se si confina l'attenzione ad un sottoinsieme di opzioni, e la funzione di scelta sociale è applicata ad esse soltanto, il risultato deve essere compatibile con il caso in cui la funzione di scelta sociale è applicata all'intero insieme di alternative possibili.

Arrow, K. J. (1951), Notes on the theory of social choice. *Social Choice and Individual Values*, 92-120.

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Teorema dell'(im)possibilità di Arrow

Non esiste alcuna funzione di benessere sociale in grado di soddisfare contemporaneamente tutte le proprietà sopra enunciate.

Corollario

"If we exclude the possibility of interpersonal comparisons of utility, the only method of passing from individual tastes to social preferences which will be satisfactory and which will be defined for a wide range of sets of individual orderings are either imposed or dictatorial".

Arrow, K. J. (1951), Notes on the theory of social choice. *Social Choice and Individual Values*, 92-120.

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Quindi, come risolvo il problema di scelta?

- a) **Mediante un processo di negoziazione** (*game*) fra i componenti del gruppo che individua l'alternativa di compromesso.
- b) **Adottando una opportuna *Group Utility Function*** $U_G(u_x)$ in grado di ponderare le utilità e la forza di ciascun componente il gruppo $u_x(a_i)$ e definita da un *Benevolent Dictator* o concordata fra i componenti del gruppo.

$$U_G(u_x) = g(u_x(a_i))$$

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Quali forme per la funzione di utilità sociale?

- **Additiva**

$$U_G(u_x) = \sum_{x=1}^N \gamma_x u_x(a_i)$$

- **Moltiplicativa**

$$U_G(u_x) = \frac{\prod_{x=1}^N \gamma \gamma_x u_x(a_i) - 1}{\gamma}$$

La valutazione dei parametri γ (>-1), e γ_i (compreso fra 0 e 1) equivale a esplicitare la comparazione interpersonale dell'utilità.

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Come assegnare i coefficienti γ_i ?

- **Assegnazione diretta** da parte del *Benevolent Dictator, paternalism*, con approcci simili a quelli visti per le scelte individuali ma con riferimento al benessere collettivo.
- Con **approcci mutualistici** in grado di far convergere la scelta verso un ragionevole compromesso:
 - **Bodily's Delegation Process**
 - **Negoziazione alla Nash-Harsanyi**

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Prima di affrontare il problema della stima della *Group Utility Function* è necessario stimare la **matrice di valutazione pesata delle alternative da parte degli attori** in modo da riunire e confrontare le preferenze dei vari gruppi.

Tale matrice può essere costruita **a partire dalla matrice di valutazione e applicandovi i vettori dei pesi di ciascun attore.**

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A				Vettori dei pesi w	
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Amministrazione	Comitato residenti	Comitato imprenditori
Apprezzamento locale	0.30	0.50	1.00	25.71%	66.58%	13.36%
Nuova occupazione	0.75	1.00	0.15	17.14%	11.39%	48.58%
Spesa adeguamento	0.25	0.40	0.25	34.29%	11.01%	21.86%
Entrate comunali	1.00	0.80	0.20	22.86%	11.01%	16.19%

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

La matrice di valutazione pesata delle alternative per l'**Amministrazione**

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Apprezzamento locale	0.077	0.129	0.257
Nuova occupazione	0.129	0.171	0.026
Spesa adeguamento	0.086	0.137	0.086
Entrate comunali	0.229	0.183	0.046
Somma	0.520	0.620	0.414

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

La matrice di valutazione pesata delle alternative per il **Comitato residenti**

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Apprezzamento locale	0.200	0.333	0.666
Nuova occupazione	0.085	0.114	0.017
Spesa adeguamento	0.028	0.044	0.028
Entrate comunali	0.110	0.088	0.022
Somma	0.423	0.579	0.732

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

La matrice di valutazione pesata delle alternative per il **Comitato imprenditori**

Attributi a	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Apprezzamento locale	0.040	0.067	0.134
Nuova occupazione	0.364	0.486	0.073
Spesa adeguamento	0.055	0.087	0.055
Entrate comunali	0.162	0.130	0.032
Somma	0.621	0.770	0.294

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Otteniamo una matrice $A \times X$ che riporta le utilità di ciascun attore X da ogni alternativa A

Attori X	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Amministrazione	0.520	0.620	0.414
Comitato residenti	0.423	0.579	0.732
Comitato imprenditori	0.621	0.770	0.294

La destinazione d'uso **Alberghiero** può essere scartata poiché **dominata** da **Direzionale** per tutti gli attori coinvolti nella scelta.

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Come assegnare i coefficienti γ_i ?

- **Assegnazione diretta** da parte del *Benevolent Dictator*, ...

Ad esempio, con un **confronto a coppie** attore vs attore $X \times X$, o anche con **Simos**.

Attori X	Pesi attori γ_i
Amministrazione	52.94%
Comitato residenti	30.88%
Comitato imprenditori	16.18%

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Come assegnare i coefficienti γ_i ?

- Con **approcci mutualistici ...** :
 - **Bodily's *Delegation Process***

È un **patto fra attori di reciproco riconoscimento delle preferenze.**

Assume che per ogni attore i del gruppo esista un sottogruppo formato dagli altri $N - 1$ componenti e che ciascun individuo conosca le preferenze degli altri componenti ma non i pesi che le rappresentano.

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Bodily's Delegation Process, postulati

1. Delega

Per ogni componente i del gruppo esiste un suo sottogruppo formato dagli altri $j, N - 1$ componenti. Ogni individuo i assegna a ciascun componente del suo gruppo un peso p_{ij} compreso fra 0 e 1 ed assegnando a se stesso p_{ii} il peso 0 e con

$$\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1$$

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Bodily's Delegation Process, postulati

2. Regola decisionale

Ogni sottogruppo adotta una funzione di utilità additiva per ordinare le alternative dove i parametri γ_x sono i p_{ij} .

3. Sostituzione

La funzione di utilità del sottogruppo del membro i sostituisce la funzione di utilità del medesimo membro i .

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Come assegnare i coefficienti γ_i ?

- Con approcci mutualistici ... :
– **Bodily's Delegation Process**

Sotto gruppo i che assegna i pesi	Pesi assegnati p_{ij}			Somma
	Pesi Amministrazione	Pesi Comitato Residenti	Pesi Comitato Imprenditori	
Amministrazione	-	0.70	0.30	1.00
Comitato residenti	0.80	-	0.20	1.00
Comitato imprenditori	0.80	0.20	-	1.00
Somma	1.60	0.90	0.50	3.00
Somma normalizzata γ_i	53.33%	30.00%	16.67%	

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

Riportiamo la matrice $A \times X$ che mostra le utilità generate a ciascun attore X da ogni alternativa A e i pesi degli attori γ_i ...

Attori X	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A		Pesi attori γ_i
	Direzionale	Residenziale	
Amministrazione	0.620	0.414	52.94%
Comitato residenti	0.579	0.732	30.88%
Comitato imprenditori	0.770	0.294	16.18%

I metodi analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM o MCGDM)

... e calcoliamo la somma pesata

Attori X	Alternative di recupero di un'area dismessa e inquinata A	
	Direzionale	Residenziale
Amministrazione	0.328	0.219
Comitato residenti	0.179	0.226
Comitato imprenditori	0.124	0.047
Somma	0.632	0.493
Ordinamento	1	2



In conclusione...

- L'analisi multi-attributo **consente di affrontare efficacemente problemi di valutazione complessi.**
- L'AMA si dimostra, alla prova operativa, **molto flessibile** e capace di supportare problemi di scelta molto diversi fra loro.
- L'AMA **consente di incorporare agevolmente criteri di valutazione qualitativi**, difficili da valutare monetariamente.
- I metodi di AMA devono essere **applicati con una certa attenzione** poiché le assunzioni su alcuni passaggi - apparentemente tecnici - possono influire sugli ordinamenti finali e distorcere la scelta.
- Per le alee evidenziate, **il risultato dell'analisi non sostituisce mai il decisore nella scelta**, ma deve essere considerato un **supporto/aiuto alla decisione.**

The end

 fhbwak1

Raul Berto

Edificio C9, 5° piano, stanza C9_5.11
rberto@units.it



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

 Dipartimento di
Ingegneria
e Architettura