UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA e ARCHITETTURA

LAUREA MAGISTRALE

IN INGEGNERIA CIVILE

CORSO DI

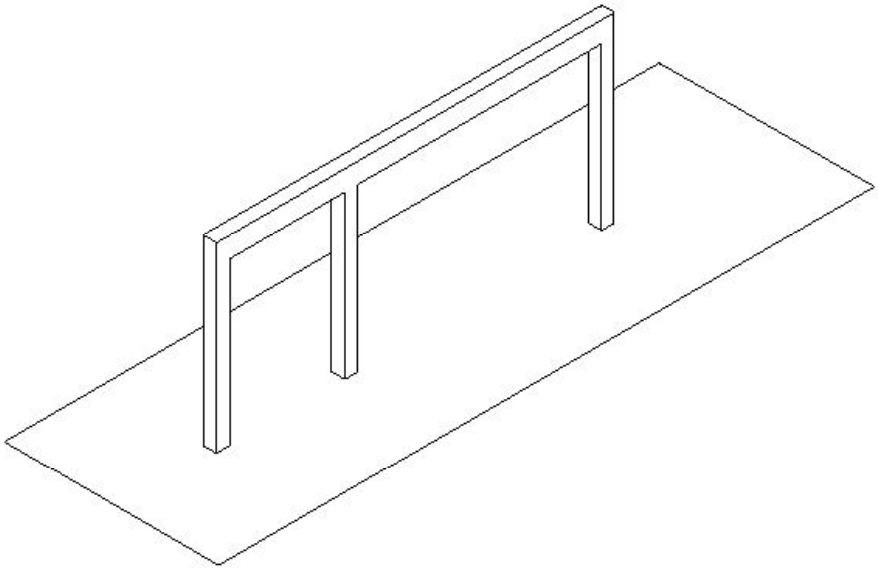
COSTRUZIONI IN C.A. (481MI)

a.a. 2024/ 25

Docente: dott. ing. Isaia CLEMENTE

ESERCITAZIONE:

PROGETTO DI UN TELAIO IN C.A. AGLI S.L.



Marzo 2025 - v. 1.0

INDICE

1. GENERALITA' 4

1.1. Relazione generale sulle strutture 4
1.2. Normativa di riferimento 5
1.3. Relazione sulle caratteristiche dei materiali 6
1.3.1. Calcestruzzo 6
1.3.2. Acciaio da c.a. 6

2. RELAZIONE DI CALCOLO 7

2.1. Analisi dei carichi 7
2.2. Primissimo dimensionamento 7
2.3. Progetto della trave agli Stati Limite Ultimi (S.L.U.) 7
2.3.1. Schema statico adottato 7
2.3.2. Azioni di progetto 8
2.3.3. Determinazione delle sollecitazioni 8
2.3.4. Spuntamento del diagramma del momento flettente 13
2.3.5. Ridistribuzione 14
2.3.6. Traslazione 14
2.3.7. Caratteristiche sollecitanti delle sezioni 15
2.3.8. Dimensionamento delle armature 16
2.3.8.1. Sezione B 17
2.3.8.2. Sezione BC 17
2.3.9. Verifica a momento flettente 18
2.3.9.1. Sezione B – momento negativo 19
2.3.9.2. Sezione BC – momento positivo 20
2.3.9.3. Riassunto sezioni 22
2.3.9.4. Diagramma dei momenti resistenti 23
2.3.10. Dimensionamento delle staffe (armature a taglio) 24
2.3.11. Verifica a taglio 24
2.3.11.1. Taglio resistente 25
2.3.11.2. Verifica taglio massimo 26
2.3.11.3. Diagramma del taglio resistente 27
*2.3.12. Zone con carichi concentrati o zone d'appoggio ..... **Errore. Il segnalibro non è definito.***
2.3.13. Armatura longitudinale agli appoggi 27
2.3.14. Ancoraggio 28
2.3.15. Giunzioni 29

2.4. Verifiche della trave nei confronti degli Stati Limite di Esercizio (S.L.E.).....30
2.4.1. Azioni di progetto.....*30*
2.4.2. Stato limite delle tensioni di esercizio.....*34*
2.4.3. Fessurazione.....*37*
2.4.4. Stato limite di deformazione.....*41*
2.5. Progetto dei pilastri agli Stati Limite Ultimi (S.L.U.).....42
2.5.1. Sollecitazioni di progetto.....*42*
2.5.2. Predimensionamento.....*43*
2.5.3. Verifica elementi snelli.....43
2.5.3.1. Verifica snellezza.....44
2.5.3.2. Verifica instabilità.....*47*
2.5.4. Costruzione del Dominio di Resistenza.....*48*
2.5.4.1. Calcolo del dominio di resistenza Pilastri 1-2-3.....*50*
2.5.4.2. Verifica a pressoflessione.....*50*
2.5.4.3. Il programma VcaSlu.....*51*
2.5.5. Staffe.....*53*
2.5.6. Giunzioni.....*53*
2.6. Verifiche dei pilastri nei confronti degli S.L.E. (Tensioni di Esercizio).....52
2.7. Plinti.....56
2.7.1. Progetto Plinto 2.....*56*
2.7.1.1. Predimensionamento.....*56*
2.7.1.2. Verifica stato limite ultimo.....*56*
2.7.1.3. Verifica punzonamento.....*57*

APPENDICE A.....58
APPENDICE B.....62
La Pagina Utile.....62

1. GENERALITA'

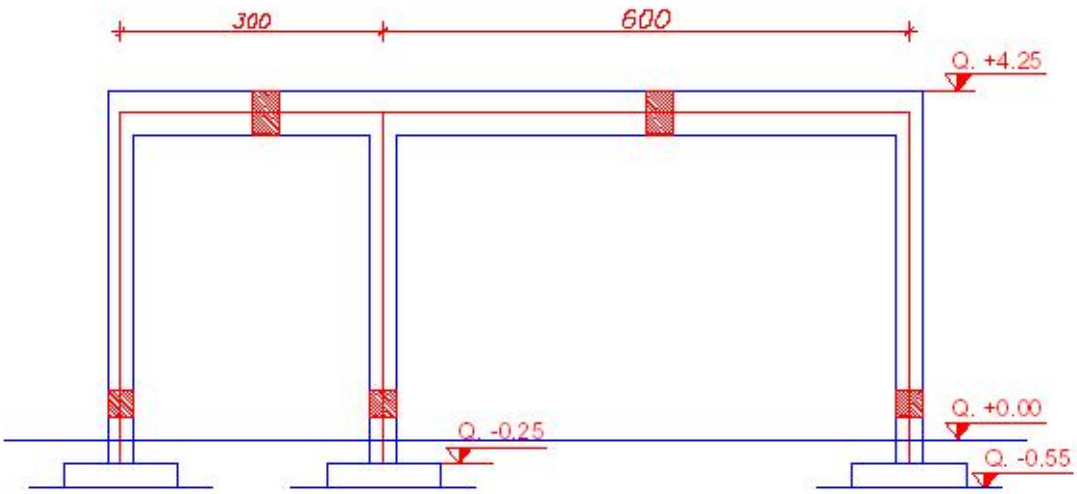
1.1. Relazione generale sulle strutture

Si tratta di un telaio piano in cemento armato normale realizzato in opera.
In particolare, risulta costituito da due campate ed un solo piano, con fondazioni a plinti isolati: le campate misurano rispettivamente 3.00 e 6.00 metri, mentre la quota dell'estradosso della trave è posta a 4.25 m rispetto al piano campagna.

Ai fini di questa progettazione si osserva che il telaio è considerato a nodi fissi, in quanto si è ipotizzato l'esistenza di una struttura controventante che riprenda i carichi orizzontali (vento e sisma). La struttura controventante potrebbe essere un nucleo scale/ascensore e/o una serie ben organizzata di setti in c.a.

Le opere strutturali consistono in:

- fondazioni superficiali a plinto in c.a.
- trave in c.a.
- pilastri in c.a.



1.2. Normativa di riferimento

Tutti i calcoli, esposti di seguito, sono eseguiti secondo i criteri della scienza delle costruzioni.

Le verifiche sono svolte utilizzando il ***metodo degli stati limite*** (S.L.).

Le unità di misura utilizzate sono quelle del Sistema Internazionale.

Gli elementi strutturali non espressamente riportati nella relazione sono stati comunque calcolati e dimensionati secondo i criteri sopra citati. Analogamente le verifiche che non risultano esplicitate s'intendono comunque soddisfatte.

Tutti i calcoli e le verifiche sono redatti in conformità alla normativa vigente in materia, cioè:

- L. 5/11/1971 n. 1086 – *"Norme per la disciplina delle opere di conglomerato cementizio armato, normale e precompresso ed a struttura metallica"*
- D.M. LL.PP. 16/01/96 – *"Norme tecniche relative ai Criteri generali per la verifica di sicurezza delle costruzioni e dei carichi e sovraccarichi"*
- Circolare Ministero dei Lavori Pubblici n° 156 AA.GG./STC dd. 04.07.1996 – *"Istruzioni per l'applicazione delle Norme tecniche relative ai criteri generali per la verifica di sicurezza delle costruzioni e dei carichi e sovraccarichi di cui al decreto ministeriale 09.01.1996";*
- D.M. LL.PP. 09/01/96 – *"Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle opere in c.a., normale e precompresso e per le strutture metalliche"*
- Circolare Ministero dei Lavori Pubblici n° 252 AA.GG./S.T.C. – *"Istruzioni per l'applicazione delle Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle opere in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche di cui al decreto ministeriale 09.01.1996";*
- D.M. 14/01/2008 – Norme tecniche per le costruzioni
- D.M. 17/01/2018 – Aggiornamento "Norme tecniche per le costruzioni";
- Circolare 21/01/2019 - Istruzioni per l'applicazione dell'Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 17 gennaio 2018;

1.3. Relazione sulle caratteristiche dei materiali

1.3.1. Calcestruzzo

Per tutti gli elementi in c.a. si prescrive le seguenti caratteristiche:

$R_{ck} >= 25$ N/mm^2

$f_{cd} = 0.83\ R_{ck} / 1.6 = 12.97$ N/mm^2
$f_{ctm} = 0.27\ (R_{ck})^{2/3} = 2.30$ N/mm^2
$f_{ctk} = 0.7\ f_{ctm} = 1.61$ N/mm^2
$f_{ctd} = f_{ctk} / 1.6 = 1.01$ N/mm^2
$E_c = 5700\ (R_{ck})^{1/2} = 28500$ N/mm^2
$\gamma_c = 25$ kN/m^3
$\varepsilon_{cu} = 3.5‰$

1.3.2. Acciaio da c.a.

FeB44k

$f_{yk} = 430$ N/mm^2
$f_{sd} = f_{yk} / 1.15 = 374$ N/mm^2
$E_s = 208000$ N/mm^2
$\varepsilon_{su} = 10‰$
$\varepsilon_{yd} = f_{sd} / E_s = 1.8‰$

N.B.
Nell'esercizio seguente sono stati assunti i seguenti valori (normative precedenti alle NTC)

FeB44k	$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 430 / 1.15 = 374$ MPa
coeff. cls	$\gamma_c = 1.6$
coeff. azioni perm.	$\gamma_G = 1.4$

2. RELAZIONE DI CALCOLO

2.1. Analisi dei carichi

Si assumono le seguenti azioni caratteristiche:

p.p.	da valutare
sovraccarico permanente	= 30 kN/m
sovraccarico variabile	= 10 kN/m

2.2. Primissimo dimensionamento

Si esegue un primissimo dimensionamento degli elementi strutturali al fine di eseguire una corretta analisi delle sollecitazioni.
Tale predimensionamento avviene seguendo semplici relazioni di base della scienza e tecnica delle costruzioni, semplificando il problema a schemi statici elementari.
Dopo qualche tentativo e con il crescere dell'esperienza si trovano velocemente le sezioni ottimali.

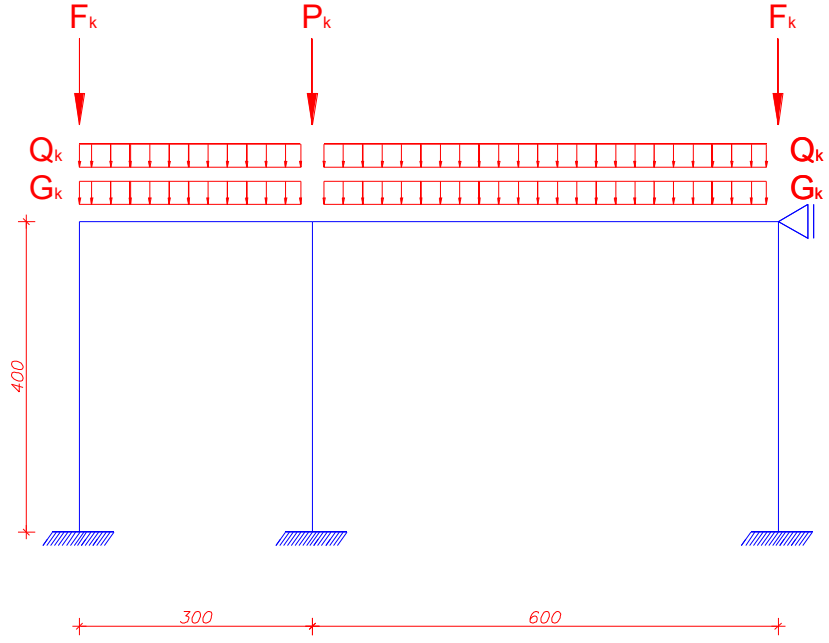
Nel caso in oggetto si sono assunte le seguenti sezioni:

- Trave 30x50 (b = 30 cm , h = 50 cm) — pp = 0.30x0.50x25 = 3.75 kN/m
- Pilastri 30x30 a sezione quadrata — pp = 0.30x0.30x25 = 2.25 kN/m

2.3. Progetto della trave agli Stati Limite Ultimi (S.L.U.)

2.3.1. Schema statico adottato

Al fine di determinare correttamente le azioni sollecitanti si adottata una schema statico a telaio incastrato al piede, nodi di continuità fra i diversi elementi strutturali, come indicato in figura:



2.3.2. Azioni di progetto

L'azione di progetto agli S.L.U si esprime in questo caso come:

$$F_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k$$

dove :

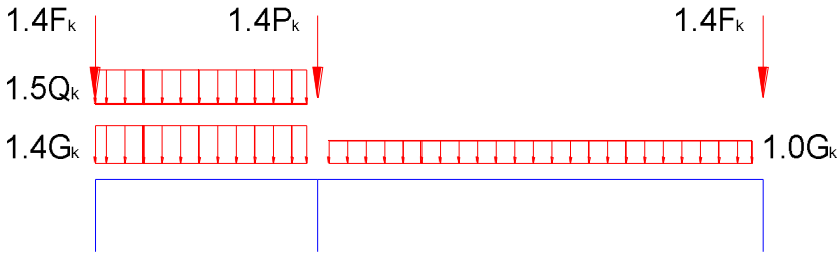
γ_G = 1.4 (1.0 se a favore di sicurezza)
γ_Q = 1.5 (0 se a favore di sicurezza)

G_k = pp + perm = 3.75 + 30 = 33.75 kN/m
Q_k = variabili = 10 kN/m

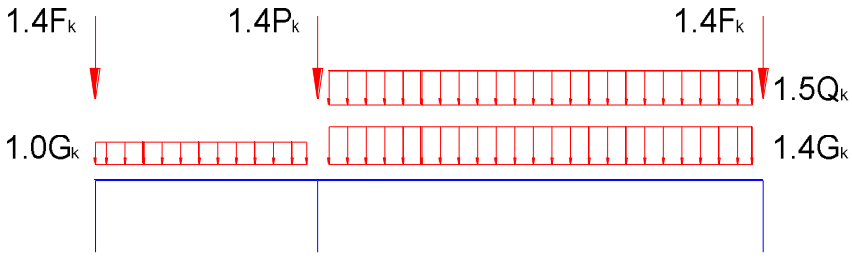
F_k = 200 kN
P_k = 300 kN

Al fine di determinare le massime sollecitazioni negli elementi strutturali, si adottano le seguenti combinazioni di carico:

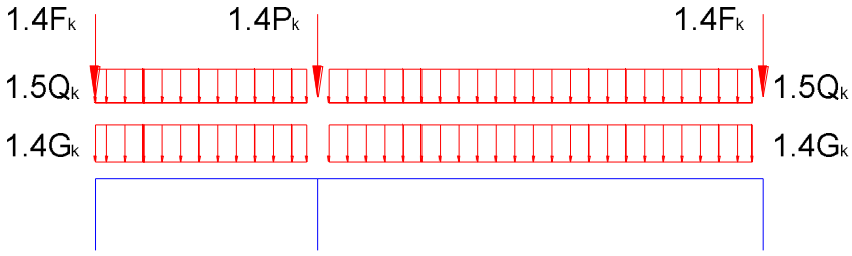
1) Comb. Campata 1



2) Comb. Campata 2



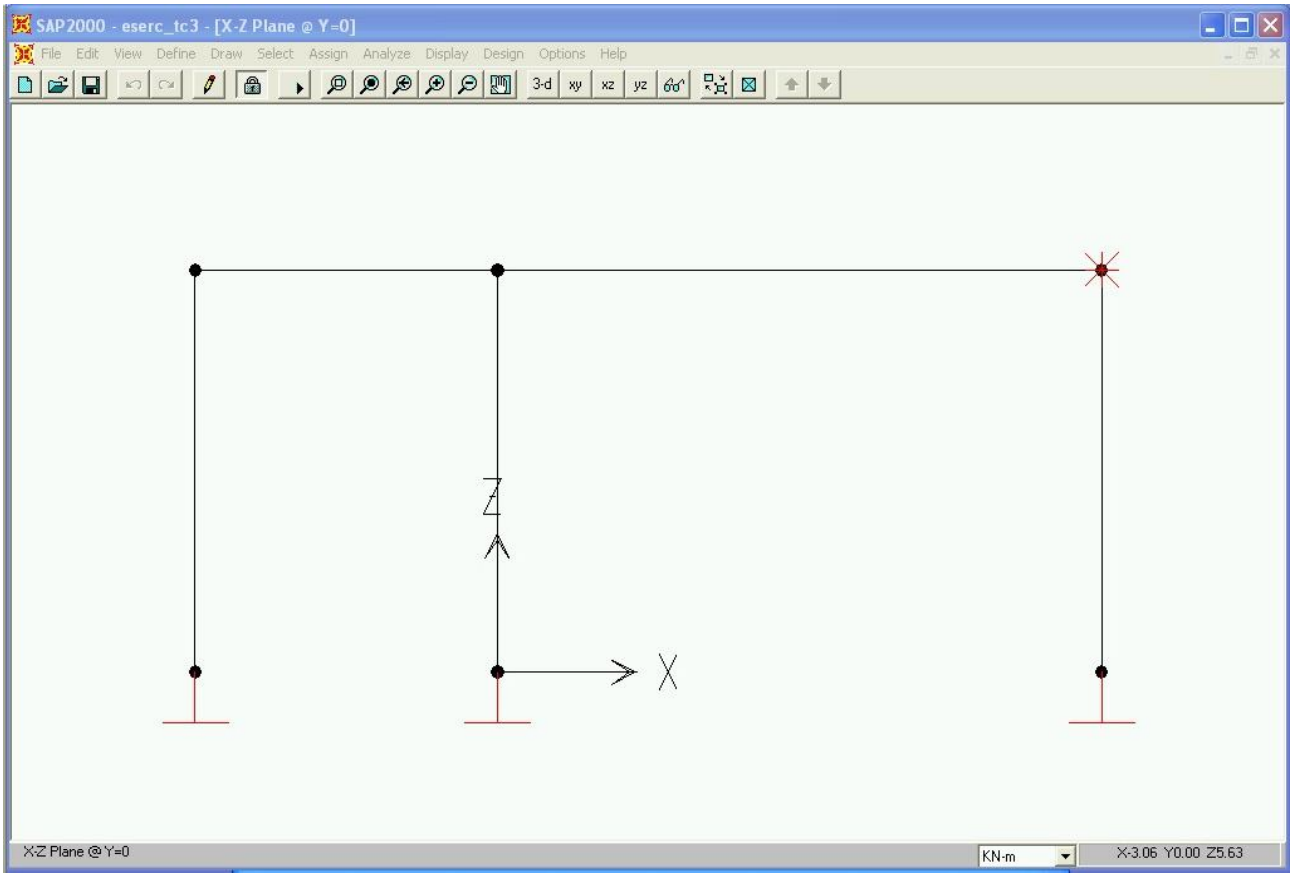
3) Comb. Appoggio centr.

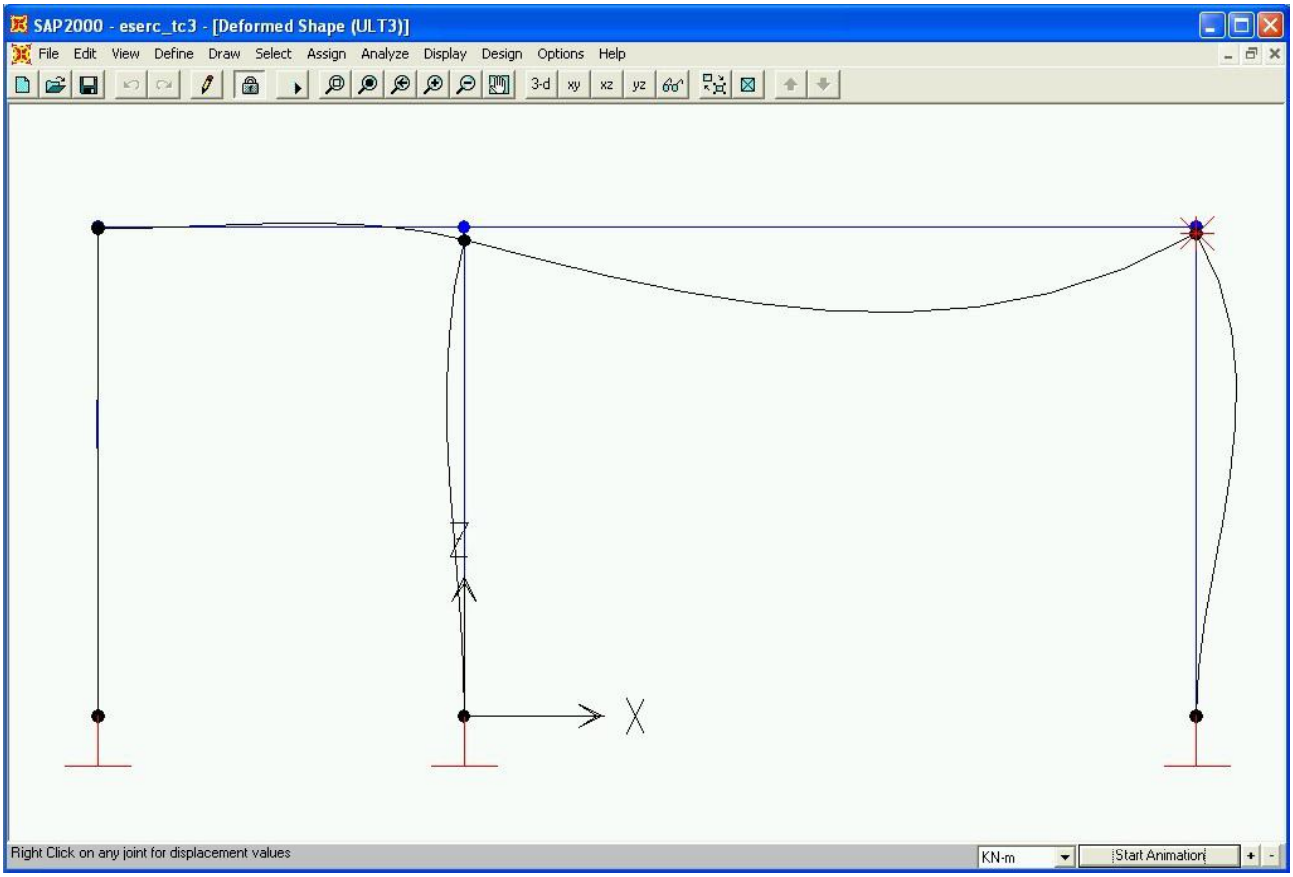


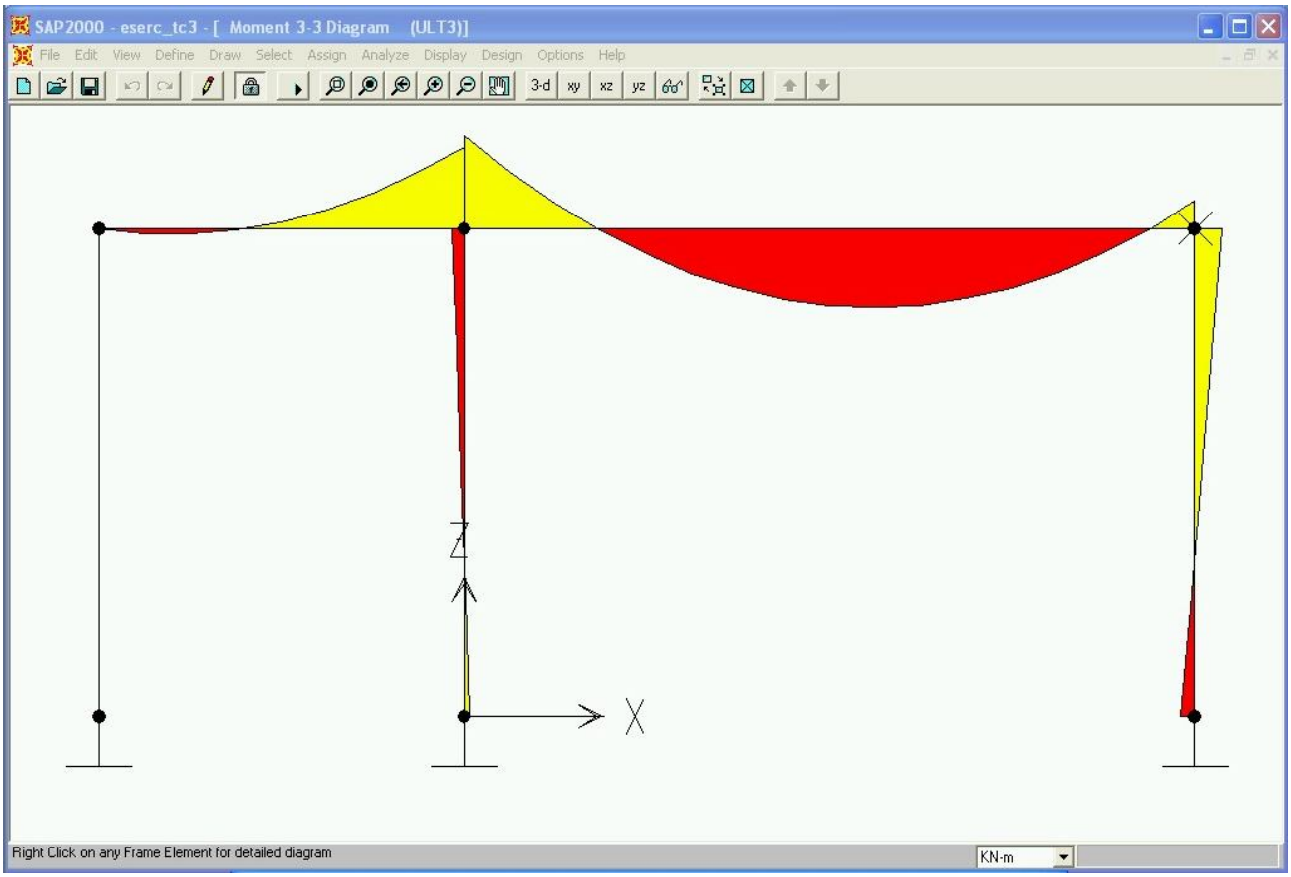
2.3.3. Determinazione delle sollecitazioni

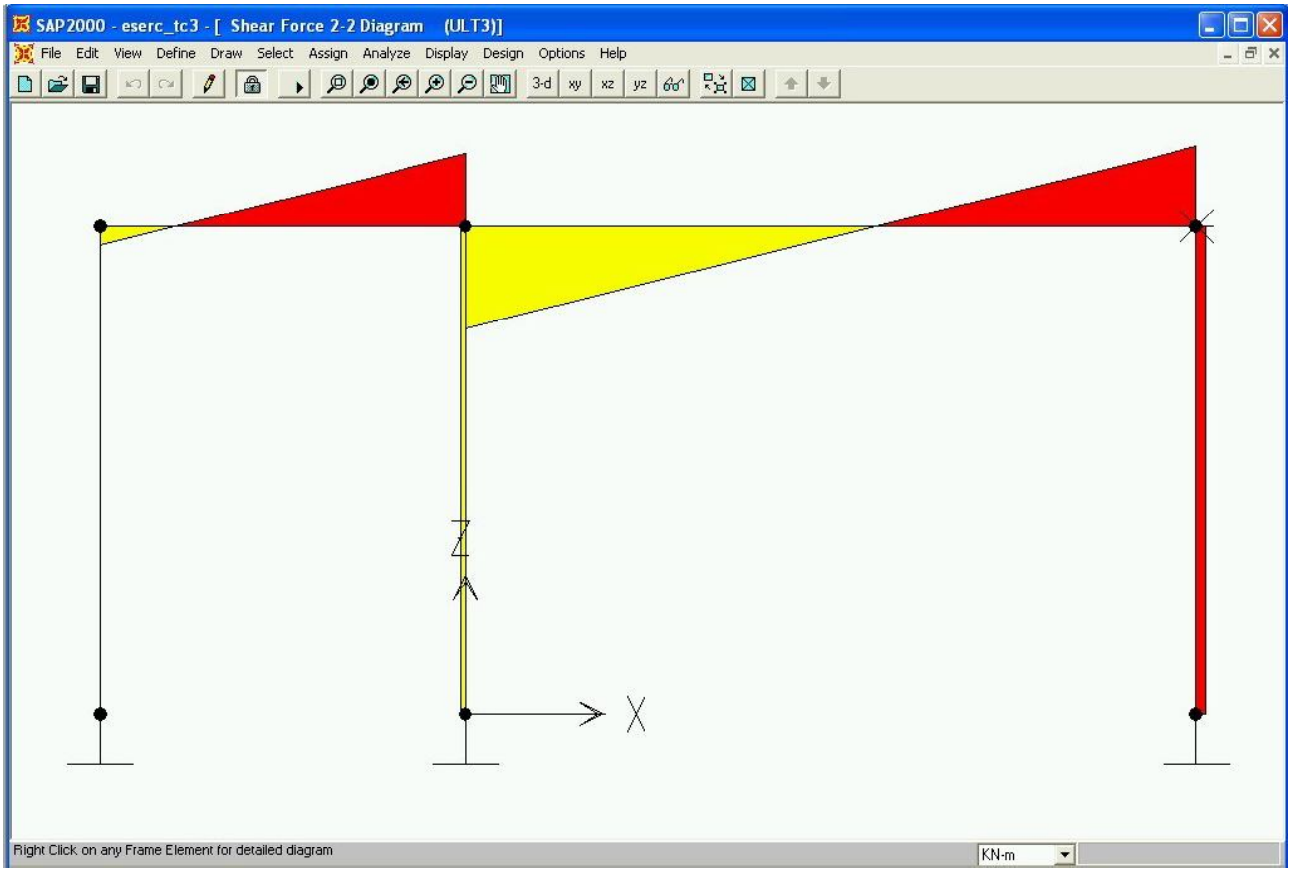
In questo caso, l'analisi statica della struttura è stata eseguita con il programma di calcolo strutturale agli elementi finiti Sap2000 v.6.11. I risultati del calcolo delle sollecitazioni della struttura sono riportati nell'allegato tabulato di calcolo.

Solo a fini didattici si riportano le principali schermate del programma di calcolo.



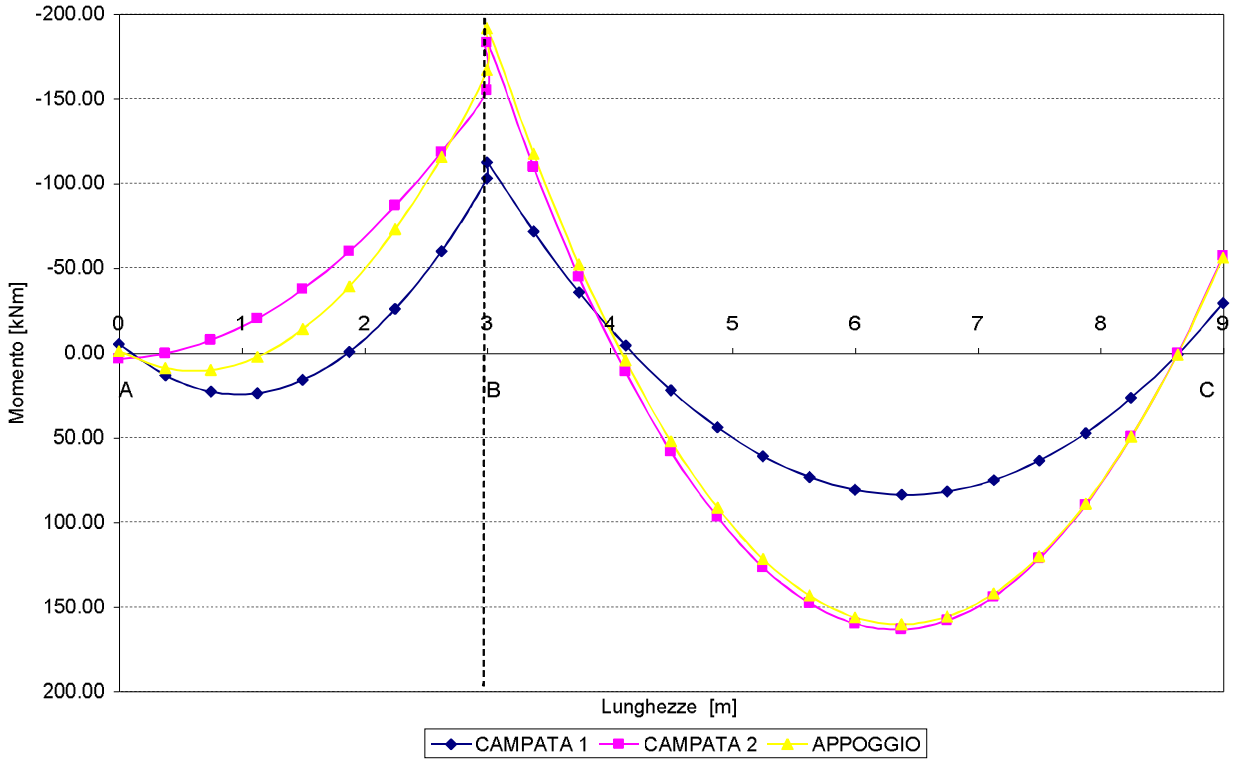






Di seguito si riportano i risultati dell'analisi strutturale in termini grafici:

DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE



INVILUPPO DEL MOMENTO FLETTENTE

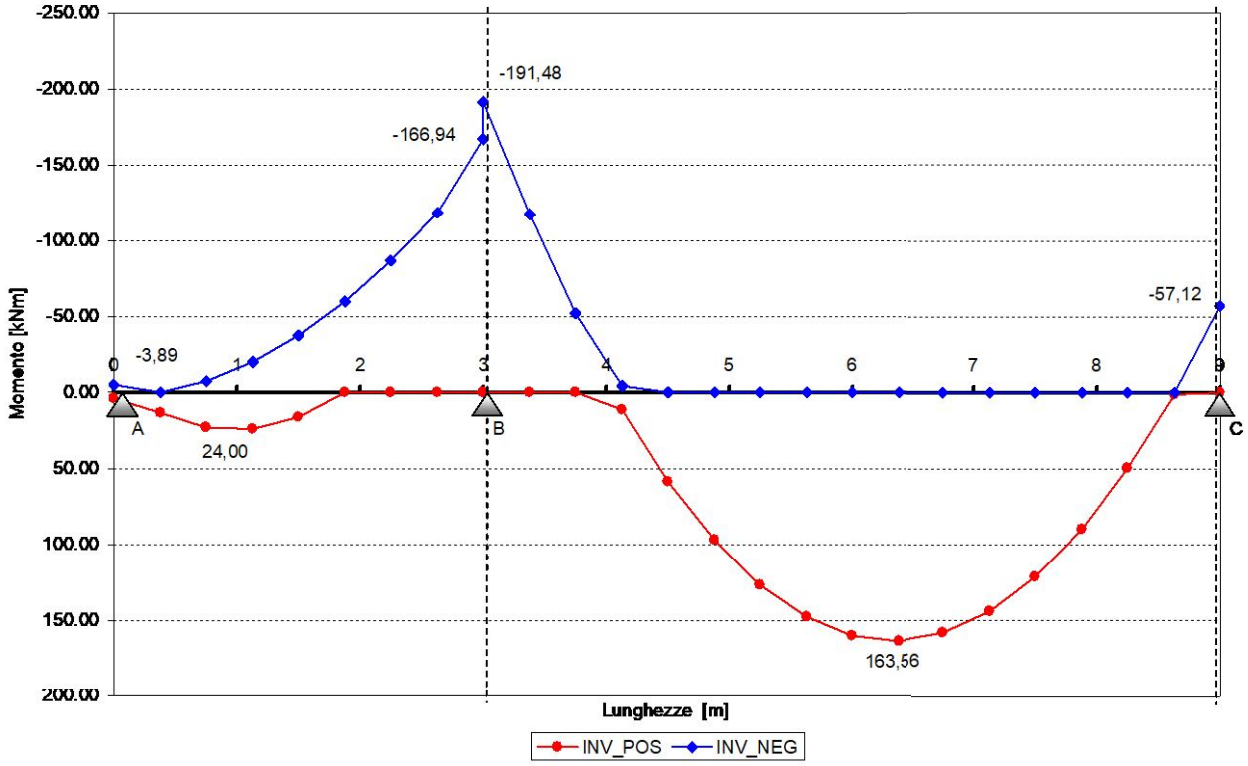
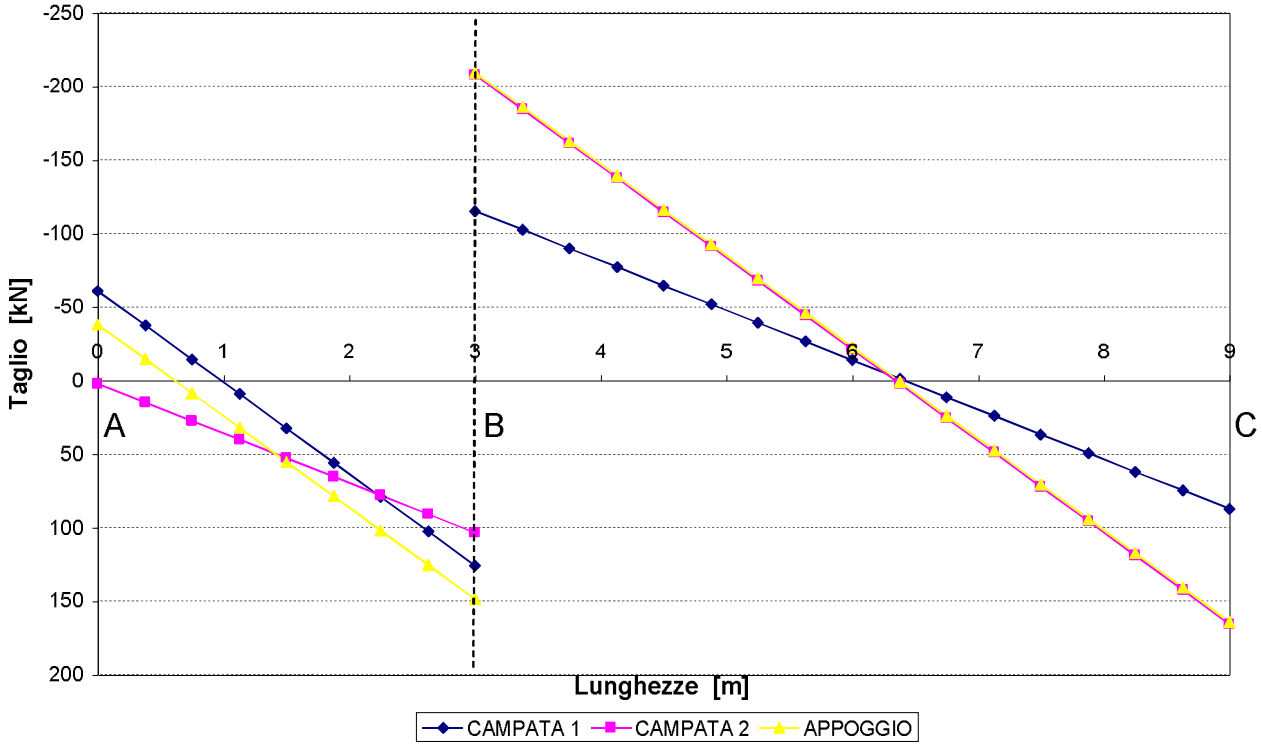
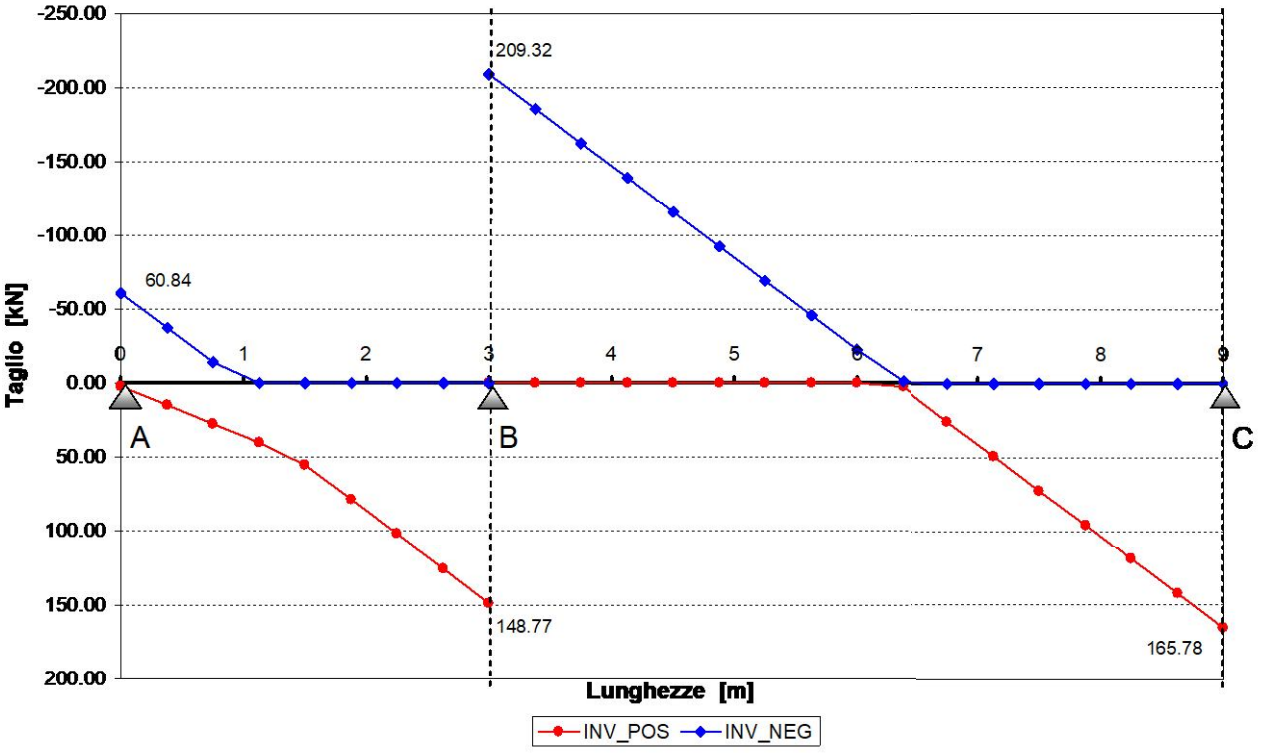


DIAGRAMMA DEL TAGLIO



INVILUPPO DEL TAGLIO



2.3.4. Spuntamento del diagramma del momento flettente

Consiste nel diminuire i momenti negativi (in valore assoluto) per tener conto della dimensione finita degli appoggi:

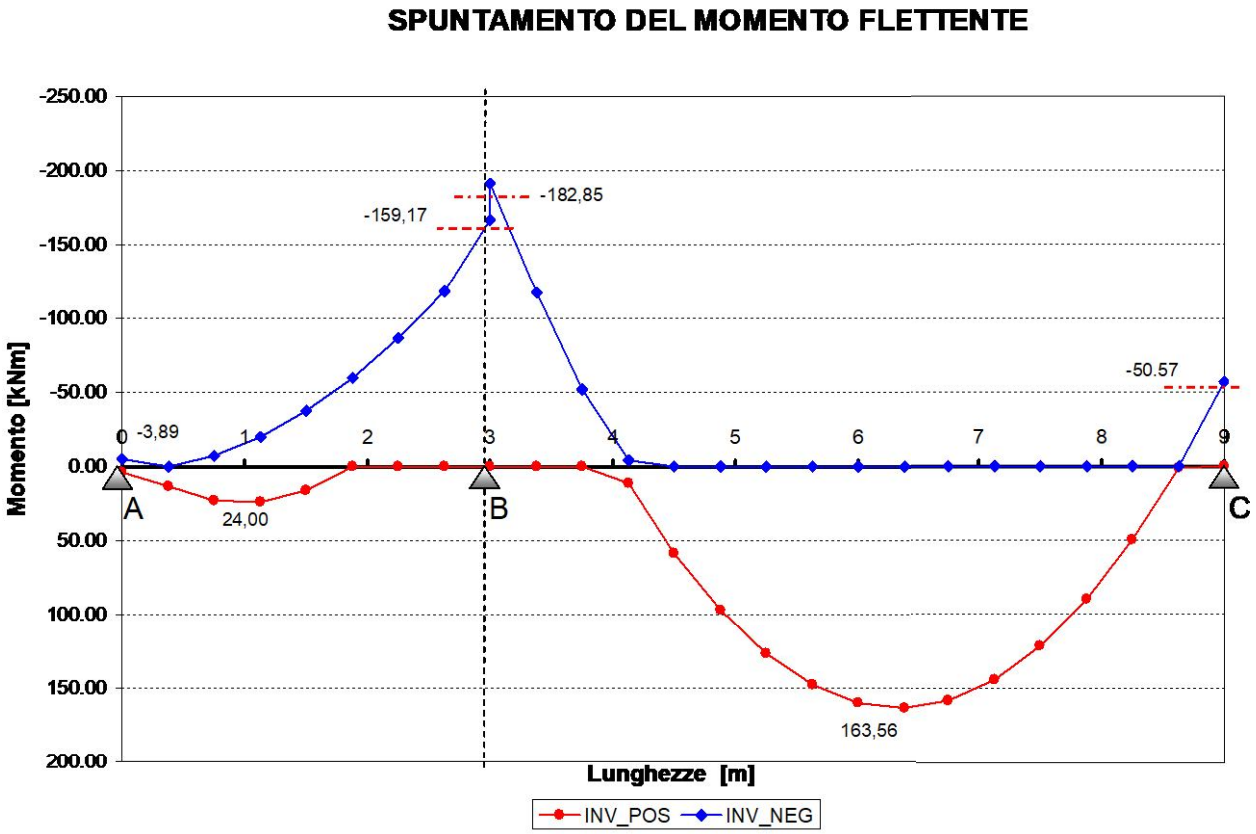
In generale:

$M_S = R*a/8$ [KNm] R= reazione appoggio [KN] a= dimensione appoggio [m]

Nel caso particolare, avendo già eseguito l'inviluppo delle combinazione, si procede allo spuntamento secondo la minore delle reazioni, o analogamente, il minore dei tagli per ciascun estremo della trave:

$M_S = V*a/4$ [KNm] V= taglio appoggio [KN] a= dimensione appoggio [m]

SEZIONE A :	M = -3.89	V = 0	$M_S = 0x0.30 / 4 = 0$	< 15 %
SEZIONE B_{sx} :	M = -166.94	V = 103.6	$M_S = 103.6x0.30 / 4 = 7.77$	< 15 %
SEZIONE B_{dx} :	M = -191.48	V = 115.1	$M_S = 115.1x0.30 / 4 = 8.63$	< 15 %
SEZIONE C :	M = -57.12	V = 87.4	$M_S = 87.4x0.30 / 4 = 6.55$	< 15 %



2.3.5. Ridistribuzione

Come da normativa (ϕ 4.1.1.1) è possibile eseguire un calcolo elastico lineare con ridistribuzione : "*Per le sole verifiche agli stati limite ultimi, i risultati dell'analisi elastica possono essere modificati con una ridistribuzione dei momenti, nel rispetto dell'equilibrio e delle capacità di rotazione plastica delle sezioni dove si localizza la ridistribuzione. In particolare la ridistribuzione non è ammessa per i pilastri e per i nodi dei telai, è consentita per le travi continue, le travi di telai in cui possono essere trascurati gli effetti del secondo ordine e le solette, a condizione che le sollecitazioni di flessione siano prevalenti ed i rapporti tra le luci di campate contigue siano compresi nell'intervallo 0,5-2,0.*"

In tale progetto, la ridistribuzione non è stata eseguita.
(In Appendice A è riportato un esempio di ridistribuzione)

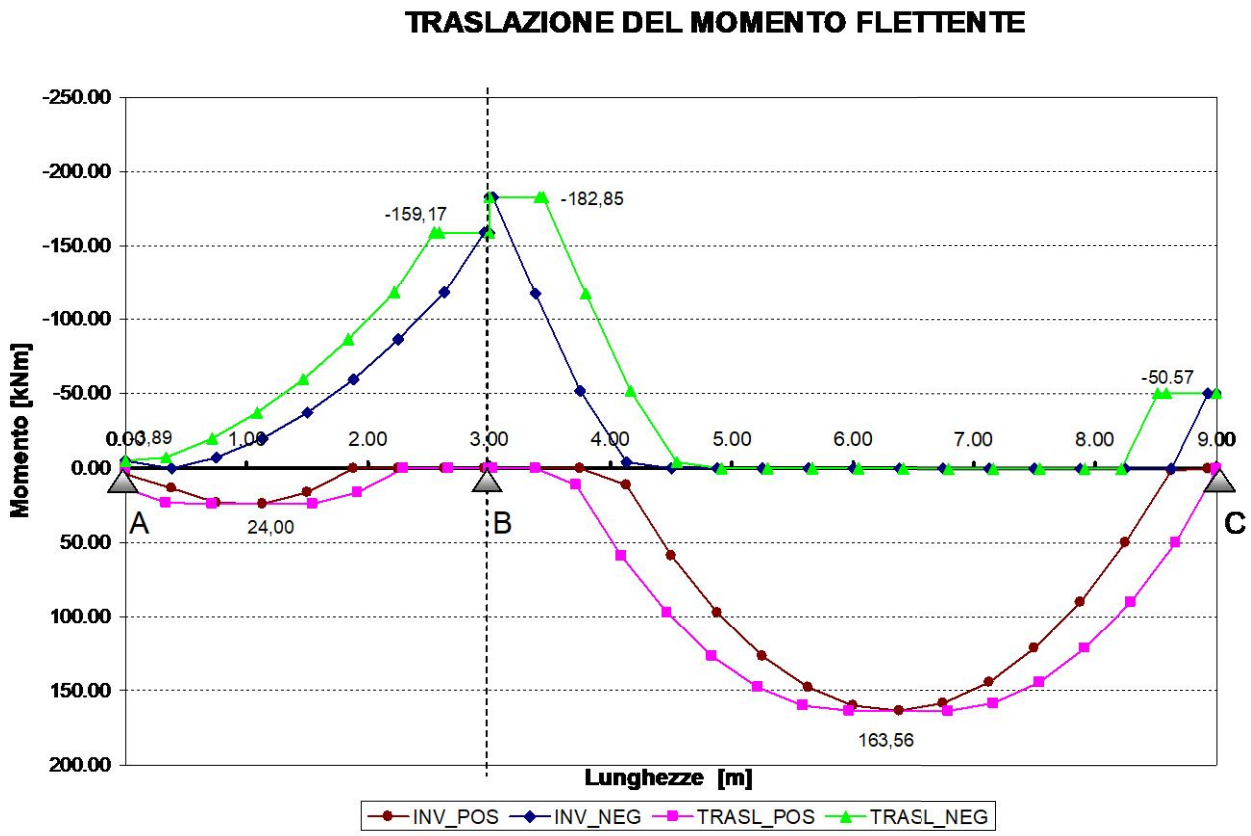
2.3.6. Traslazione

"*La verifica dell'armatura longitudinale comporta la traslazione del diagramma del momento flettente ..... nel verso che dà luogo ad un aumento del valore assoluto del momento flettente*".

Si trasla di una quantità pari a

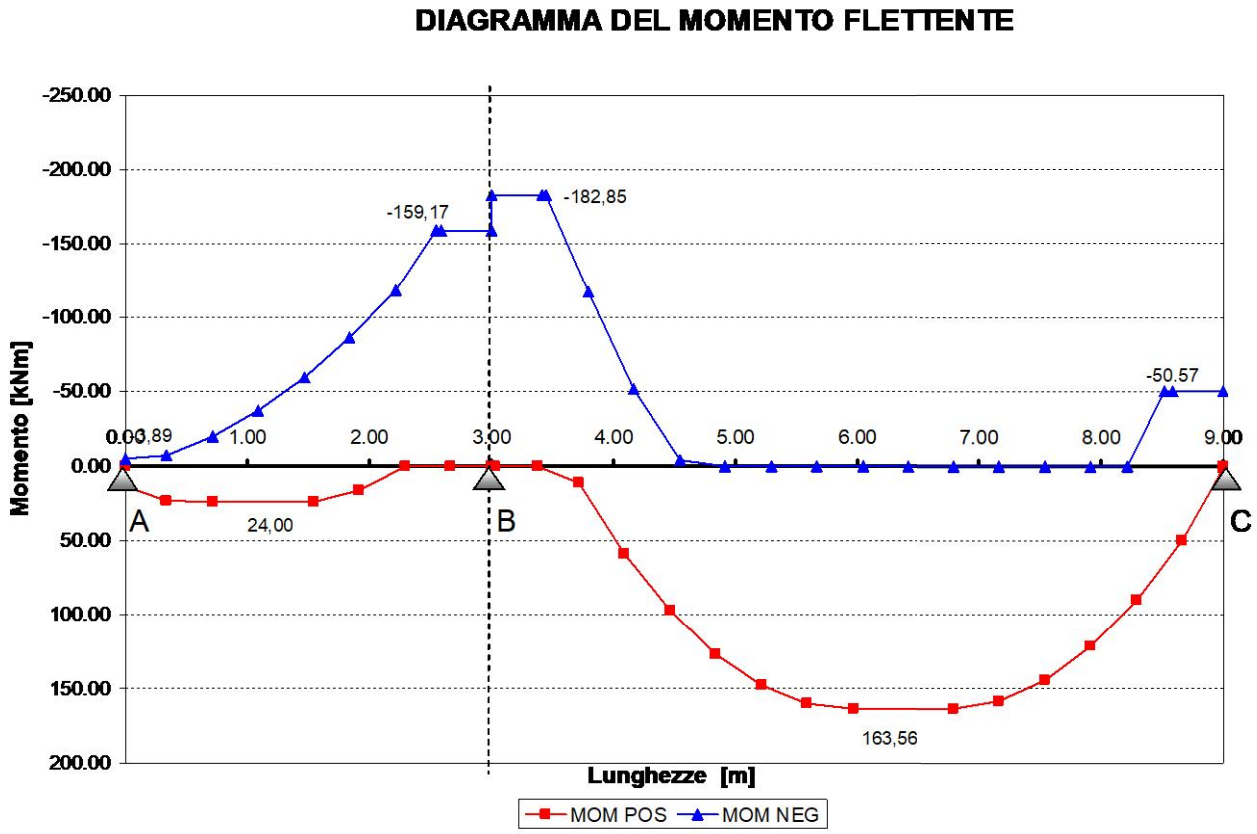
$$a = 0.9*d\,(\cot\theta - \cot\alpha) \qquad a > 0.2\ d$$

Nel nostro caso $a = 0.9 * 460*(\cot 45 - \cot 90°) = 414$ mm $= 0.414$ m



2.3.7. Caratteristiche sollecitanti delle sezioni

SEZIONE	*MOMENTO*	*TAGLIO*
A	-3.89	60.84
AB	24.00	~ 0
Bsx	-159.17	148.77
Bdx	-182.85	209.32
BC	163.56	~ 0
D	-50.57	165.78



2.3.8. Dimensionamento delle armature

Prima di procedere alla verifica delle sezioni trasversali è buona norma eseguire un predimensionamento delle armature delle sezioni più sollecitante facendo attenzione anche ad una disposizione coerente delle barre d'armatura:

1) corretta localizzazione del punto di sovrapposizione delle barre (per quanto possibile in corrispondenza a valori nulli del momento flettente)

2) adeguato numero (non troppo elevato) di diversi diametri delle barre

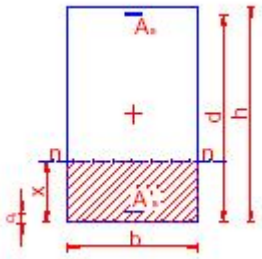
3) rispetto della lunghezza massima consentita delle barre d'armatura: al massimo 12 m, in alcuni casi non superiore ai 6 m.

4) ecc..

A tal fine può essere sufficiente adottare la seguente formula semplificata:

$$A_s = \frac{M_{sdu}}{0.9 \cdot d \cdot f_{sd}}$$

2.3.8.1. Sezione B



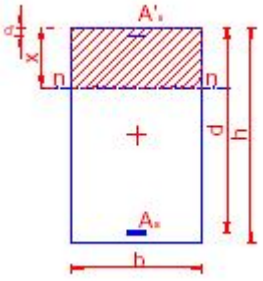
b = 300 mm d = 460 mm f_{cd} = 12.97 N/mm^2
h = 500 mm d' = 40 mm f_{sd} = 374 N/mm^2

M_{sdu} = -182.85 kNm

$A_s = \frac{182.85 \times 10^6}{0.9 \times 460 \times 374} = 1181$ mm^2 si adotta A_s = 2+2 ϕ20 = 1256 mm^2

ρ = 0.91%

2.3.8.2. Sezione BC



b = 300 mm d = 460 mm f_{cd} = 12.97 N/mm^2
h = 500 mm d' = 40 mm f_{sd} = 374 N/mm^2

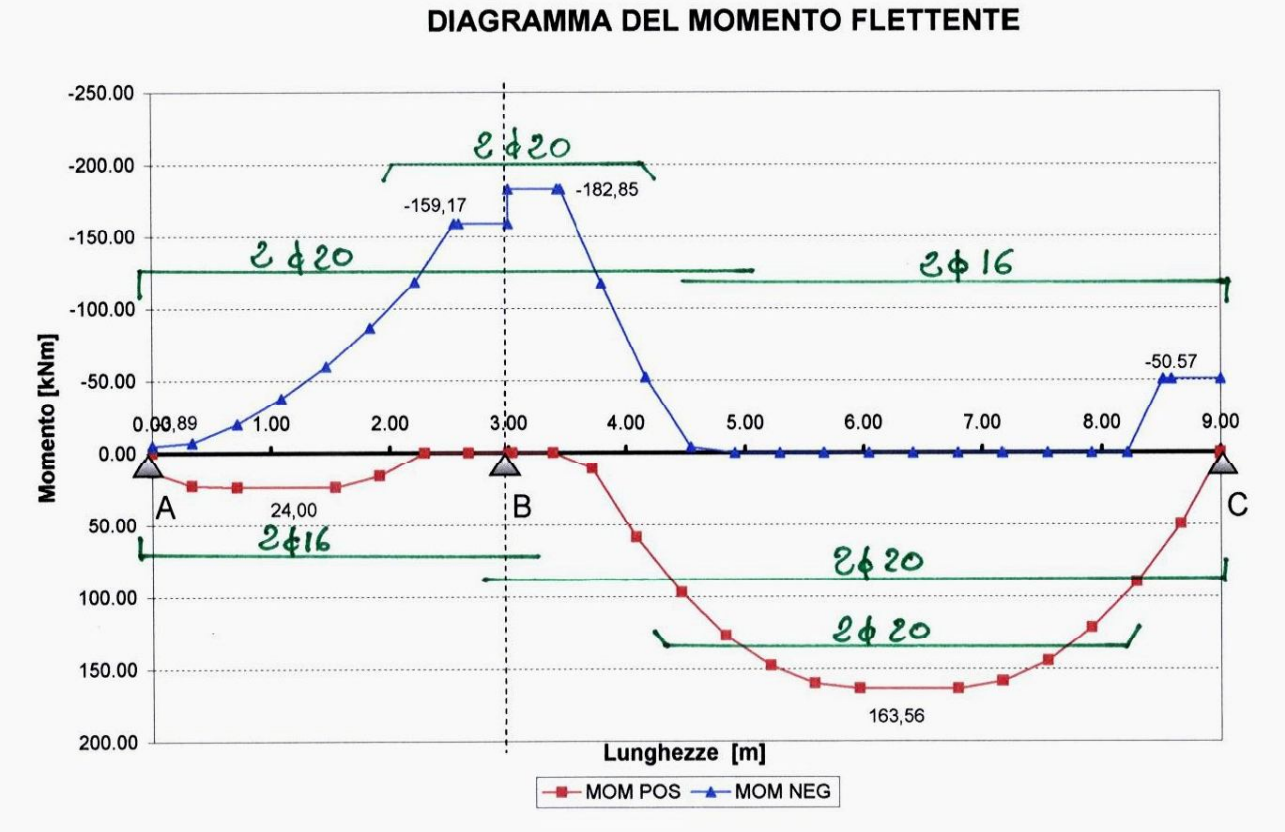
M_{sdu} = 163.56 kNm

$A_s = \frac{163.56 \times 10^6}{0.9 \times 460 \times 374} = 1056$ mm^2 si adotta A_s = 2+2 ϕ20 = 1256 mm^2

ρ = 0.91%

Analogamente per le altre sezioni.

1



2.3.9. Verifica a momento flettente

Le verifiche sono svolte secondo il metodo degli stati limiti ultimi a rottura; inoltre si dovrà verificare la quantità di armatura longitudinale A_S secondo il paragrafo ϕ4.1.6.1.1.

4.1.6.1.1 Armatura delle travi

L'area dell'armatura longitudinale in zona tesa non deve essere inferiore a

$$A_{s,min} = 0{,}26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t \cdot d \qquad \text{e comunque non minore di } 0{,}0013 \cdot b_t \cdot d \qquad [4.1.45]$$

dove:

b_t rappresenta la larghezza media della zona tesa; per una trave a T con piattabanda compressa, nel calcolare il valore di b_t si considera solo la larghezza dell'anima;

d è l'altezza utile della sezione;

f_{ctm} è il valore medio della resistenza a trazione assiale definita nel § 11.2.10.2;

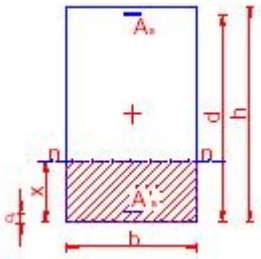
f_{yk} è il valore caratteristico della resistenza a trazione dell'armatura ordinaria.

Verranno utilizzate le seguenti formule:

$$A_s / (b*h) > 0.13\%$$
$$0.8\ \eta - \rho\ \alpha + \rho'\ \alpha' = 0$$
$$\rho'\ \alpha'\ (\ 0.4\ \eta - \delta'\ ) + \rho\ \alpha\ (\ 1 - 0.4\ \eta\ ) = m$$
$$M_{Rdu} = m\ b\ d^2\ 0.85\ f_{cd}$$

2.3.9.1. Sezione B – momento negativo

b = 300 mm d = 460 mm f_{cd} = 12.97 N/mm²
h = 500 mm d' = 40 mm f_{sd} = 374 N/mm²



M_{sdu} = 182.85 kNm
==> utilizzo 4 ϕ 20 Superiori A_S = 1256 mm²
2 ϕ 20 Inferiori A_S' = 628 mm²

IPOTESI CAMPO 2: $\varepsilon_s = 10$ ‰ $0 \le \varepsilon_c \le 3.5$ ‰

Verifica da normativa
$$\frac{A_s}{b \times h} = \frac{1256}{300 \times 500} = 0.84\% > 0.15\%$$ OK

Acciaio teso snervato
$$\alpha = \alpha_d = \frac{f_{sd}}{0.85 \cdot f_{cd}} = \frac{374}{0.85 \times 12.79} = 33.92$$

Acciaio compresso elastico (ipotesi)
$$\alpha' = \alpha'(\eta) = \frac{Es \cdot \varepsilon'_s}{0.85 \cdot f_{cd}} = \frac{Es \cdot \varepsilon_s (\eta - \delta')}{(1-\eta) \cdot 0.85 \cdot f_{cd}}$$

$$\varepsilon_s = 0.01 \qquad \delta' = \frac{d'}{d} = \frac{40}{460} = 0.0869$$

Perc. geom. armatura tesa
$$\rho = \frac{A_s}{b \times d} = \frac{1256}{300 \times 460} = 0.91\%$$

Perc. geom. armatura compressa
$$\rho' = \frac{A'_s}{b \times d} = \frac{628}{300 \times 460} = 0.455\%$$

Ricerca asse neutro $0.8\,\eta - \rho\,\alpha + \rho'\,\alpha' = 0$

==> $\eta = 0.22$ < 0.259 (limite campo 2) OK

Controllo ipotesi acciaio compresso
$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_s(\eta) = \frac{\varepsilon_s(\eta - \delta')}{(1-\eta)} = \frac{0.01 \times (0.22 - 0.0869)}{(1-0.22)} = 1.7 \times 10^{-3} < 1.8 \times 10^{-3}$$ OK

$$\alpha' = \alpha'(\eta) = \frac{Es \cdot \varepsilon'_s}{0.85 \cdot f_{cd}} = \frac{208000 \times 1.7 \times 10^{-3}}{0.85 \times 12.97} = 32.07$$

Asse neutro
$$x = \eta \cdot d = 0.22 \times 460 = 101.2 \text{ mm}$$

Momento adimensionale $m = \rho \cdot \alpha (1\text{-}0.4\eta) + \rho' \cdot \alpha' (0.4\eta - \delta') =$

$$m = (9.1\times10^{-3})\times(33.92)(1\text{-}0.4\times0.22)+(4.55\times10^{-3})\times(32.07)(0.4\times0.22\text{-}0.0869) = 0.282$$

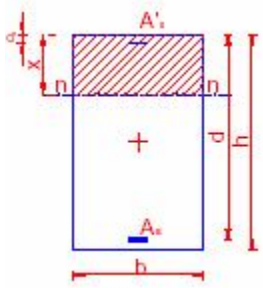
Momento resistente $M_{Rdu} = m \cdot b \cdot d^2 \cdot 0.85 \cdot f_{cd} =$

$$M_{Rdu} = 0.282\times300\times460^2\times0.85\times12.97 = 197.35 \text{ kNm}$$

$M_{Rdu} = 197.35$ kNm

$M_{Rdu} > M_{Sdu} = 182.85$ kNm OK

2.3.9.2. Sezione BC – momento positivo



b = 300 mm d = 460 mm $f_{cd} = 12.97$ N/mm^2
h = 500 mm d' = 40 mm $f_{sd} = 374$ N/mm^2

$M_{sdu} = 163.56$ kNm

==> utilizzo 4 ϕ 20 Inferiori $A_S = 1256$ mm^2
2 ϕ 16 Superiori $A_S' = 402$ mm^2

IPOTESI CAMPO 2: $\varepsilon_s = 10$ ‰ $0 \le \varepsilon_c \le 3.5$ ‰

Verifica da normativa $\frac{A_s}{b\times h} = \frac{1256}{300\times500} = 0.84\% > 0.15\%$ OK

Acciaio teso snervato $\alpha = \alpha_d = \frac{f_{sd}}{0.85\cdot f_{cd}} = \frac{374}{0.85\times12.97} = 33.92$

Acciaio compresso elastico $\alpha' = \alpha'(\eta) = \frac{Es\cdot\varepsilon'_s}{0.85\cdot f_{cd}} = \frac{Es\cdot\varepsilon_s(\eta-\delta')}{(1-\eta)\cdot0.85\cdot f_{cd}}$

$\varepsilon_s = 0.01$ $\delta' = \frac{d'}{d} = \frac{40}{460} = 0.0869$

Perc. geom. armatura tesa $\rho = \frac{A_s}{b\times d} = \frac{1256}{300\times460} = 0.91\%$

Perc. geom. armatura compressa $\rho' = \frac{A'_s}{b\times d} = \frac{402}{300\times460} = 0.29\%$

Ricerca asse neutro $0.8\,\eta - \rho\,\alpha + \rho'\,\alpha' = 0$

==> $\eta = 0.259$ ≤ 0.259 (limite campo 2) OK

Controllo ipotesi acciaio compresso

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_s(\eta) = \frac{\varepsilon_s(\eta - \delta')}{(1-\eta)} = \frac{0.01\times(0.259-0.0869)}{(1-0.259)} = 2.3\times10^{-3} > 1.8\text{x}10^{-3}$$ NO

Allora si assume:

Acciaio compresso snervato $\alpha' = \alpha'_d = \frac{f_{sd}}{0.85\cdot f_{cd}} = \frac{374}{0.85\times12.79} = 33.94$

Ricerca asse neutro $0.8\,\eta - \rho\,\alpha + \rho'\,\alpha' = 0$

==> $\eta = 0.263$ > 0.259 (limite campo 2) NO

IPOTESI CAMPO 3 $f_{sd} / E_s \leq \varepsilon_s \leq 10$ ‰ $\varepsilon_c = 3.5$ ‰

Acciaio teso snervato $\alpha = \alpha_d = \frac{f_{sd}}{0.85\cdot f_{cd}} = \frac{374}{0.85\times12.97} = 33.92$

Acciaio compresso snervato $\alpha' = \alpha'_d = \frac{f_{sd}}{0.85\cdot f_{cd}} = \frac{374}{0.85\times12.97} = 33.92$

$\varepsilon_c = 0.035$ $\delta' = \frac{d'}{d} = \frac{40}{460} = 0.0869$

Perc. geom. armatura tesa $\rho = \frac{A_s}{b\times d} = \frac{1256}{300\times460} = 0.91\%$

Perc. geom. armatura compressa $\rho' = \frac{A'_s}{b\times d} = \frac{402}{300\times460} = 0.29\%$

Ricerca asse neutro $0.8\,\eta - \rho\,\alpha + \rho'\,\alpha' = 0$

==> $\eta = 0.263$ > 0.259 (limite campo 2) OK
< 0.66 (FeB44k) OK

Controllo ipotesi acciaio compresso

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_s(\eta) = \frac{\varepsilon_s(\eta - \delta')}{(1-\eta)} = \frac{0.01\times(0.263-0.0869)}{(1-0.263)} = 2.3\times10^{-3} > 1.8\text{x}10^{-3}$$ OK

Asse neutro $x = \eta\cdot d = 0.262\times460 = 121.0$ mm

Momento adimensionale $m = \rho\cdot\alpha(1\text{-}0.4\eta) + \rho'\cdot\alpha'(0.4\eta - \delta') =$

$$m = (9.1\times10^{-3})\times(33.92)(1\text{-}0.4\times0.263) + (2.9\times10^{-3})\times(33.92)(0.4\times0.263\text{-}0.0869) = 0.278$$

Momento resistente $M_{Rdu} = m \cdot b \cdot d^2 \cdot 0.85 \cdot f_{cd} =$

$M_{Rdu} = 0.278 \times 300 \times 460^2 \times 0.85 \times 12.97 = 194.55$ kNm

$M_{Rdu} = 194.55$ kNm

$M_{Rdu} > M_{Sdu} = 163.56$ kNm OK

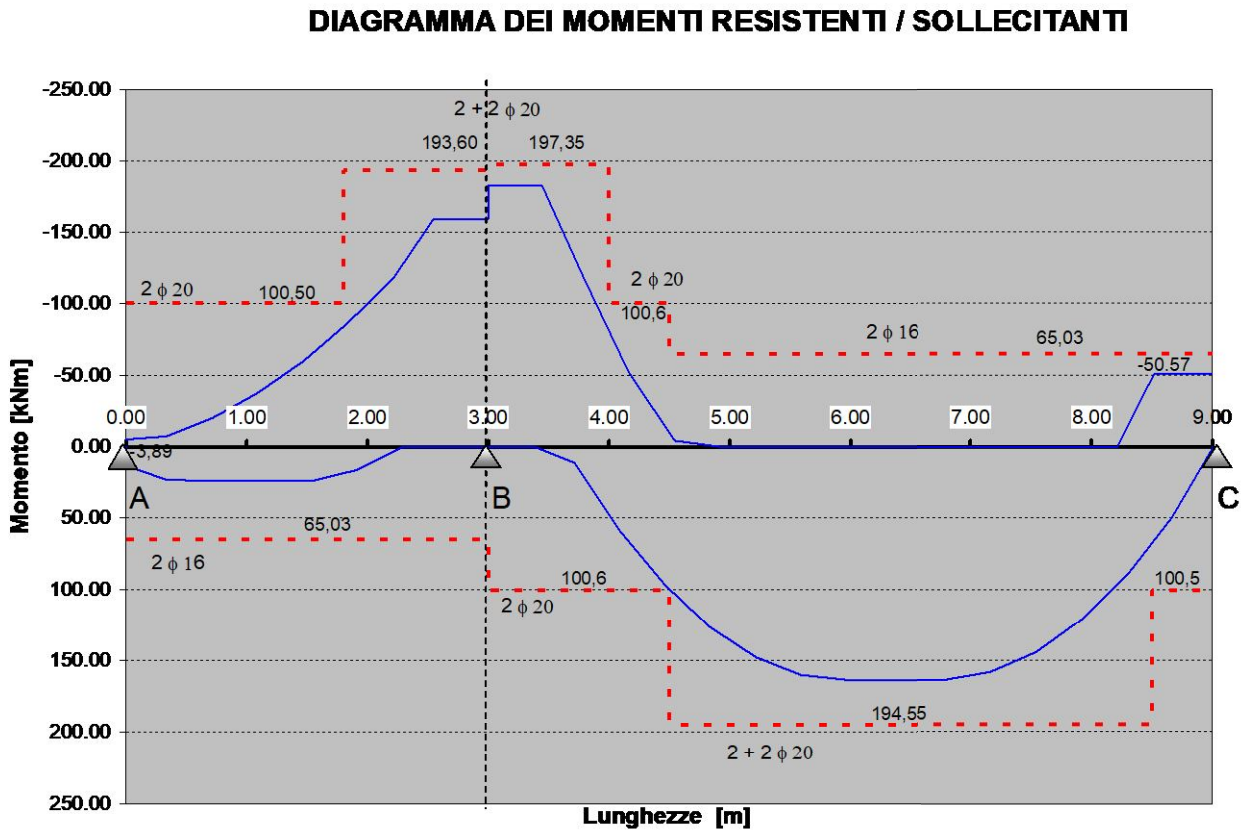
2.3.9.3. Riassunto sezioni

In modo analogo si sono progettate e verificate le altre sezioni principali della struttura.
Di seguito si riporta una tabella riassuntiva delle caratteristiche resistenti delle sezioni:

Nome	Tipo	A_s (tesa)	A'_s (compr)	M_{Rdu}
		mm^2	mm^2	[kNm]
Sez A	Negativo	2 ϕ 20	2 ϕ 16	-100.50
Sez AB	Positivo	2 ϕ 16	2 ϕ 20	65.03
Sez B sx	Negativo	4 ϕ 20	2 ϕ 16	-193.60
	Positivo	2 ϕ 16	4 ϕ 20	64.89
Sez B dx	Negativo	4 ϕ 20	2 ϕ 20	-197.35
	Positivo	2 ϕ 20	4 ϕ 20	100.60
Sez BC	Positivo	4 ϕ 20	2 ϕ 16	194.55
	Negativo	2 ϕ 16	4 ϕ 20	-64.88
Sez C	Negativo	2 ϕ 16	2 ϕ 20	-65.03

2.3.9.4. Diagramma dei momenti resistenti

Di seguito si riporta sul diagramma del momento sollecitante i valori dei momenti resistenti allo stato limite ultimo garantiti dalla barre d'armatura progettate.
È importante con il valore del momento resistente sia sempre superiore (o uguale) a quello sollecitante.



2.3.10. Dimensionamento delle staffe (armature a taglio)

Come da normativa (ϕ 4.1.6.1.1): "*Le travi devono prevedere armatura trasversale costituita da staffe con sezione complessiva non inferiore ad A_{st} = 1,5 b mm²/m essendo b lo spessore minimo dell'anima in millimetri, con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione.*
In ogni caso almeno il 50% dell'armatura necessaria per il taglio deve essere costituita da staffe..

Si decide di disporre il quantitativo minimo di staffe in campata, andando poi ad infittire in corrispondenza degli appoggi o valori elevati del taglio sollecitante.

Armatura minima:

1) $A_{st} \geq 1.5\ b\ [mm^2/m]$
$A_{st} \geq 1.5\ x\ 300 = 450\ [mm^2/m]$

2) 3 staffe al metro ==> p < 33 cm

3) passo < 0.8 d = 0.8 x 460 = 368 mm = 36.8 cm

Si adottano staffe ϕ 10 /30' A_{st} = 2x0.785x100/30 = 5.23 cm²/m > 4.50 cm²/m OK

2.3.11. Verifica a taglio

Come da normativa (ϕ 4.2.2.3) si esegue la verifica a taglio per *elementi con armatura trasversale resistente a taglio*.

Verifica del conglomerato: *" Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di progetto a "taglio compressione" si calcola con"*:

$$V_{Rcd} = 0.9\ d\ b_w\ \alpha_c\ \nu\ f_{cd}\ (\text{cotg}\ \alpha + \text{cotg}\ \theta) / (1 + \text{cotg}^2\ \theta)$$

Verifica dell'armatura trasversale d'anima:" *Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di progetto a "taglio trazione" si calcola con"*

$$V_{Rsd} = 0.9\ d\ A_{sw} / s\ \ f_{yd}\ (\text{cotg}\ \alpha + \text{cotg}\ \theta)\ \sin \alpha$$

dove d, b_w e σ_{cp} hanno il significato indicato in § 4.1.2.3.5.1. e inoltre si è posto:

A_{sw} area dell'armatura trasversale;
s interasse tra due armature trasversali consecutive;
α angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;
νf_{cd} resistenza di progetto a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima (ν = 0,5);

α_c coefficiente maggiorativo pari a

1	per membrature non compresse
$1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$	per $0 \leq \sigma_{cp} < 0{,}25\ f_{cd}$
1,25	per $0{,}25\ f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0{,}5\ f_{cd}$
$2{,}5\ (1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$	per $0{,}5\ f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

$V_{sdu} < V_{Rd}$

$V_{Rd} = \min (V_{Rcd}, V_{Rsd})$

2.3.11.1. Taglio resistente

Si determina ora il taglio resistente di alcune sezioni tipo a seconda del passo staffe.

*** STAFFE ϕ 10 / 30'

$b_w = 300$ mm $d = 460$ mm $f_{cd} = 12.97$ N/mm^2
$h = 500$ mm $d' = 40$ mm $f_{yd} = 374$ N/mm^2

$s = 300$ mm n. braccia = 2
$A_{sw} = \pi*\phi^2/4$ * n.braccia = 157 mm^2

- Resistenza conglomerato:

$$V_{Rcd} = 0.9\ d\ b_w\ \alpha_c\ \nu\ f_{cd}\ (\cot g\ \alpha + \cot g\ \theta) / (1+ \cot g^2\ \theta)$$

$$V_{Rcd} = 0.9x460x300x1x0.50x12.97\ (\cot g\ 90 + \cot g\ 45) / (1+ \cot g^2\ 45)$$

$V_{Rd} = 402.72$ kN

- Resistenza armatura trasversale d'anima:

$$V_{Rsd} = 0.9\ d\ A_{sw} / s\ \ f_{yd}\ (\cot g\ \alpha + \cot g\ \theta)\ \sin \alpha$$

$$V_{Rsd} = 0.9x460x157/\ 300x374\ (\cot g\ 90 + \cot g\ 45)\ \sin 90$$

$V_{wd} = 81.03$ kN

$V_{Rd} = \min (V_{Rcd}, V_{Rsd}) = \min (402.72 + 81.03) =$

$V_{Rd} = 81.03$ kN

*** STAFFE ϕ 10 / 15'

$b_w = 300$ mm $d = 460$ mm $f_{cd} = 12.97$ N/mm^2
$h = 500$ mm $d' = 40$ mm $f_{sywd} = 374$ N/mm^2

$s = 150$ mm n. braccia = 2
$A_{sw} = \pi*\phi^2/4$ * n.braccia = 157 mm^2

- Resistenza conglomerato:

$V_{Rcd} = 0.9\ d\ b_w\ \alpha_c\ \nu\ f_{cd}\ (\cot g\ \alpha + \cot g\ \theta) / (1+ \cot g^2\ \theta)$

$V_{Rcd} = 0.9x460x300x1x0.50x12.97\ (\cot g\ 90 + \cot g\ 45) / (1+ \cot g^2\ 45)$

$V_{Rd} = 402.72$ kN

- Resistenza armatura trasversale d'anima:

$V_{Rsd} = 0.9\ d\ A_{sw} / s\ \ f_{yd}\ (\cot g\ \alpha + \cot g\ \theta)\ \sin \alpha$

$V_{Rsd} = 0.9x460x157/\ 150x374\ (\cot g\ 90 + \cot g\ 45)\ \sin 90$

$V_{wd} = 162.06$ kN

$V_{Rd} = \min (V_{Rcd}, V_{Rsd}) = \min (402.72 + 162.06) =$

$V_{Rd} = 162.06$ kN

2.3.11.2. Verifica taglio massimo

Sezione B (appoggio)

$V_{sdu} = 209.32$ kN
===> utilizzo staffe ϕ 10 / 10' passo = 150 mm

Verifica conglomerato:

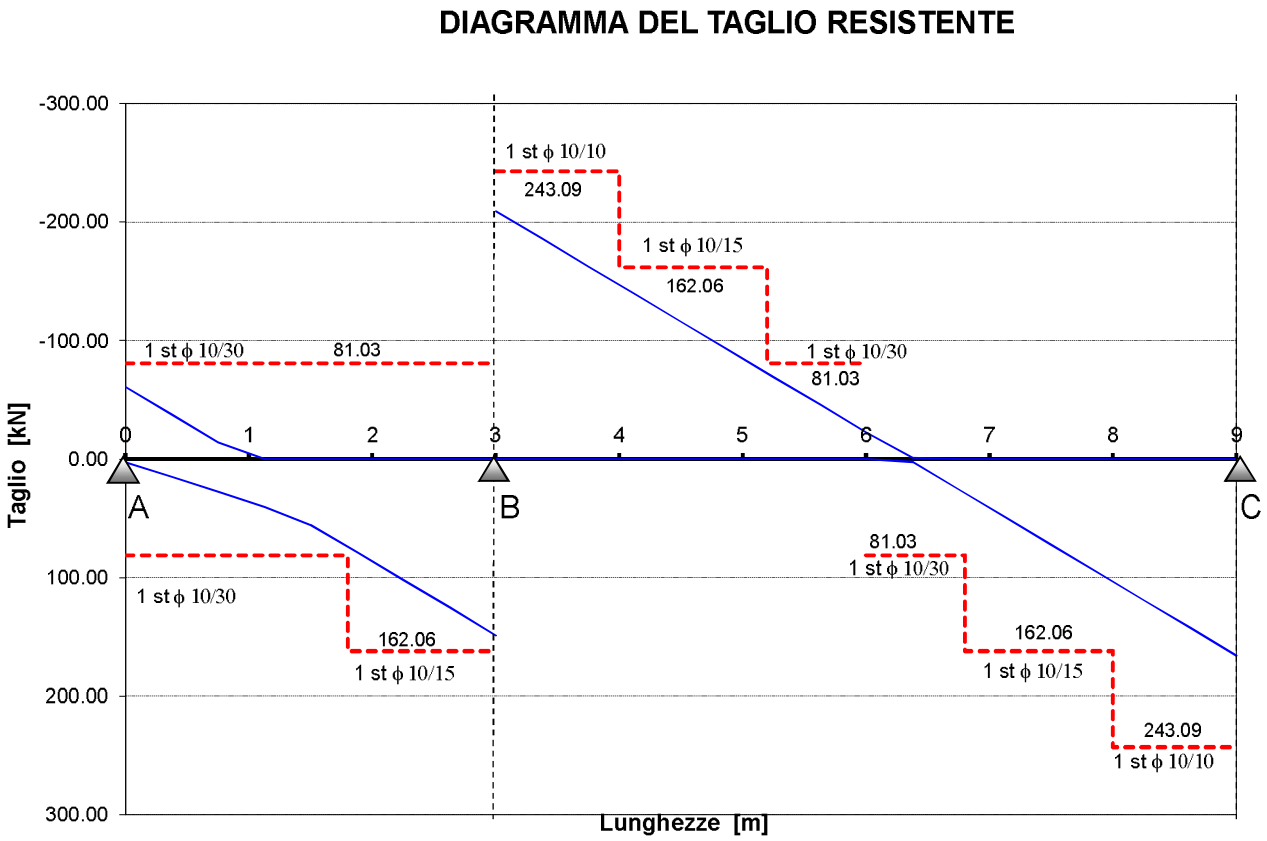
$V_{Rcd} = 402.72$ kN $V_{Rcd} > V_{sdu}$ OK

Verifica armatura trasversale:

$V_{Rsd} = 243.09$ kN $V_{Rsd} > V_{sdu}$ OK

La verifica a taglio della trave si esegue graficamente, confrontando il taglio sollecitante con quello resistente:

2.3.11.3. Diagramma del taglio resistente



2.3.12. Armatura longitudinale agli appoggi

Come da normativa (ϕ 4.1.2.3.5.1) *"Le armature longitudinali, oltre ad assorbire gli sforzi conseguenti alle sollecitazioni di flessione, devono assorbire quelli provocati dal taglio dovuti all'inclinazione delle fessure rispetto all'asse della trave, inclinazione assunta pari a 45°. In particolare, in corrispondenza degli appoggi, le armature longitudinali devono assorbire uno sforzo pari al taglio sull'appoggio."*.

Sezione A

V_{sdu} = 60.84 kN $A_{sl,min} = V_{sdu} / f_{sd} = 60.84x10^3 / 374 = 163$ mm^2

ci sono 2 ϕ 16 $A_{sl} = 402$ mm^2 $A_{sl}\, f_{sd} = 150.35$ kN OK

Sezione B sx

V_{sdu} = 148.77 kN $A_{sl,min} = V_{sdu} / f_{sd} = 148.77x10^3 / 374 = 398$ mm^2

ci sono 2 ϕ 16 $A_{sl} = 402$ mm^2 $A_{sl}\, f_{sd} = 150.35$ kN OK

Sezione B dx

V_{sdu} = 209.32 kN $A_{sl,min} = V_{sdu} / f_{sd} = 209.32x10^3 / 374 = 560$ mm^2

ci sono 2 ϕ 20 $A_{sl} = 628$ mm^2 $A_{sl}\, f_{sd} = 234.87$ kN OK

Sezione C

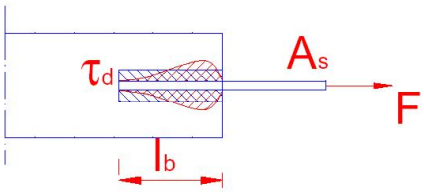
V_{sdu} = 165.78 kN $A_{sl,min} = V_{sdu} / f_{sd} = 165.78x10^3 / 374 = 443$ mm^2

ci sono 2 ϕ 20 $A_{sl} = 628$ mm^2 $A_{sl}\, f_{sd} = 234.87$ kN OK

2.3.13. Ancoraggio

Come da normativa (ϕ4.1.2.3.10):*" La verifica di ancoraggio deve tenere conto, qualora necessario, dell'effetto d'insieme delle barre e della presenza di eventuali armature trasversali. L'ancoraggio delle barre può essere utilmente migliorato mediante uncini terminali. Se presenti, gli uncini dovranno avere raggio interno adeguato, tale da evitare danni all'armatura e, ai fini dell'aderenza, essi possono essere computati nella effettiva misura del loro sviluppo in asse alla barra. In assenza degli uncini la lunghezza di ancoraggio deve essere in ogni caso non minore di 20 diametri, con un minimo di 150 mm.*
Particolari cautele devono essere adottate quando si possono prevedere fenomeni di fatica e di sollecitazioni ripetute.:"

In via semplificata:



$$L_b = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{\pi \cdot \phi \cdot f_{bd}} = \frac{f_{sd} \cdot \phi}{4 \cdot f_{bd}}$$

$f_{bd} = 2.25 * f_{ctk} / 1.6 = 2.25 * f_{ctd} = 2.25 * 1.01 = 2.27$ N/mm^2

$$L_b \geq \left\{ \begin{matrix} 20 \cdot \phi \\ 15\text{cm} \end{matrix} \right\}$$

barre ϕ 16 $L_b = \frac{f_{sd} \cdot \phi}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{374 \cdot 16}{4 \cdot 2.26} = 662$ mm

20 ϕ = 20 * 16 = 320 mm

L_b > max (20 ϕ ; 15 cm) OK

L_b applicato = 70 cm

barre ϕ 20 $\quad L_b = \frac{f_{sd} \cdot \phi}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{374 \cdot 20}{4 \cdot 2.26} = 827$ mm

$20\,\phi = 20 * 20 = 400$ mm

$L_b > \max(20\,\phi ; 15\text{ cm})$ OK

L_b applicato = 85 cm

2.3.14. Giunzioni

4.1.6.1.4 Ancoraggio delle barre e loro giunzione

Le armature longitudinali devono essere interrotte ovvero sovrapposte preferibilmente nelle zone compresse o di minore sollecitazione.

La continuità fra le barre può effettuarsi mediante:

- sovrapposizione, calcolata in modo da assicurare l'ancoraggio di ciascuna barra. In ogni caso la lunghezza di sovrapposizione nel tratto rettilineo deve essere non minore di quanto prescritto al § 4.1.2.3.10. La distanza mutua (interferro) nella sovrapposizione non deve superare 4 volte il diametro;
- saldatura, eseguita in conformità alla norma UNI EN ISO 17660-1:2007. Devono essere accertate la saldabilità degli acciai che vengono impiegati, nonché la compatibilità fra metallo e metallo di apporto nelle posizioni o condizioni operative previste nel progetto esecutivo;
- giunzioni meccaniche per barre di armatura. Tali giunzioni sono qualificate secondo quanto indicato al § 11.3.2.9.

Per barre di diametro Ø >32 mm occorrerà adottare particolari cautele negli ancoraggi e nelle sovrapposizioni.

Nell'assemblaggio o unione di due barre o elementi di armatura di acciaio per calcestruzzo armato possono essere usate giunzioni meccaniche mediante manicotti che garantiscano la continuità. Le giunzioni meccaniche possono essere progettate con riferimento a normative o documenti di comprovata validità.

Come da normativa (ϕ 6.1.2) : "*Le giunzioni delle barre in zona tesa , quando non siano evitabili, si devono realizzare possibilmente nelle regioni di minor sollecitazione; possono effettuarsi: .....sovrapposizione calcolata in modo da assicurare l'ancoraggio di ciascuna barra, in ogni caso....deve essere non minore di 20 volte il diametro e la prosecuzione di ciascuna barra deve essere deviata verso la zona compressa...*".

Si faranno giunzioni solo in zona compressa con sovrapposizione delle barre di 40 ϕ (valore consigliato) :

$40\,\phi\ 16 = 64$ cm.
$40\,\phi\ 20 = 80$ cm

2.4. Verifica della Trave nei confronti degli Stati Limite di Esercizio (S.L.E.)

2.4.1. Azioni di progetto

Come da normativa, "*Le verifiche devono essere condotte nei riguardi degli stati limiti ultimi e di esercizio.*
Per gli stati limiti di esercizio si devono prendere in esame le combinazioni rare, frequenti, quasi permanenti...".

- Combinazioni rare $F_d = G_k + P_k + Q_{1k} + \Sigma(\psi_{0i}\, Q_{ik})$
- Combinazioni frequenti $F_d = G_k + P_k + \psi_{11}\, Q_{1k} + \Sigma(\psi_{2i}\, Q_{ik})$
- Combinazioni quasi permanenti $F_d = G_k + P_k + \Sigma(\psi_{2i}\, Q_{ik})$

In questo caso sono stati scelti $\psi_1 = 0.5$ $\psi_2 = 0.2$

È stato eseguito lo spunto dei momenti per tenere conto delle dimensioni finite degli appoggi e la traslazione, così si sono ottenuti i seguenti Momenti sollecitanti:

SEZIONE	MOMENTO SOLLECITANTE [kNm]		
	Quasi Perman	Frequente	Rara
A	-0.73	-1.22	-2.03
AB	6.77	8.62	11.69
B sx	-85.17	-97.57	-110.67
B dx	-101.44	-110.66	-126.02
BC	92.37	100.43	113.86
C	-26.05	-28.42	-33.13

DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE
COMBINAZIONE QUASI PERMANENTE

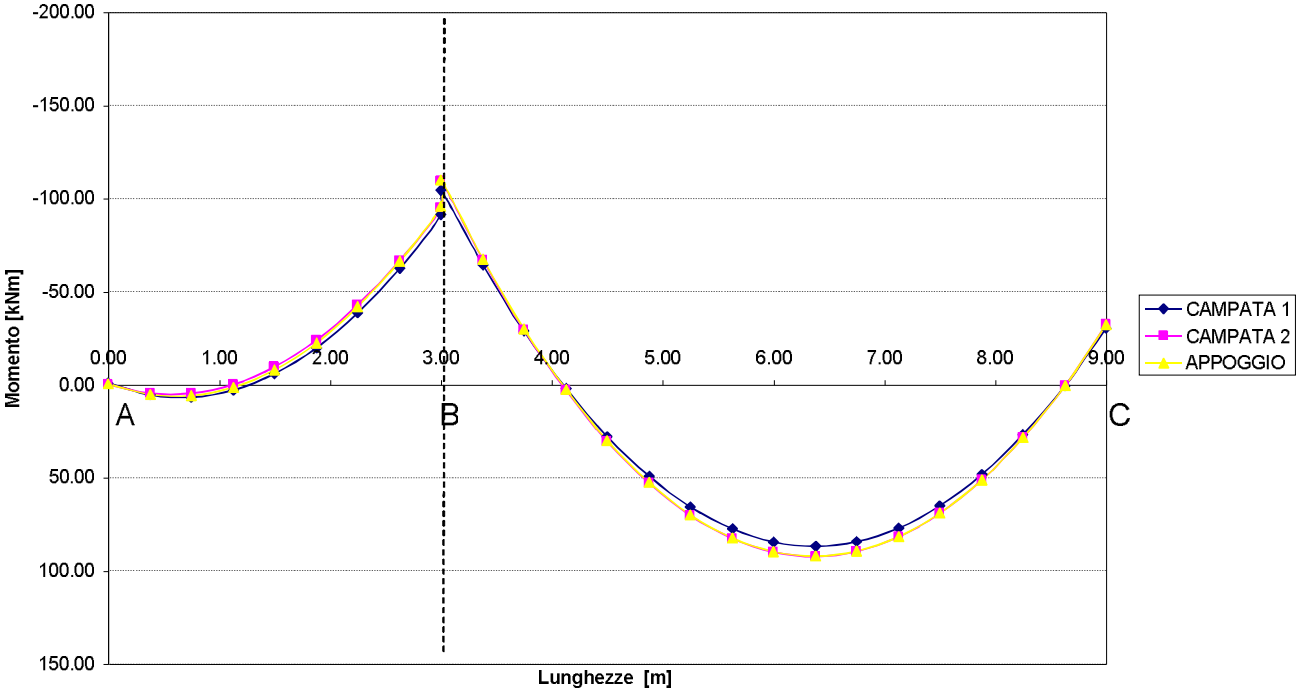


DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE
COMBINAZIONE QUASI PERMANENTE

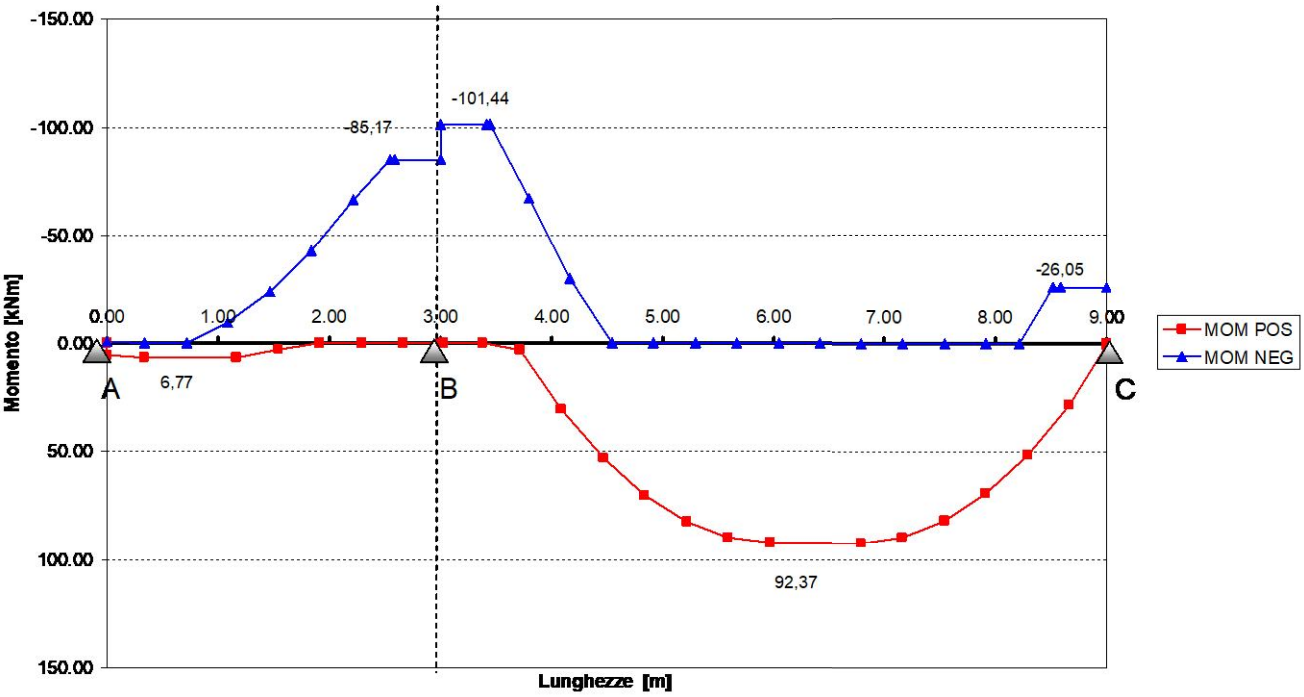


DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE
COMBINAZIONE FREQUENTE

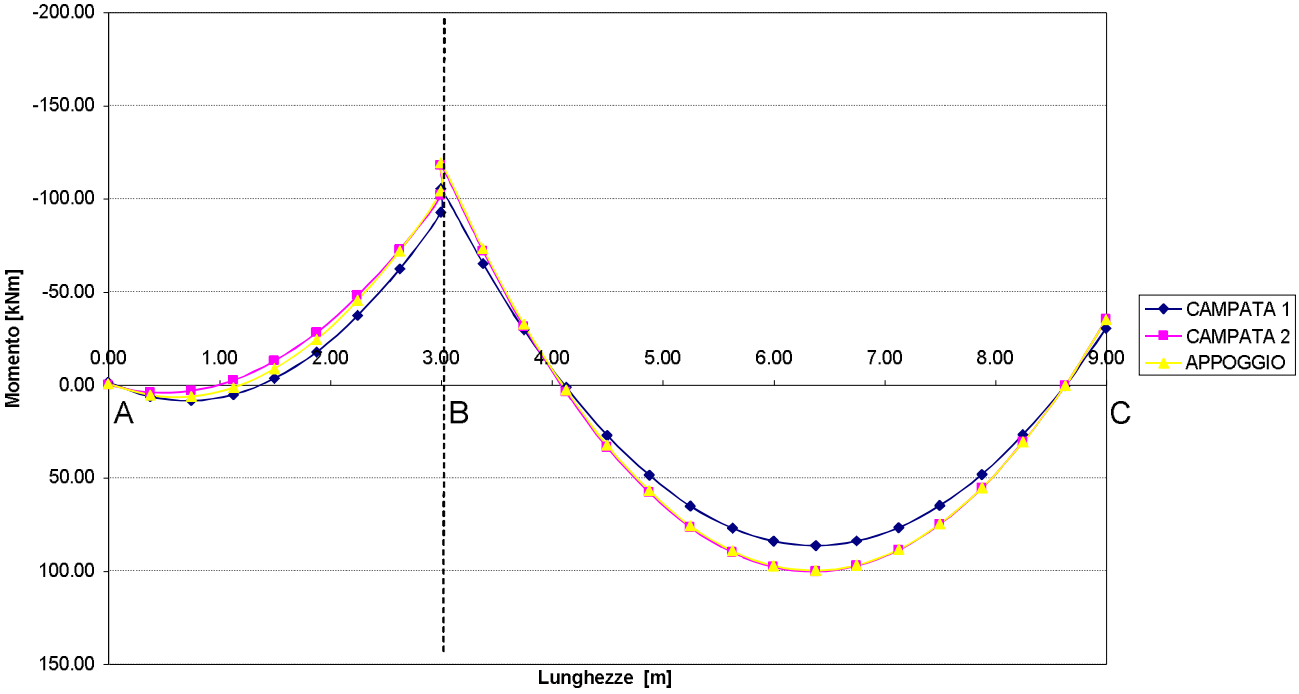


DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE
COMBINAZIONE FREQUENTE

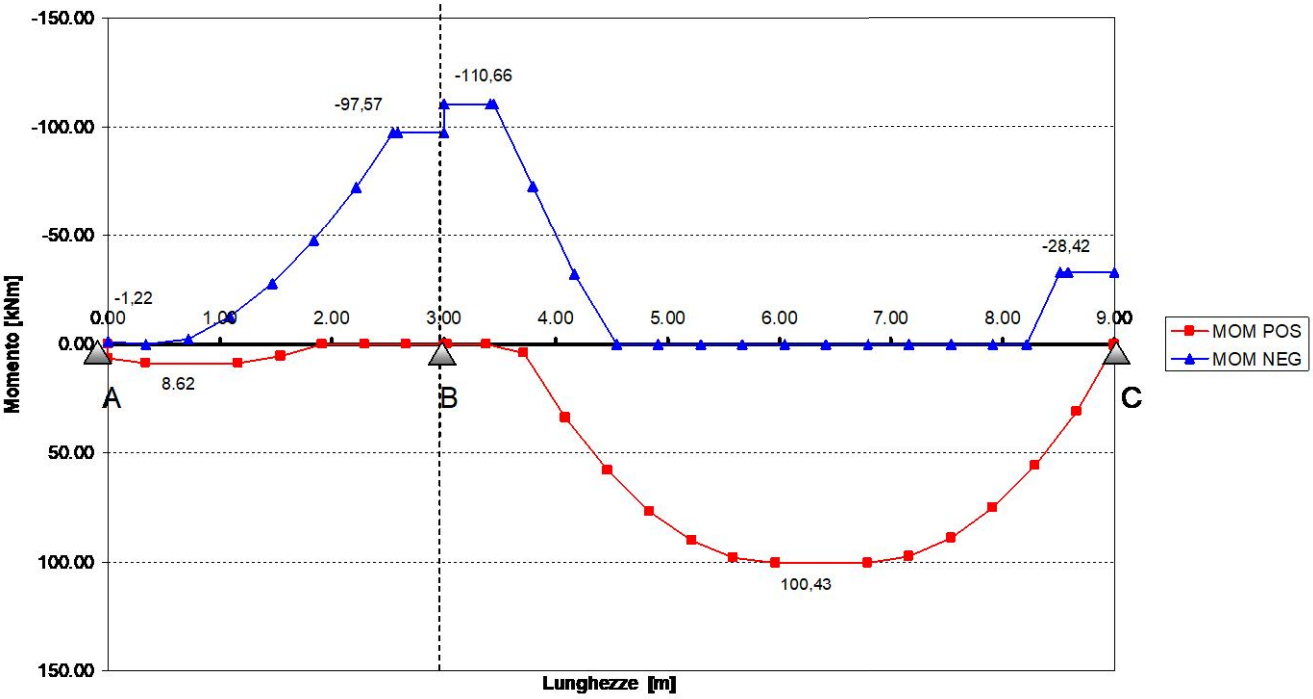


DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE
COMBINAZIONE RARA

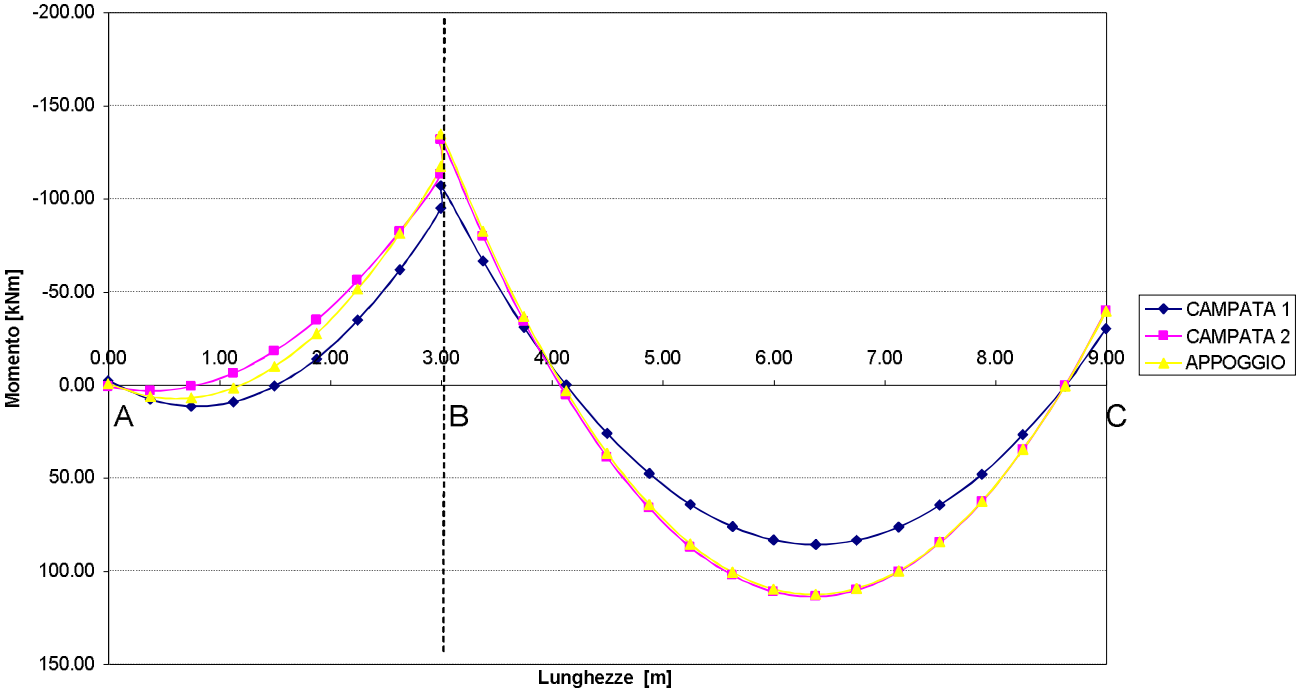
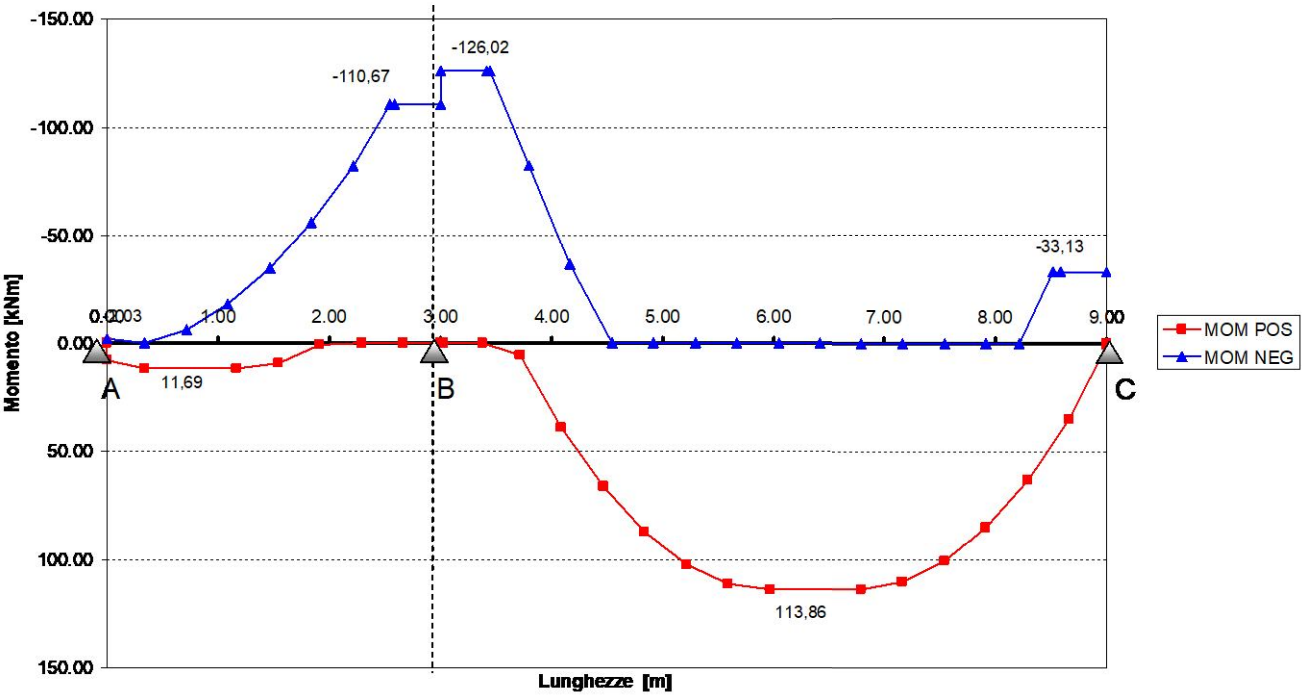


DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE
COMBINAZIONE RARA



2.4.2. Stato limite delle tensioni di esercizio

Come da normativa (ϕ 4.2.2.5.) si deve verificare le tensioni di esercizio: le tensioni di calcolo, calcolate con il metodo elastico (*metodo n*) vengono confrontate con quelle resistenti dei materiali, ridotte in modo opportuno a seconda della combinazione di carico considerata:

Combinazioni quasi permanenti	cls	==>	$0.45\ f_{ck} = 9.34\ N/mm^2$
Combinazioni rare	cls	==>	$0.60\ f_{ck} = 12.45\ N/mm^2$
	acciaio	==>	$0.80\ f_{yk} = 344\ N/mm^2$

saranno usate le seguenti formule (*metodo n*):

$$\sigma_{cd} = \frac{M_{sde}}{J_{id}} x$$

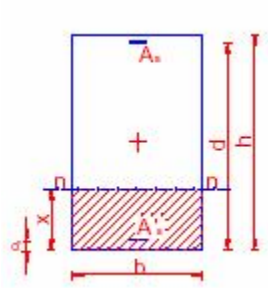
$$\sigma_{sd} = n \frac{M_{sde}}{J_{id}} (d - x) \text{ (acciaio teso)}$$

$$x = n \frac{(A_s + A'_s)}{B} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2B(A_s d + A'_s d')}{n(A_s + A'_s)^2}} \right]$$

$$J_{id} = \frac{bx^3}{3} + nA_s (d - x)^2 + nA'_s (x - d')^2$$

$$n = 15$$

Sezione B (appoggio)



b = 300 mm d = 460 mm
h = 500 mm d' = 40 mm
4 ϕ 20 Superiori A_S = 1256 mm²
2 ϕ 20 Inferiori A_S' = 628 mm²

$$x = 15\frac{(1256+628)}{300}\left[-1+\sqrt{1+\frac{2\times 300\times(1256\times 460+628\times 40)}{15\times(1256+628)^2}}\right]=$$

x = 168.8 mm

$$J_{id} = \frac{300\times 168.79^3}{3} + 15\times 1256\times(460-168.79)^2 + 15\times 628\times(168.79-40)^2$$

$J_{id} = 2.23\text{x}10^9$ mm⁴

Combinazioni quasi permanenti

M_{sde} = 101.44 kNm

$$\sigma_{cd} = \frac{M_{sde}}{J_{id}}x = \frac{101.44\times 10^6}{2.23\times 10^9}168.79 = 7.67 \text{ N/mm}^2 < 0.45\ f_{ck} = 9.34 \text{ N/mm}^2$$ OK

Combinazioni rare

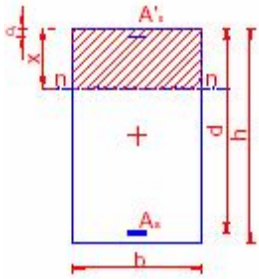
M_{sde} = 126.02 kNm

$$\sigma_{cd} = \frac{M_{sde}}{J_{id}}x = \frac{126.02\times 10^6}{2.23\times 10^9}168.79 = 9.54 \text{ N/mm}^2 < 0.60\ f_{ck} = 12.45 \text{ N/mm}^2$$ OK

$$\sigma_{sd} = n\frac{M_{sde}}{J_{id}}(d-x) = 15\frac{126.02\times 10^6}{2.23\times 10^9}(460-168.79) =$$

$$\sigma_{sd} = 246.85 \text{ N/mm}^2 < 0.80\ f_{yk} = 344 \text{ N/mm}^2$$ OK

Sezione BC (campata)



b = 300 mm d = 460 mm
h = 500 mm d' = 40 mm
4 ϕ 20 Inferiori A_S = 1256 mm²
2 ϕ 16 Superiori A_S' = 402 mm²

$$x = 15\frac{(1256+402)}{300}\left[-1+\sqrt{1+\frac{2\times 300\times(1256\times 460+402\times 40)}{15\times(1256+402)^2}}\right] =$$

x = 174.50 mm

$$J_{id} = \frac{300\times 174.50^3}{3} + 15\times 1256\times(460-174.50)^2 + 15\times 402\times(174.50-40)^2$$

$J_{id} = 2.18\text{x}10^9$ mm⁴

Combinazioni quasi permanenti

M_{sde} = 92.37 kNm

$$\sigma_{cd} = \frac{M_{sde}}{J_{id}}x = \frac{92.37\times 10^6}{2.18\times 10^9}174.50 = 7.39 \text{ N/mm}^2 \quad < 0.45\ f_{ck} = 9.34 \text{ N/mm}^2$$ OK

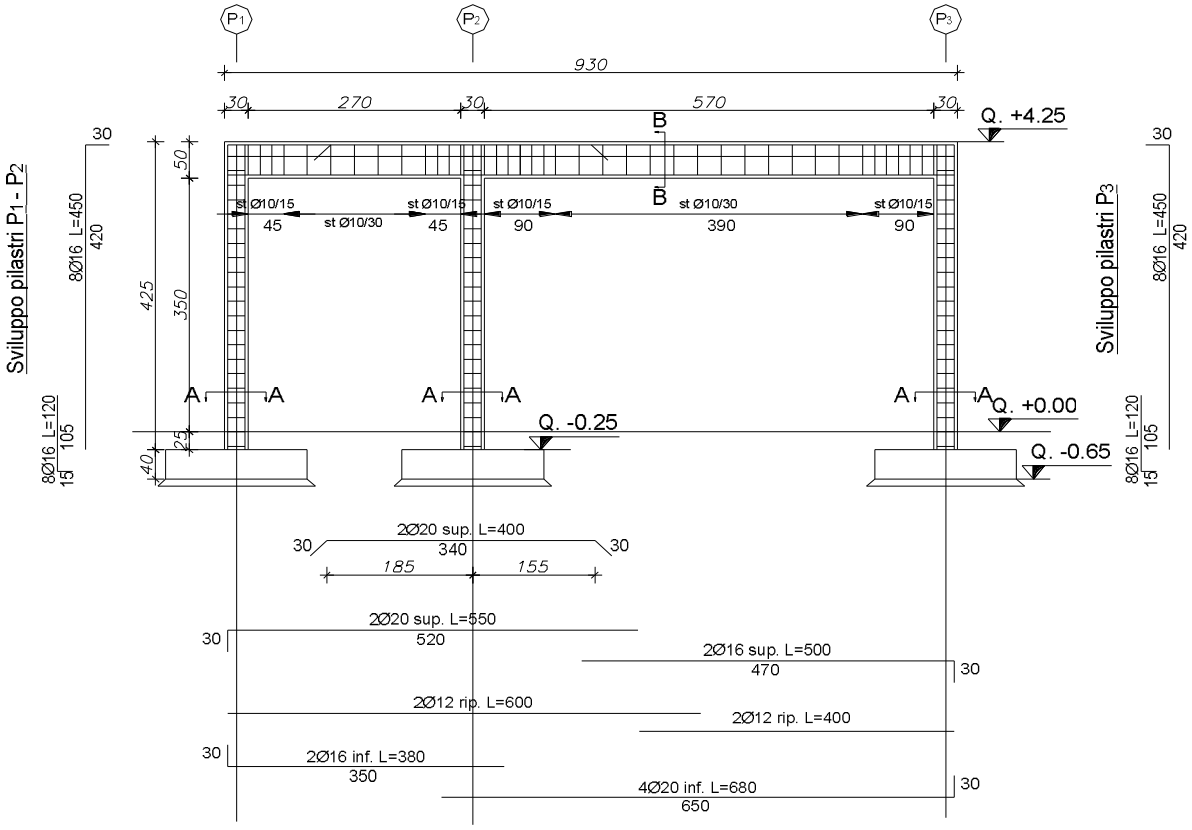
Combinazioni rare

M_{sde} = 113.86 kNm

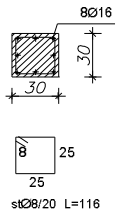
$$\sigma_{cd} = \frac{M_{sde}}{J_{id}}x = \frac{113.86\times 10^6}{2.18\times 10^9}174.50 = 9.11 \text{ N/mm}^2 \quad < 0.60\ f_{ck} = 12.45 \text{ N/mm}^2$$ OK

$$\sigma_{sd} = n\frac{M_{sde}}{J_{id}}(d-x) = 15\frac{113.86\times 10^6}{2.18\times 10^9}(460-174.50) =$$

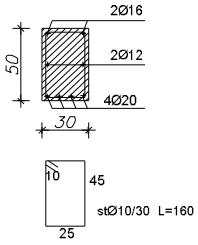
$\sigma_{sd} = 223.67 \text{ N/mm}^2$ $< 0.80\ f_{yk} = 344 \text{ N/mm}^2$ OK



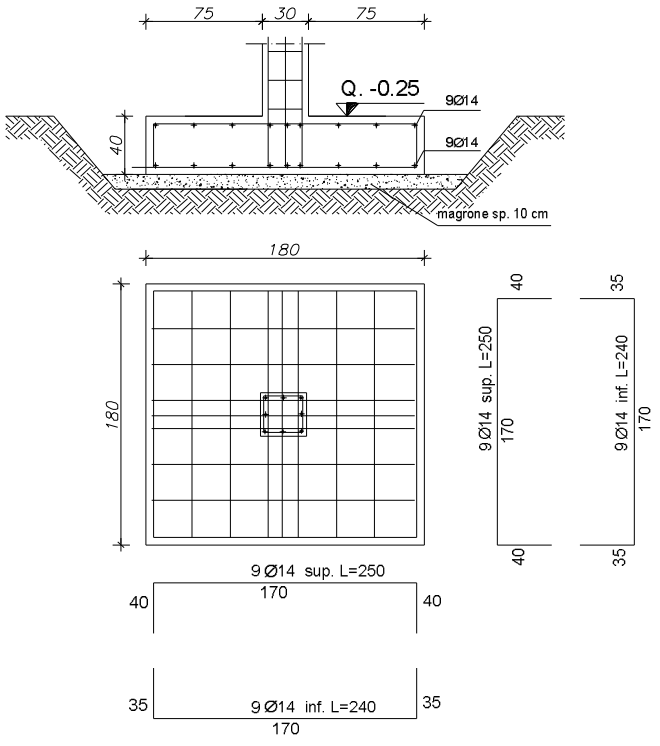
SEZIONE
A - A



SEZIONE
B - B



PLINTO
180x180x40



PRESCRIZIONE PER I MATERIALI:

CALCESTRUZZO C20/25 Rck 25 MPa
ARMATURE C.A. FeB44k

2.4.3. Fessurazione

Come da normativa (ϕ 4.1.2.2.4 e Tab. 4.1.IV), visto le condizioni ambientali in cui si trova l'opera, è stato scelto:

Gruppo	Condizione ambientale	Comb. azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			st. limite	w_k	st. limite	w_k
a	Poco aggressivo	frequente	ap.fessure	$<w_2$	ap.fessure	$<w_3$
		q. perm.	ap.fessure	$<w_1$	ap.fessure	$<w_2$

dove $w_1 = 0.2$ mm $w_2 = 0.3$ mm $w_3 = 0.4$ mm

Come da normativa (ϕ 4.1.2.2.4.5) il valore caratteristico dell'apertura delle fessure si calcola così:

$w_k = 1.7 * w_m < w_i$ valore caratt. di apertura delle fessure

$w_m = \varepsilon_{sm} * S_{rm}$ valore medio di apertura delle fessure

2.5. Progetto dei pilastri agli Stati Limite Ultimi (S.L.U.)

2.5.1. Sollecitazioni di progetto

Trattandosi in generale di un elemento pressoinflesso, è opportuno, data una serie di combinazioni di carico e quindi un "inviluppo di sollecitazioni", verificare almeno 2 casi: il massimo carico assiale con il corrispondente momento flettente ed il momento flettente massimo con il corrispondente carico assiale.

Vengono prese in considerazione le condizione di carico che massimizzano le sollecitazioni; inoltre si tiene conto delle inevitabili incertezze geometriche, secondo il paragrafo ϕ 4.2.1.2 : "*...in ogni caso, per tenere conto delle incertezze sul punto di applicazione dei carichi si deve ipotizzare una eccentricità , nella direzione più sfavorevole, da sommare a quella eventuale dei carichi, e di entità pari al maggiore dei due valori :"*

$$\max (h / 300 ; 20 \text{ mm}) \qquad (h \text{ in mm})$$
$$e_o = \max (3000 / 300 = 10 ; 20) = 20 \text{ mm}$$

quindi si ricalcola il momento con la formula:

$$M_{sd} = (M / N + e_o) * N_{sd}$$

Stati Limite Ultimi

Pilastro n.	Tipo sollecitazione	Az. Assiale N_{sd} [kN]	Momento M [kNm]	eccentricità e_1 [mm]	eccentricità e_o [mm]	Momento M_{sd} [kNm]
1	N max	340.84	3.89	11	20	10.71
	M max	282.26	5.05	18	20	10.70
2	N max	778.09	13.88	18	20	29.44
	M max	661.00	28.20	43	20	41.42
3	N max	445.77	57.12	128	20	66.04
	M max	445.77	57.12	128	20	66.04

Stati Limite di Esercizio (comb. rara)

Pilastro n.	Tipo sollecitazione	Az. Assiale N_{sd} [kN]	Momento M [kNm]	eccentricità e_1 [mm]	eccentricità e_o [mm]	Momento M_{sd} [kNm]
1	N max	234.71	2.03	9	20	6.72
	M max	212.56	1.10	5	20	51.35
2	N max	551.67	17.25	31	20	28.28
	M max	551.67	17.25	31	20	28.28
3	N max	315.95	39.81	123	20	46.08
	M max	315.95	39.81	123	20	46.08

2.5.2. Predimensionamento

"In generale, un pilastro è un elemento strutturale soggetto a presso flessione; per tale motivo per procedere ad un suo predimensionamento può essere utile fare riferimento, con opportune attenzioni, a due casi estremi: sforzo normale centrato e flessione semplice".

Massimo sforzo Normale N

L'area di calcestruzzo necessaria viene ricavata mediante la formula seguente, nella quale si considera una riduzione del 25% della resistenza del calcestruzzo, così proposto dalla normativa italiana (paragrafo ϕ C.4.1.2.3.4.2. - 0.80 $f_{cd} = f_{cd} / 1.25$):

$N_{Sdu} = 778.09$ kN

$$A_{c,nec} = \frac{0.85 \cdot N_{sdu}}{\alpha \cdot f_{cd}/1.25} = \qquad \text{con } \alpha=0.85$$

$$A_{c,nec} = \frac{0.85 \times 778.09 \times 10^3}{0.85 \times 12.97/1.25} = 74989 \text{ mm}^2$$

$$B = \sqrt{A_{c,nec}} = \sqrt{74989} = 274 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow B = 300 \text{ mm} = 30 \text{ cm}$$

"Il valore 0.85 N_{Sd} deriva dal fatto che si è considerato che l'armatura assorba il 15% dello sforzo normale, cioè dia (almeno) il contributo minimo imposto dalla normativa."

Secondo la normativa di riferimento l'area delle armature deve sostenere almeno il 15% dello sforzo normale sollecitante N_{Sd}, cioè deve essere:

$N_{Sde} = 551.67$ kN

$$A_{s,min} = 0.15 \cdot \frac{N_{sde}}{f_{sd}} = \qquad \text{(nella comb. rara)}$$

$$A_{s,min} = 0.15 \cdot \frac{551.67 \times 10^3}{301} = 275 \text{ mm}^2$$

Massimo Momento Flettente M

L'area delle armature può essere desunta facendo riferimento al predimensionamento di una sezione soggetta a flessione semplice:

$M_{Sdu} = 66.04$ kNm

$$A_{s,T} = \frac{M_{sdu}}{0.9 \cdot d \cdot f_{sd}} = \frac{66.04 \times 10^6}{0.9 \times 260 \times 374} = 755 \text{ mm}^2$$

Tenendo conto dell'area di cls strettamente necessaria e sui limiti inferiori e superiori del quantitativo di armatura, si adotta un pilastro con le seguenti caratteristiche:

30 x 30 + 6 ϕ 16

che soddisfa inoltre le seguenti prescrizioni normative:

$$0.3\% \le \frac{A_s}{A_c} \le 6\%$$

$$0.3\% \le \frac{1206}{300 \times 300} = 1.34\% \le 6\%$$

$$\phi_l > 12 \text{ mm}$$

La verifica allo stato limite ultimo consiste nel controllo che il punto rappresentativo le sollecitazioni sia interno al dominio di resistenza della sezione in esame.

2.5.3. Verifica elementi snelli

Per gli elementi snelli si procedere alla verifica di instabilità; in questo caso si fa riferimento al metodo "*colonna modello con approccio EC (EC2 ϕ 4.3.5.6.3), con le appropriate modifiche alla simbologia"* :

si verifica che il punto (N_{sdu} ; M_{est}) sia interno al dominio della sezione (determinato in seguito), dove:

$$M_{est} = N_{sdu}\left(e_1 + e_o + e_2\right)$$

$e_1 = M_{sdu} / N_{sdu}$
e_o = eccentricità per incertezza geomentrica
e_2 = eccentricità del secondo ordine

$$e_2 = k_1 \frac{l_0^2}{10}\left(1/r\right)$$

$k_1 = 1$ se $\lambda > 35$
$k_1 = \lambda/20\text{-}0.75$ se $15 < \lambda < 35$

$$\left(1/r\right) = 2 \cdot k_2 \cdot \varepsilon_{yd} /(0.9 \cdot d)$$

$$k_2 = \frac{N_{Rdu} - N_{sdu}}{N_{Rdu} - N_{bil}} \le 1$$ la scelta k_2=1 è prudenziale

$N_{Rdu} = (0.85 f^*_{cd} A_c + f_{sd} A_s)$
N_{bil} = N nel caso di rottura bilanciata

2.5.3.1. Verifica instabilità

Pilastro 2 *(pilastro maggiormente sollecitato, analogamente gli altri pilastri)*

b = 300 mm d = 260 mm N_{sdu} = 778.09 kN
h = 300 mm d' = 40 mm M_{sdu} = 13.88 kNm (mom. soll.)
3 ϕ 16 Sup. A_S = 603 mm^2
3 ϕ 16 Inf. A'_S = 603 mm^2

$$M_{est} = N_{sdu}\left(e_1 + e_0 + e_2\right)$$

$e_1 = M_{sdu} / N_{sdu} = 18$ mm
$e_0 = 20$ mm

$$e_2 = k_1 \frac{l_0^2}{10}\left(1/r\right)$$

$\lambda = 44.0$ $k_1 = 1$ $(\lambda > 35)$

$$\left(1/r\right) = 2 \cdot k_2 \cdot \varepsilon_{yd} /(0.9 \cdot d)$$

$$k_2 = \frac{N_{Rdu} - N_{sdu}}{N_{Rdu} - N_{bil}}$$

N_{Rdu} = (0.85x0.83x25/2.0x90000 + 374x1206) = 1245 kN
N_{bil} = 454.4 kN (dalla costruzione del dominio)

$$k_2 = \frac{1245 - 778.09}{1245 - 454.4} = 0.59 \le 1$$

$$\left(1/r\right) = 2 \times 0.59 \times 1.8\text{x}10^{-3} /(0.9 \times 260) = 9.08\text{x}10^{-6}$$

$$e_2 = 1 \times \frac{4000^2}{10}\left(9.08\text{x}10^{-6}\right) = 14.52 \text{ mm}$$

$$M_{est} = 778.09 \times 10^3 \times \left(18.00 + 20.00 + 14.52\right) = 40.87 \times 10^6 \text{ Nmm} = 40.87 \text{ kNm}$$

Adottando il valore prudenziale per $k_2 = 1$

$$\left(1/r\right) = 2 \times 1 \times 1.8\text{x}10^{-3} /(0.9 \times 260) = 1.54\text{x}10^{-5}$$

$$e_2 = 1 \times \frac{4000^2}{10}\left(1.54\text{x}10^{-5}\right) = 24.64 \text{ mm}$$

$$M_{est} = 778.04 \times 10^3 \times \left(18.00 + 20.00 + 24.64\right) = 48.74 \times 10^6 \text{ Nmm} = 48.74 \text{ kNm}$$

Va verificato che la coppia sollecitante (778.04 ; 48.74) sia interna al dominio di resistenza.

2.5.4. Costruzione del Dominio di Resistenza

Il Dominio di Resistenza si può definire come

"*il luogo geometrico dei punti del piano N-M corrispondenti alle coppie N-M che determinano la crisi della sezione*".

Pertanto, la verifica di una sezione pressoinflessa consiste nel provare che il punto del piano corrispondente alla coppia sollecitante (N_{sd}, M_{sd}) sia interno (al più coincidente) al dominio.

Usualmente il dominio viene determinato per punti, corrispondenti a precise posizioni dell'asse neutro. In altre parole, si fissa una posizione "conveniente" dell'asse neutro e si determina la corrispondente coppia resistente (N_{Rd}, M_{Rd}) con le seguenti equazioni:

$$N_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85f_{cd} \pm A_s' \cdot \sigma_s' \pm A_s \cdot \sigma_s$$

$$M_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4x\right) \pm A_s' \cdot \sigma_s' \left(\frac{h}{2} - d'\right) \pm A_s \cdot \sigma_s \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

oppure nella versione adimensionale

$$n = 0.8\eta \pm \alpha' \rho' \pm \alpha\rho$$

$$m = 0.4\eta\left(\frac{1+\delta}{2} - 0.4\eta\right) \pm \left(\alpha' \rho' \pm \alpha\rho\right)\left(\frac{1+\delta}{2}\right)$$

N.B: *Le coppie (N,M) sono riferite al baricentro geometrico della sezione,!!!*
(Lo stesso origine del sistema di riferimento rispetto al quale sono state calcolate le sollecitazioni)

Inoltre secondo la normativa vigente (ϕ 4.2.1.2.) "*Lo sforzo normale deve risultare minore di quello calcolato per compressioni centrate con una maggiorazione del 25% del coefficiente* γ_c".

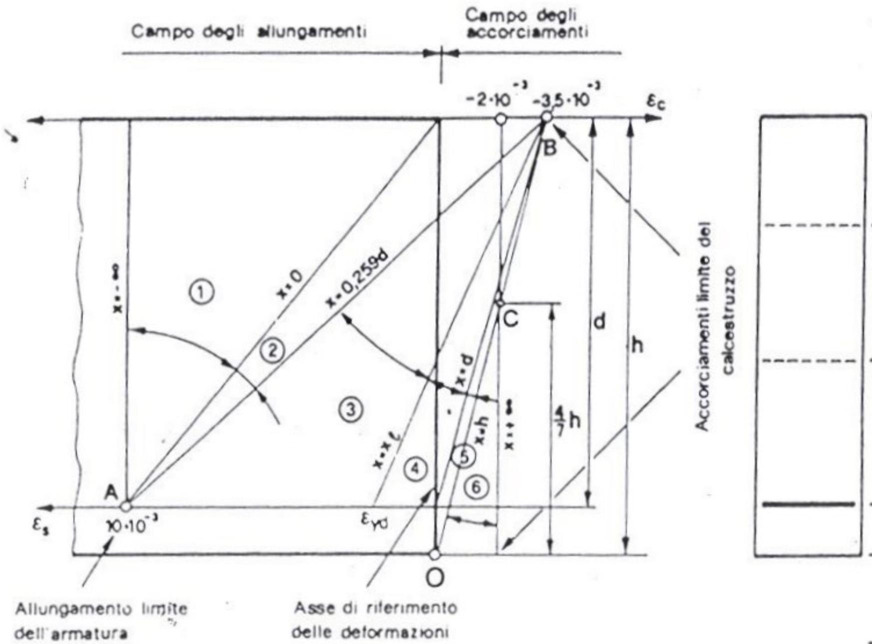
Pertanto lo sforzo normale massimo N* è pari a :

$$N_{Rd}^* = b \cdot h \cdot 0.85f_{cd}^* + A_s' \cdot f_{sd} + A_s \cdot f_{sd}$$

$$f_{cd}^* = \frac{f_{ck}}{\gamma_c^*} = \frac{0.83R_{ck}}{1.25 \cdot \gamma_c} =$$

In generale vengono scelti i seguenti punti "convenienti":

- Limite campo 1
- Limite campo 1-2
- Limite campo 2-3
- Limite campo 3-4
- Limite campo 4-5
- Limite campo 5-6
- Limite campo 6



Campo	Deformazioni specifiche: Acciaio	Deformazioni specifiche: Calcestruzzo	Tipo di sollecitazione	Tipo di rottura
$x = -\infty$ … ① … $x = 0$	$10\,‰$	—	Trazione semplice o composta	Massima deformazione acciaio teso
② … $x = 0{,}259\,d$	$10\,‰$	$0 \leq \varepsilon_c \leq 3{,}5\,‰$	Flessione semplice o composta	Massima deformazione acciaio teso
③ … $x = x_l$	$10\,‰ < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd}$	$3{,}5\,‰$	Flessione semplice o composta	Snervamento acciaio e schiacciamento calcestruzzo
④ … $x = d$	$\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s \leq 0$	$3{,}5\,‰$	Flessione semplice o composta	Schiacciamento calcestruzzo
$x = h$ ⑤	$(\varepsilon_s < 0)$	$3{,}5\,‰$	Flessione composta	Schiacciamento calcestruzzo
⑥ … $x = +\infty$	$(\varepsilon_s < 0)$	$2\,‰ \leq \varepsilon_c \leq 3{,}5\,‰$	Compressione semplice o composta	Schiacciamento calcestruzzo e snervamento acciaio compresso

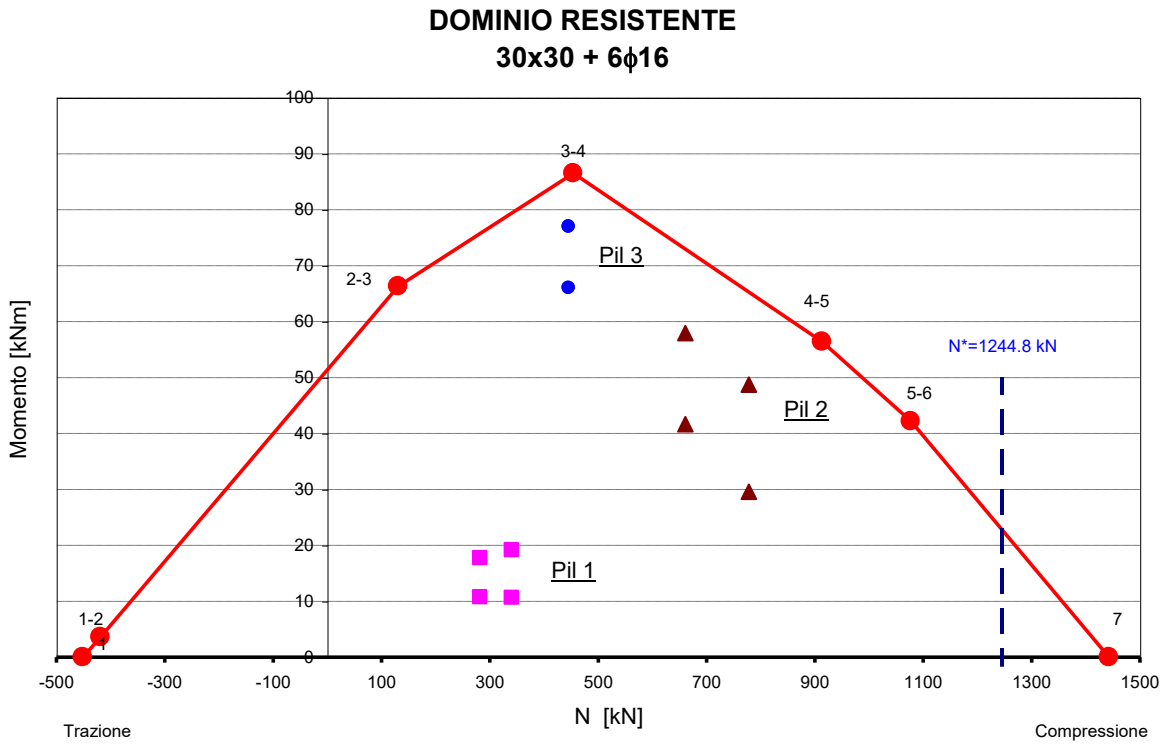
fig. 2

2.5.4.1. Calcolo del dominio di resistenza dei Pilastri 1-2-3

Pilastro 30x30 + 6ϕ16

Applicando le equazioni alla traslazione e rotazione più sopra esposte, si sono ottenuti i seguenti punti del dominio:

- Limite campo 1 (-451 ; 0.0) in [kN ; kNm]
- Limite campo 1-2 (-323.8 ; 3.6) “
- Limite campo 2-3 (130.8 ; 66.3) “
- Limite campo 3-4 (454.4 ; 86.5) “
- Limite campo 4-5 (913.2 ; 56.4) “
- Limite campo 5-6 (1077.5 ; 55.0) “
- Limite campo 6 (1442.8 ; 0.0) “



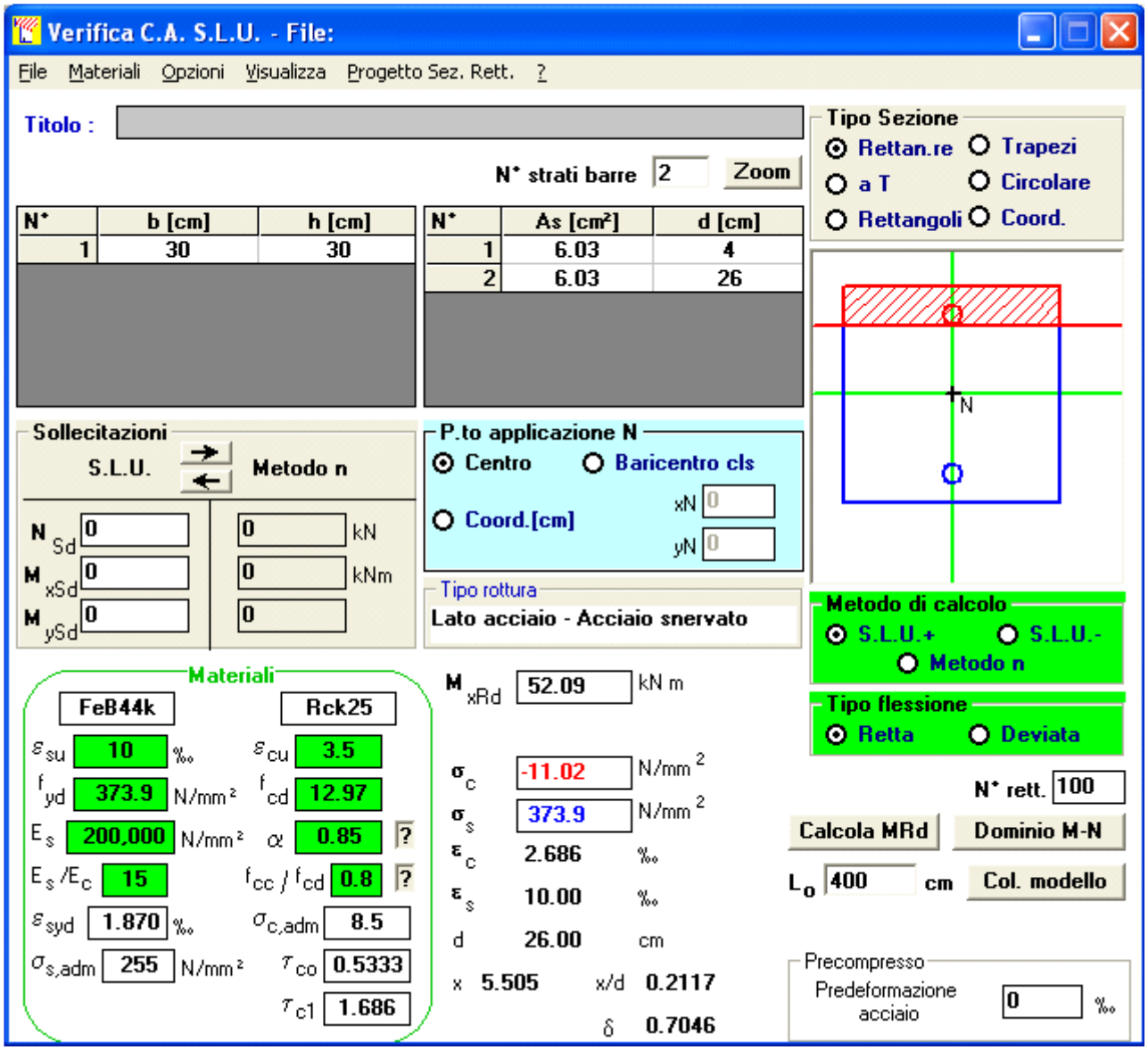
2.5.4.2. Verifica a pressoflessione

La verifica consiste nell’appurare che i punti sollecitanti siano interni al dominio.

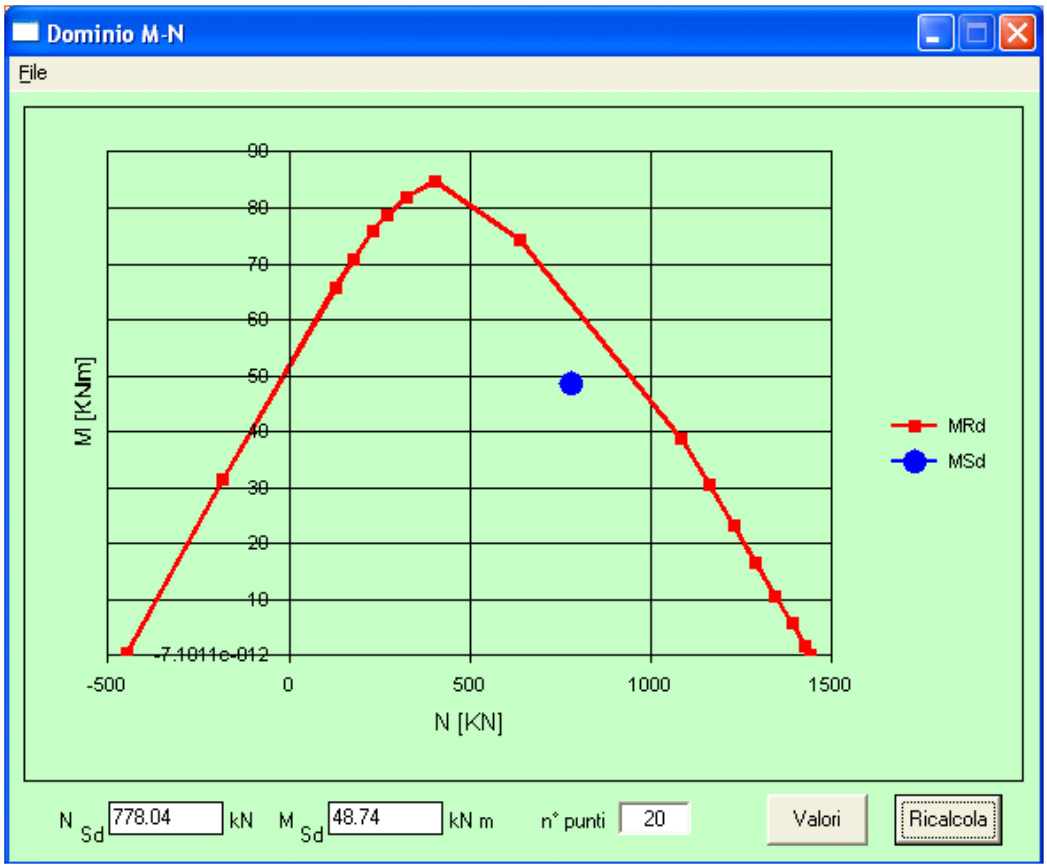
Pil 1 (340.84; 19.10)
Pil 2 (778.04; 48.74)
Pil 3 (445.77; 77.02)

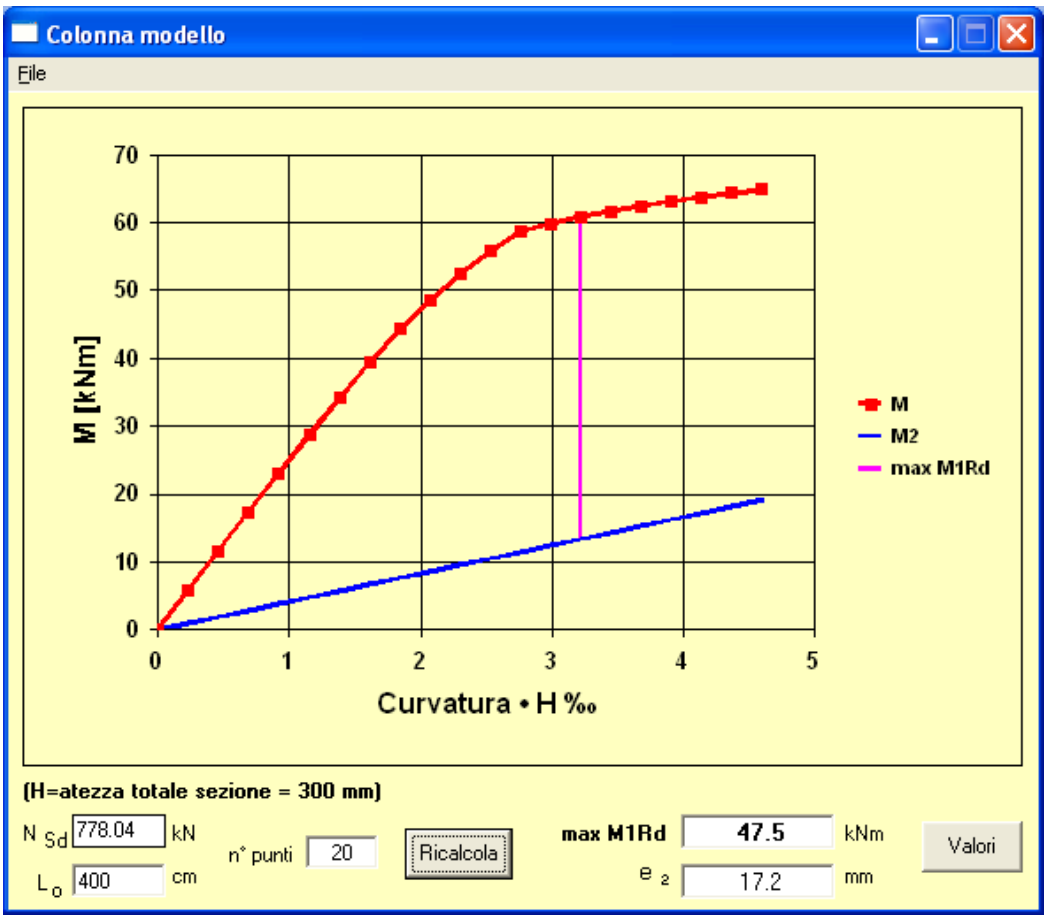
2.5.4.3. Il programma VcaSlu (Prof. Piero Gelfi – UniBS)

Si riportano le principali schermate del programma VcaSlu per la verifica delle sezioni in c.a. agli Stati Limite Ultimi sviluppato dal *Prof. Ing.* ***Piero Gelfi*** (Università degli Studi di Brescia)
I software sono reperibili al sito: http://civserv.ing.unibs.it/utenti/gelfi/



Nella pagina seguente si riporta anche la verifica di instabilità per il pilastro 2 secondo il metodo della colonna modello classico, in cui si calcola il legame Momento-Curvatura.


Dominio M-N
File
M [KNm]
N [KN]
MRd
MSd
N Sd 778.04 kN
M Sd 48.74 kN m
n° punti 20
Valori
Ricalcola


Colonna modello
File
M [kNm]
Curvatura • H ‰
M
M2
max M1Rd
(H=atezza totale sezione = 300 mm)
N Sd 778.04 kN
L o 400 cm
n° punti 20
Ricalcola
max M1Rd 47.5 kNm
e 2 17.2 mm
Valori

2.5.5. Staffe

Come da normativa (ϕ5.3.4) deve essere prevista una staffatura tale che :

passo < max (15 ϕ ; 250 mm) 15*16 = 240 mm
passo = 200mm = 20 cm
ϕ_{st} > max (6mm ; 1/4 ϕ) 1/4x16 = 4.0 mm
ϕ_{st} = 8 mm

===> Staffe ϕ 8 / 20 cm

2.5.6. Giunzioni

Per eventuali giunzioni si prescrive una lunghezza di sovrapposizione di:
40 ϕ = 40*16 = 640 mm = 64 cm

2.6. Verifica dei Pilastri nei confronti degli S.L.E. (*Tensioni di Esercizio*)

La verifica allo stato limite delle tensioni di esercizio serve per controllare che l'entità della compressione non sia tale da indurre la formazione di rilevanti fessure parallele alla direzione di compressione, dovute alla dilatazione trasversale del calcestruzzo, nonché tale da provocare eccessive deformazioni viscose.

Come da normativa (ϕ4.3.2) le tensioni di calcolo, calcolate con il metodo elastico verranno confrontate con quelle resistenti dei materiali, ridotte in modo opportuno a seconda della combinazione di carico adottata:

Combinazioni quasi permanenti	cls	==>	0.45 f_{ck} = 9.34 N/mm^2
Combinazioni rare	cls	==>	0.60 f_{ck} = 12.45 N/mm^2
	acciaio	==>	0.70 f_{yk} = 301 N/mm^2

Innanzi tutto occorre verificare la posizione del centro di pressione: se è interno al nocciolo la sezione non si parzializza e la verifica si esegue considerando l'intera sezione reagente; in caso contrario la sezione è parzializzata e si procede con la determinazione dell'asse neutro.

Pilastro 1 – Combinazioni Rare:

N_{sde} = 234.74 kN M_{sde} = 6.72 kNm

$$e = \frac{M}{N} = \frac{6.72\times10^{6}}{234.71\times10^{3}} = 28.6 \text{ mm} \quad < \lambda = \frac{B}{6} = \frac{300}{6} = 50 \text{ mm}$$

==> la sezione NON si parzializza

$$A_{idL} = A_c + n\cdot A_s = 300\times300 + 15\times6\times201 = 108090 \text{ mm}^2$$

$$J_{idL} = \frac{B\cdot h^3}{12} + n\cdot A_s\cdot\left(\frac{h}{2}-d'\right)^2 =$$

$$= \frac{300\times300^3}{12} + 15\times6\times201\times\left(\frac{300}{2}-40\right)^2 = 894\times10^{6} \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{cd} = \sigma_{cdN} \pm \sigma_{cdM} = \frac{N_{sde}}{A_{idL}} \pm \frac{M_{sde}}{J_{idL}}\cdot\frac{h}{2} =$$

$$= \frac{234.71\times10^{3}}{108090} \pm \frac{6.72\times10^{6}}{894\times10^{6}}\times\frac{300}{2} = 2.17\pm1.13 = \begin{Bmatrix}3.30\\1.04\end{Bmatrix} < 0.60f_{ck} = 12.45 \text{ N/mm}^2$$

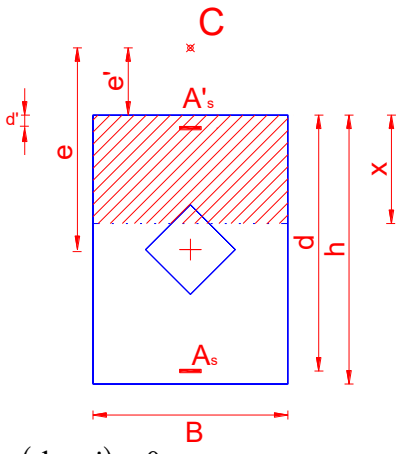
$$\sigma_{cdm} = \sigma_{cdN} = 2.17 \text{ MPa} \; < 0.70\times\left(0.60f_{ck}\right) = 8.71 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{sd} = n\cdot\left(\sigma_{cdN}\pm\sigma_{cdM}\right) = n\cdot\left(\frac{N_{sde}}{A_{idL}} \pm \frac{M_{sde}}{J_{idL}}\cdot\left(\frac{h}{2}-d'\right)\right) =$$

$$= 15\times\left(\frac{234.71\times10^{3}}{108090} \pm \frac{6.72\times10^{6}}{894\times10^{6}}\times\left(\frac{300}{2}-40\right)\right) = 15\times\left(2.17\pm0.82\right) = \begin{Bmatrix}44.8\\20.3\end{Bmatrix} < 0.70f_{yk} = 301 \text{ N/mm}^2$$

Allo stesso modo si eseguono le verifiche per la combinazione quasi permanente

Pilastro 3 – Combinazione Rara:



N_{sde} = 315.95 kN M_{sde} = 46.08 kNm

$$e = \frac{M}{N} = \frac{46.08\times10^6}{315.95\times10^3} = 145.8 \text{ mm} \quad < \lambda = \frac{B}{6} = \frac{300}{6} = 50 \text{ mm}$$

==> la sezione si parzializza

Eq. rotazione rispetto a "C" + eq. congruenza

$$\frac{1}{2}Bx\sigma_c\left(\frac{1}{3}x+e'\right)+\sigma_s'A_s'\left(e'+d'\right)-\sigma_sA_s\left(d+e'\right)=0$$

$\Rightarrow J_{ns} = 0$ Momento centrifugo della sezione ideale reagente rispetto assi coniugati r,s

$$e' = e - \frac{h}{2} = 145.80 - \frac{300}{2} = -\ 4.2 \text{ mm}$$

Asse neutro

$$x = 162.7 \text{ mm}$$

Momento d'inerzia

$$J_{id} = \frac{Bx^3}{3} + nA_s\left(d-x\right)^2 + nA_s'\left(x-d'\right)^2 =$$

$$J_{id} = \frac{300\times162.7^3}{3} + 15\times603\times\left(260\text{-}162.7\right)^2 + 15\times603\times\left(162.7\text{-}40\right)^2 =$$

$$J_{id} = 652\cdot10^6 \text{ mm}^4$$

Eq. traslazione

$$\frac{1}{2}\sigma_c\cdot B\cdot x + A_s'\sigma_s' - A_s\sigma_s = N$$

$$\sigma_c\left[\frac{1}{2}B\cdot x^2 + nA_s'\left(x-d'\right) - nA_s\left(d-x\right)\right] = N\cdot x$$

$$S_{ni} = \frac{1}{2}B\cdot x^2 + nA_s'\left(x-d'\right) - nA_s\left(d-x\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\times300\times162.7^2 + 15\times603\times\left(162.7-40\right) - 15\times603\times\left(260-162.7\right) =$$

$$= 420\times10^6 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_c = \frac{N}{S_{ni}}x = \frac{315.95\times10^3}{420\times10^6}162.7 = 12.24 \text{ MPa} \ < 0.60f_{ck} = 12.45 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = n\frac{N}{S_{ni}}\left(d-x\right) = 15\frac{315.95\times10^3}{420\times10^6}\left(260\text{-}162.7\right) = 109.9 \text{ MPa} \ < 301 \text{ N/mm}^2$$

Allo stesso modo si eseguono le verifiche per la combinazione quasi permanente e per altre sezioni.

2.7. Plinti

La fondazione dei pilastri è di tipo a plinto rigido isolato, adagiato su un terreno con portata in esercizio di $\sigma_{te} = 0.2$ N/mm^2. (portata allo SLU assumibile pari a $\sigma_{tu} = 0.3$ N/mm^2)

2.7.1. Progetto Plinto 2

2.7.1.1. Predimensionamento

$N_{sdu} = 778.09$ kN $M_{sdu} = 13.88$ kNm e = 18 mm

Vista sezione quadrata del pilastro si adotta anche per il plinto una sezione quadrata.

$$B = \sqrt{A} = \sqrt{\frac{N_{sdu}}{\sigma_{tu}}} = \sqrt{\frac{778.09 \times 10^3}{0.30}} = 1610 \text{ mm}$$

si adotta B = 1800 mm

plinto rigido

$h \geq (B - b)/4 =$
$h \geq (1800 - 300)/4 = 375$ mm

si adotta h = 400 mm
d = 350 mm d' = 50 mm (maggiore protezione per l'armatura)

OSS: nelle fondazioni è preferibile utilizzare diametri piuttosto grandi a causa dell'ambiente aggressivo. Pertanto il ϕ12 - ϕ14 si può considerare il diametro minimo da adottare in un plinto. Analogamente è bene far lavorare le barre d'armatura ad una tensione non troppo elevata, al di sotto dei valori di progetto: un valore consueto è pari al 85% della tensione di progetto.

2.7.1.2. Verifica stato limite ultimo

$N_{sdu} = 778.09$ kN $M_{sdu} = 13.88$ kNm e = 18 mm

Peso proprio pp = (1.80x1.80x0.40 x25) x 1.4 = 45.36 kN

carico ultimo $N_{sdu} = 778.09 + 45.36 = 823.45$ kN

eccentricità $e = M / N = 13.88 \times 10^6 / 823.45 \times 10^3 = 16.8$ mm
$\lambda = B / 6 = 1800/6 = 300$ mm ==> sezione tutta compressa

verifica terreno

$$\sigma_{sd} = \frac{N_{sdu}}{A} \pm \frac{M_{sdu}}{W} = \frac{778.09\times10^3}{1800\times1800} \pm \frac{13.88\times10^6}{\frac{1800\times1800^2}{6}} = \begin{Bmatrix} 0.268 \\ 0.240 \end{Bmatrix} < \sigma_{tu} = 0.30 \text{ N/mm}^2$$

trazione nelle barre $F_{su} = \frac{1}{2} N_{sdu} \cdot tg\alpha = \frac{N_{sdu}(B-b)}{8 \cdot d}$

$$F_{su} = \frac{778.09\times10^3 \times (1800-300)}{8\times350} = 416.8 \text{ kN}$$

barre inferiori $9\ \phi\ 14$ $A_s = 1386 \text{ mm}^2$

$F_{Rd} = 1386\text{x}374 = 518.4 \text{ kN} > F_{su}$ OK

tensione lavoro $f_{su} = F_{su} / A_s = 416.8\text{x}10^3 / 1386 = 300 \text{ N/mm}^2$

2.7.1.3. Verifica punzonamento

Nel caso dei plinti il punzonamento è causato dal carico concentrato del pilastro che agisce sulla piastra di fondazione (plinto). Se il plinto è stato dimensionato come plinto rigido, il più delle volte non è necessario predisporre un'apposita armatura per il punzonamento.

Come da normativa (ϕ5.3.4) si esegue la verifica a punzonamento: "*In mancanza di una apposita armatura, la forza resistente al punzonamento è assunta pari a:* "

$$F = 0.5\ u\ h\ f_{ctd}$$

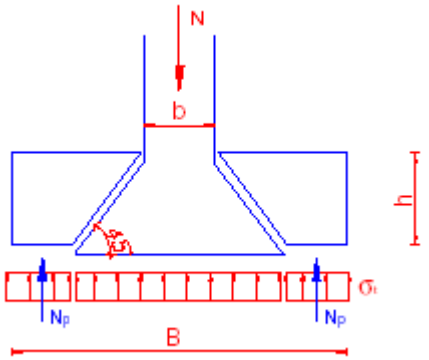
L'azione di punzonamento si assume pari alla differenza fra il carico del pilastro totale e quello scaricato direttamente al suolo sotto la proiezione a 45° (generalmente) del pilastro stesso, o, in altre parole pari alla tensione di lavoro del terreno per area d'impronta depurata dalla proiezione a 45° del pilastro. (vedi figura)

$$N_p = \sigma_{td}\left[A_{pl} - (b+2h)^2\right] =$$

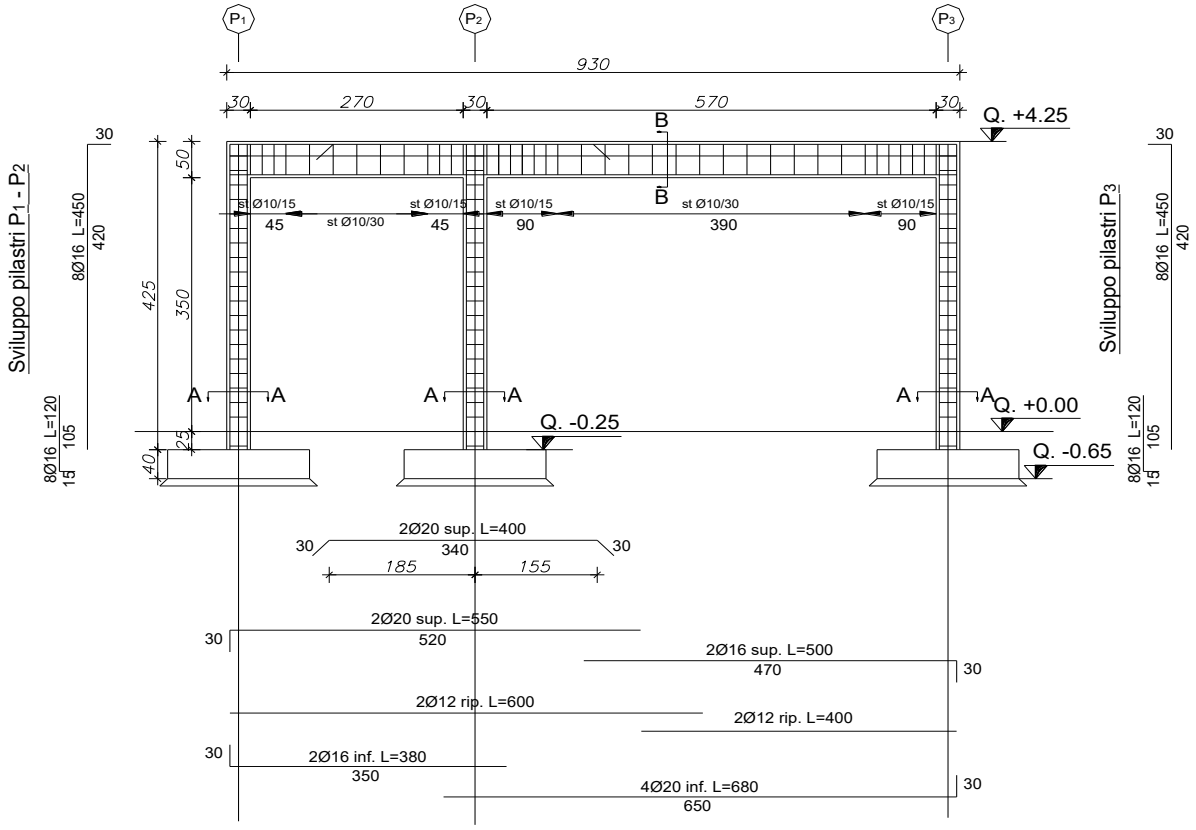
$$N_p = 0.22\left[(1800\text{x}1800) - (300+2\times400)^2\right] = 515.62 \text{ kN}$$

$$F = 0.5 \cdot u \cdot h \cdot f_{ctd} = 0.5 \cdot \left[4(b+h)\right] \cdot h \cdot f_{ctd}$$

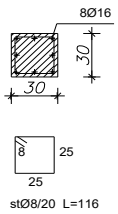
$$F = 0.5 \times \left[4(300+400)\right] \times 400 \times 1.01 = 565.6 \text{ kN}$$



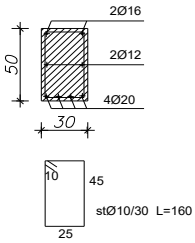
$F > N_p$ OK



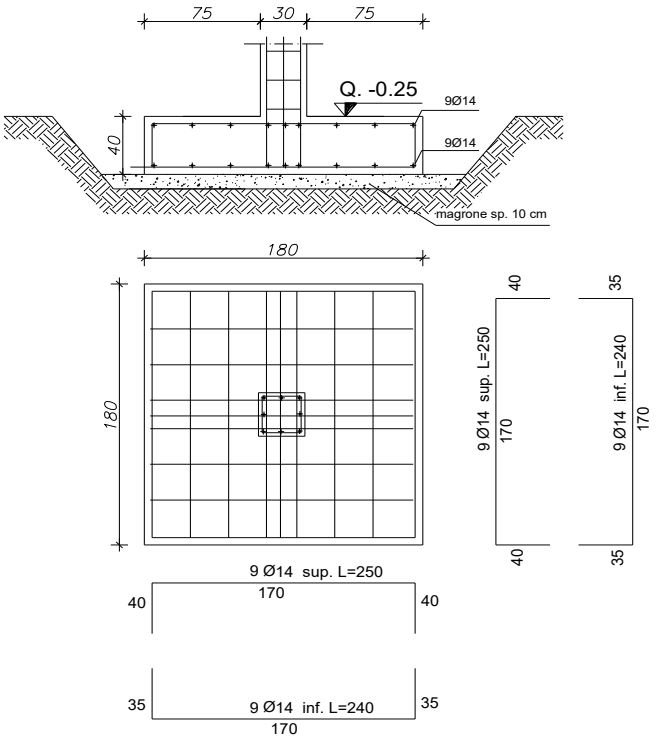
SEZIONE
A - A



SEZIONE
B - B



PLINTO
180x180x40



PRESCRIZIONE PER I MATERIALI:

CALCESTRUZZO C20/25 R_{ck} 25 MPa
ARMATURE C.A. FeB44k

APPENDICE A

APPENDICE A - 1/5

Trave S.L.U. – Ridistribuzione del Diagramma dei Momenti

È possibile eseguire un calcolo elastico lineare con ridistribuzione : "*Per la progettazione delle strutture a telaio di caratteristiche correnti si possono assumere in talune sezioni dei momenti δM ridotti ...., a condizione che nelle altre parti della struttura siano considerate le corrispondenti variazioni necessarie per ristabilire l'equilibrio.*"

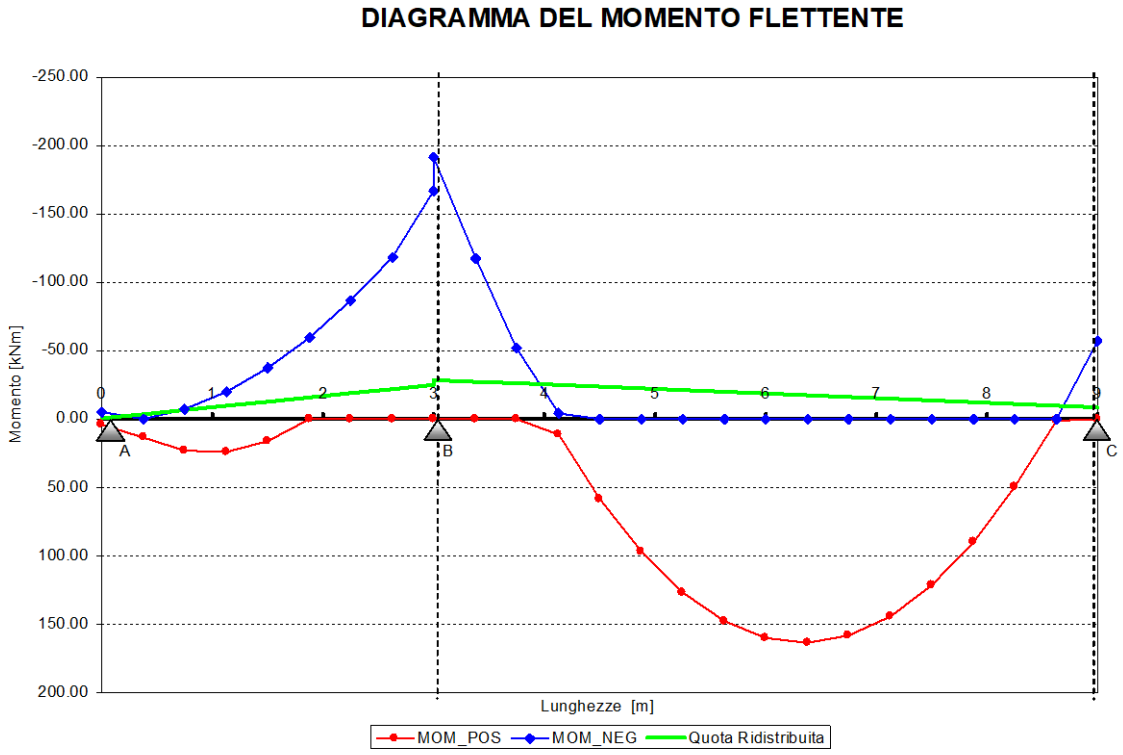
Assumiamo $\delta = 85\ \% = 0.85$
per ciascuna sezione (negativa) inoltre deve essere verificato che $0.44 + 1.25^{*}\eta < \delta$

SEZIONE A : M = -3.89 $\delta M = 0.85 * M = 3.31$ kNm $\Delta M = 0.58$ kNm
SEZIONE B_{sx} : M = -166.94 $\delta M = 0.85 * M = 141.90$ kNm $\Delta M = 25.04$ kNm
SEZIONE B_{dx} : M = -191.48 $\delta M = 0.85 * M = 162.72$ kNm $\Delta M = 28.72$ kNm
SEZIONE C : M = -57.12 $\delta M = 0.85 * M = 48.55$ kNm $\Delta M = 8.57$ kNm

Di seguito si riportano i diagrammi dei momenti ridistribuiti, momenti di calcolo e momenti resistenti. Inoltre, è necessario ricalcolare il taglio delle singole campate tenendo conto dei nuovi momenti alle estremità.

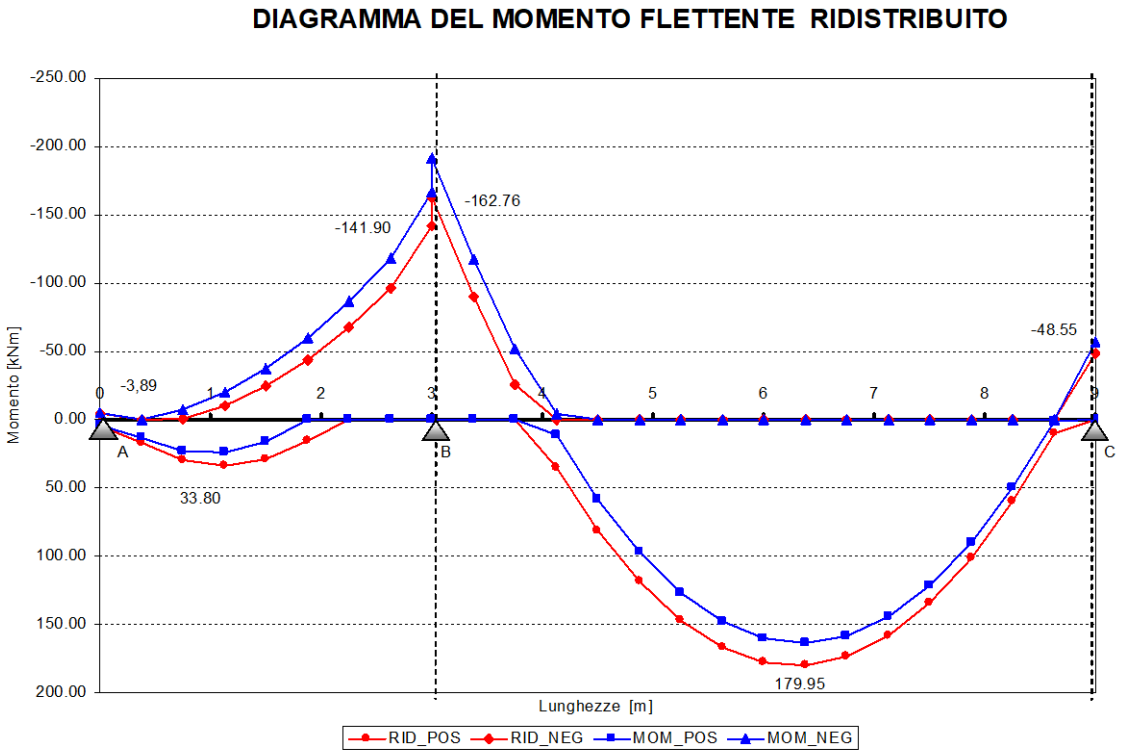
N.B. Vanno ridistribuite le singole combinazioni di carico e poi si esegui l'inviluppo.

APPENDICE A - 2/5



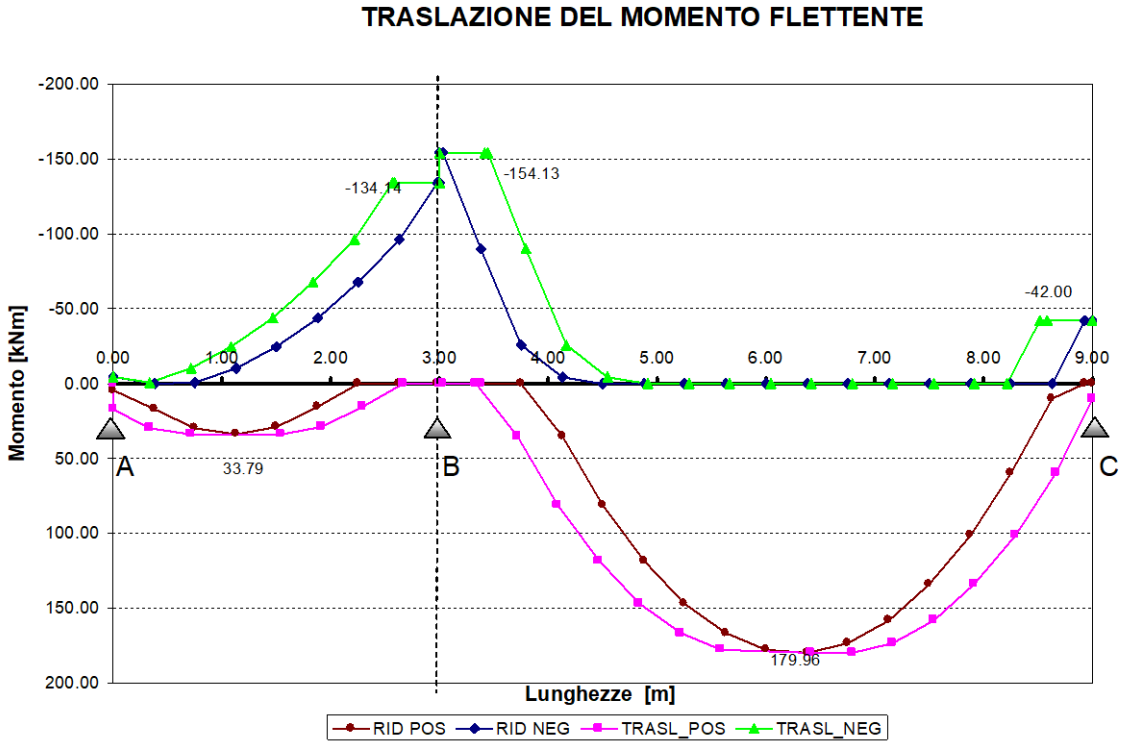
63

APPENDICE A - 3/5



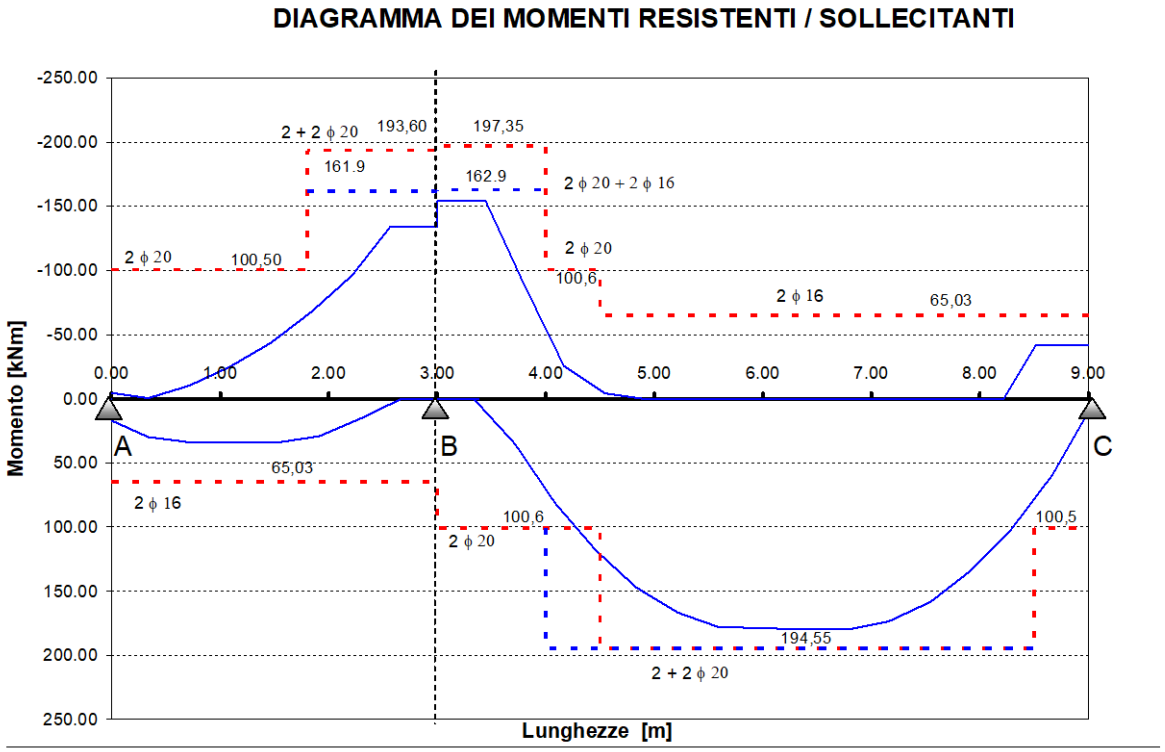
64

APPENDICE A - 4/5



65

APPENDICE A - 5/5



66