

Capitolo 4

Aria umida e verifiche termogrametriche

Laboratorio di Costruzione dell'Architettura
Controllo Ambientale degli Edifici

Docente: Riccardo Zamolo (rzamolo@units.it)



A.A. 2024/2025

Aria umida

Miscela di **aria secca** e **vapore d'acqua** nella quale la composizione dell'aria secca è pressochè costante mentre la **quantità di vapore d'acqua è variabile**.

Nel range di temperature per applicazioni di condizionamento ($T = -10\text{ °C} \div 50\text{ °C}$) sia l'**aria secca** che il **vapor d'acqua** possono essere trattati entrambi come **gas ideali** ($pv = RT$, dove R è diverso per aria e vapor d'acqua) con **calori specifici costanti** per i quali faremo particolare riferimento a quello a pressione costante c_p ($dh = c_p dT$, dove c_p è diverso per aria e vapor d'acqua).

L'aria umida può quindi essere trattata come **miscela di gas ideali** e quindi, all'equilibrio, il suo stato è determinato dal valore di **due proprietà intensive/specifiche** (es. temperatura T e pressione p) e dalla sua **composizione** (es. quanti kg di vapor d'acqua per ogni kg di aria secca).

Visto che la quantità di vapor d'acqua è **molto piccola** rispetto a quella dell'aria secca, le grandezze specifiche sono riferite alla **massa di aria secca** (es. umidità assoluta $\frac{\text{kg vapore}}{\text{kg aria secca}}$, entalpia $\frac{\text{J miscela}}{\text{kg aria secca}}$).

Pressioni parziali e legge di Dalton

Pressione parziale di un componente (aria secca/vapor d'acqua): pressione p_i alla quale sarebbe sottoposto il componente i se **occupasse da solo l'intero volume V** occupato dalla miscela alla stessa temperatura T .

Legge dei **gas ideali**, forma universale in funzione del **numero di moli n** e della **costante universale dei gas $\bar{R} = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$** :

$$pV = n\bar{R}T$$

applicata alle due componenti aria secca (as) e vapor d'acqua (vap):

$$p_{as}V = n_{as}\bar{R}T$$

$$p_{vap}V = n_{vap}\bar{R}T$$

p_{as} e p_{vap} = **pressioni parziali di aria secca e vapor d'acqua**. Sommando:

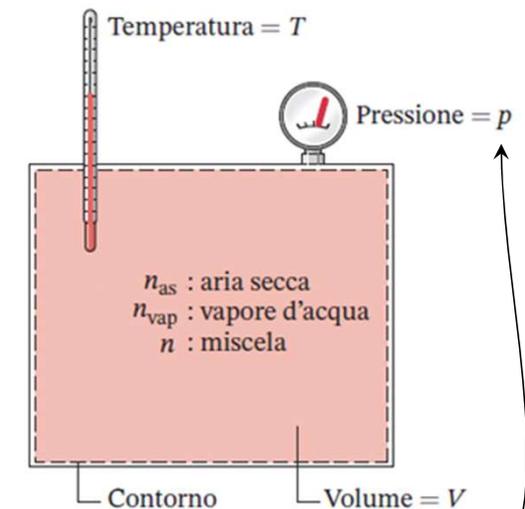
$$(p_{as} + p_{vap})V = (n_{as} + n_{vap})\bar{R}T \quad \Rightarrow$$

p = pressione
totale miscela

n = numero
moli miscela

$$p = p_{as} + p_{vap}$$

Legge di Dalton



Umidità assoluta

Umidità assoluta (o **specifica**): rapporto tra **massa di vapor d'acqua** e **massa di aria secca**:

$$\omega = \frac{m_{vap}}{m_{as}} \left[\frac{\text{kg vapore}}{\text{kg aria secca}}, - \right]$$

Ricordando che la **massa** m_i di ogni componente si ottiene moltiplicando la corrispondente **massa molare** M_i per il corrispondente **numero di moli** n_i :

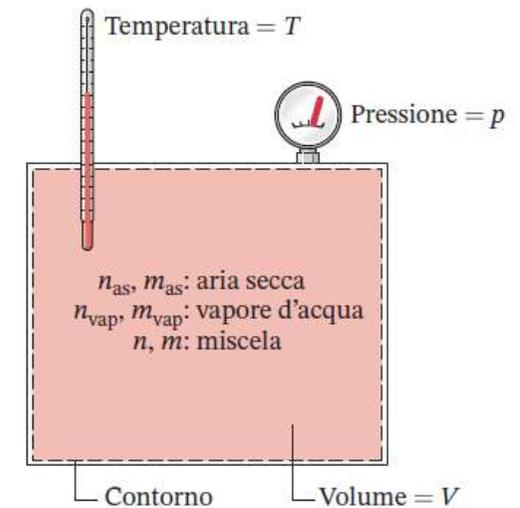
$$m_{vap} = M_{vap} \cdot n_{vap}$$

$$m_{as} = M_{as} \cdot n_{as}$$

l'umidità assoluta si può scrivere in funzione della **pressione parziale** di vap.:

$$\omega = \frac{m_{vap}}{m_{as}} = \frac{M_{vap} \cdot n_{vap}}{M_{as} \cdot n_{as}} = \frac{M_{vap}}{M_{as}} \cdot \frac{p_{vap}V / \bar{R}T}{p_{as}V / \bar{R}T} = 0.622 \frac{p_{vap}}{p_{as}} = 0.622 \frac{p_{vap}}{p - p_{vap}}$$

dove $\frac{M_{vap}}{M_{as}} = \frac{18 \text{ g/mol}}{29 \text{ g/mol}} = 0.622$ è il rapporto tra le masse molari.



Umidità relativa

Umidità relativa: rapporto tra **massa di vapor d'acqua** e quella **massima** che l'aria potrebbe contenere alla **medesima temperatura**, ossia in condizioni di **saturazione**:

$$\phi = \frac{m_{vap}}{m_{vap,sat}} \quad [-]$$

Seguendo lo stesso ragionamento fatto per l'umidità assoluta, l'umidità relativa si può scrivere in funzione della **pressione parziale** di vap.:

$$\phi = \frac{m_{vap}}{m_{vap,sat}} = \frac{n_{vap}}{n_{vap,sat}} = \frac{p_{vap}V / \bar{R}T}{p_{sat}V / \bar{R}T} = \frac{p_{vap}}{p_{sat}}$$

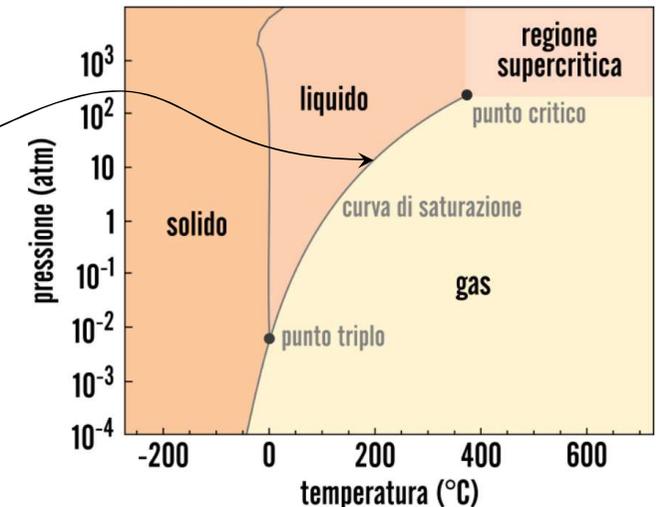
dove p_{sat} è la **pressione di saturazione** che **dipende dalla temperatura**:

$$p_{sat}(t) = 611 \cdot e^{\frac{17,3 \cdot t}{237 + t}} \quad [\text{Pa}]$$



In questa formula la temperatura t va in °C. Per l'aria umida useremo t minuscolo per indicare sempre temperature in °C.

Diagramma di stato $p - T$ dell'acqua



Temperatura di rugiada

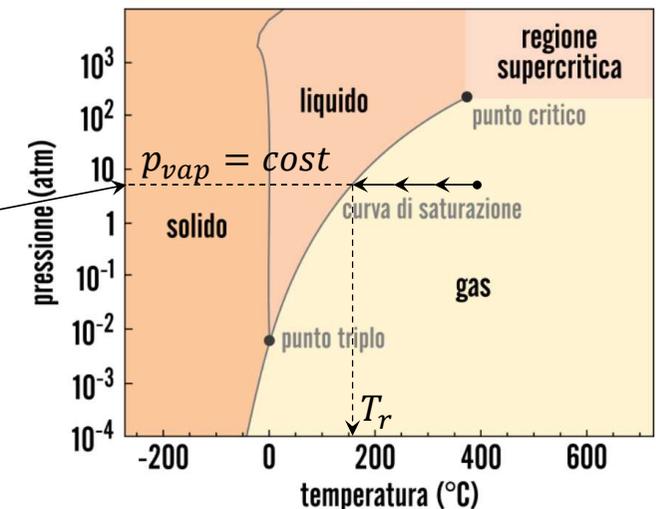
E' la **temperatura** T_r alla quale inizia la **condensazione**, ossia il passaggio di stato da **vapore a liquido**, dell'**acqua** contenuta nell'aria umida quando essa viene raffreddata a **pressione totale** (p) **costante**.

Riconsiderando la legge dei gas ideali applicata al **vapore d'acqua** ed alla **miscela** (aria umida):

$$\begin{aligned} p_{vap}V &= n_{vap}\bar{R}T \\ pV &= n\bar{R}T \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_{vap}}{p} = \frac{n_{vap}}{n}$$

Finchè non si ha condensazione, la **quantità di vapore** (moli) n_{vap} è **costante** così come la quantità totale (moli) di aria umida n . A pressione totale p costante ciò significa che pure la **pressione parziale di vapore d'acqua** p_{vap} è **costante**.

La **temperatura di rugiada** T_r coincide quindi con la **temperatura di saturazione dell'acqua** alla **pressione di vapore** p_{vap} .



Umidità assoluta e relativa, formulario

Umidità relativa ϕ :

$$\phi = \frac{m_{vap}}{m_{vap,sat}} = \frac{p_{vap}}{p_{sat}(t)} \quad \Rightarrow \quad p_{vap} = \phi \cdot p_{sat}(t)$$



In queste formule la temperatura t va in °C. Per l'aria umida useremo t minuscolo per indicare sempre temperature in °C.

Umidità assoluta ω :

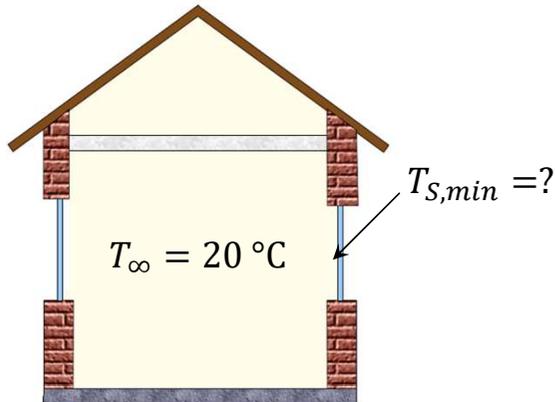
$$\omega = \frac{m_{vap}}{m_{as}} = 0.622 \frac{p_{vap}}{p - p_{vap}} = 0.622 \frac{\phi \cdot p_{sat}(t)}{p - \phi \cdot p_{sat}(t)}$$

Pressione di saturazione p_{sat} (da **non ricordare a memoria):**

$$p_{sat}(t) = 611 \cdot e^{\frac{17,3 \cdot t}{237+t}} \quad [\text{Pa}] \quad \Rightarrow \quad t = \frac{237}{\frac{17.3}{\ln\left(\frac{p_{sat}}{611}\right)} - 1} \quad [^\circ\text{C}]$$

Esercizio 1 (condensa superficiale)

All'interno di un edificio si ha **aria umida** a **temperatura** (indisturbata) $T_\infty = 20\text{ °C}$ ed **umidità relativa** $\phi = 75\%$ ($= 0.75$). Quale dovrà essere la minima temperatura delle superfici interne di pareti/finestre $T_{S,min}$ affinché non vi sia condensa superficiale?



Entalpia di aria secca e vapore d'acqua

Si è visto che entrambe le componenti dell'aria umida (aria secca e vapore d'acqua) possono essere trattate come **gas ideali a calori specifici costanti**. Per quanto riguarda i **salti entalpici** si aveva quindi:

$$\Delta h = c_p \cdot \Delta T = c_p \cdot \Delta t$$

Nel caso di aria umida, dovendo esprimere il bilancio di primo principio in funzione dell'**entalpia** della **miscela aria secca + vapore d'acqua** (le 2 entalpie si **sommeranno**), risulta più comodo definire dei valori di riferimento per l'entalpia (per esempio $h = 0$ a 0°C), ed esprimere il **valore assoluto** dell'entalpia rispetto a tale riferimento. Per l'aria secca:

$$h_{as} = c_{p,as} \cdot t \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$



In queste formule la temperatura t va in $^\circ\text{C}$.

dove $c_{p,as} = 1000 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Per il vapore d'acqua, dovendo tenere conto di eventuali **cambi di fase liquido-vapore**, bisogna aggiungere il **calore latente di vaporizzazione** $L = 2500 \text{ kJ}/\text{kg}$ (a 0°C):

$$h_{vap} = L + c_{p,vap} \cdot t \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

dove $c_{p,vap} = 1900 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, quindi quasi doppio rispetto al $c_{p,as}$ dell'aria secca.

Entalpia di miscela dell'aria umida

L'**entalpia totale** (estensiva) H [J] di una certa massa di aria umida, essendo estensiva si ottiene **sommando** le entalpie (estensive) di aria secca H_{as} e di vapor d'acqua H_{vap} :

$$H = H_{as} + H_{vap} = m_{as} \cdot h_{as} + m_{vap} \cdot h_{vap} \quad [J]$$

dove le entalpie estensive H_{as} e H_{vap} sono ottenute moltiplicando le corrispondenti **masse** m_{as} e m_{vap} per le corrispondenti **entalpie (specifiche)** h_{as} e h_{vap} (queste ultime sappiamo infatti come scriverle in funzione della temperatura t). Dividendo per la **massa di aria secca** m_{as} otteniamo l'entalpia (specificata) di miscela dell'aria umida j :

$$j = \frac{H}{m_{as}} = h_{as} + \underbrace{\left(\frac{m_{vap}}{m_{as}}\right)}_{\text{Umidità assoluta } \omega} \cdot h_{vap} = h_{as} + \omega \cdot h_{vap} \quad \left[\frac{J}{\text{kg aria secca}} \right]$$

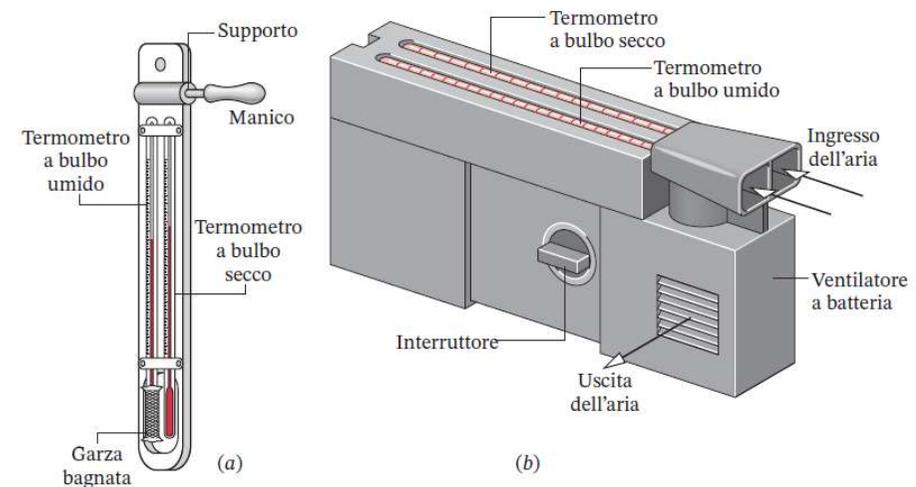
$$= c_{p,as} \cdot t + \omega \cdot (L + c_{p,vap} \cdot t)$$

L'**entalpia (specificata) di miscela dell'aria umida** j si calcola quindi in funzione di **temperatura** t (in °C) e **umidità assoluta** ω .

Temperatura di bulbo umido (e di bulbo secco)

E' possibile determinare l'**umidità** (relativa o assoluta) di una corrente d'aria umida attraverso la **misura di due temperature**: quella di **bulbo secco** e quella di **bulbo umido**.

- **Temperatura di bulbo secco** ($t_{bs} = t$): è quella misurata da un termometro immerso nell'aria umida. Coincide con la «vecchia» temperatura t .
- **Temperatura di bulbo umido** ($t_{bu} \leq t$): è quella misurata da un termometro il cui sensore è avvolto in una **garza bagnata d'acqua e ventilato** dalla corrente d'aria umida. L'acqua della garza, **evaporando, asporta calore di vaporizzazione** che raffredda il termometro. Il termometro misura quindi una **temperatura minore** (o uguale) a quella di bulbo secco. Le due temperature coincidono quando l'umidità relativa è 100%: l'acqua della garza non può evaporare e quindi $t_{bu} = t$.

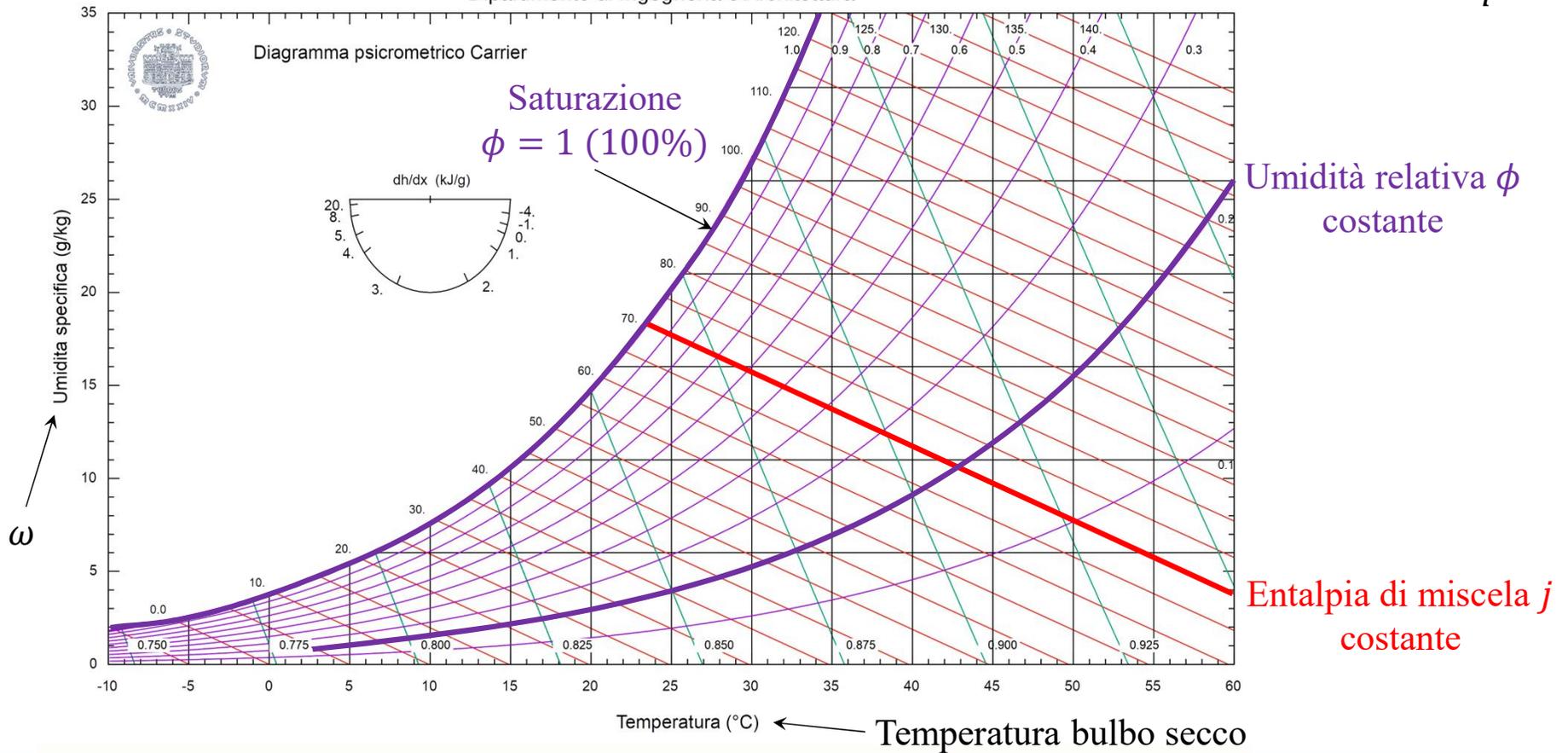


Sapendo che la «trasformazione» che porta dallo stato dell'aria umida di cui vogliamo misurare l'umidità (**bulbo secco**) a quella in condizioni di saturazione (al **bulbo umido**) è **isoentalpica** ($j = cost$), è possibile calcolare l'umidità tramite le formule appena viste. Risulta però molto più comodo usare i **diagrammi psicrometrici**.

Diagrammi psicrometrici

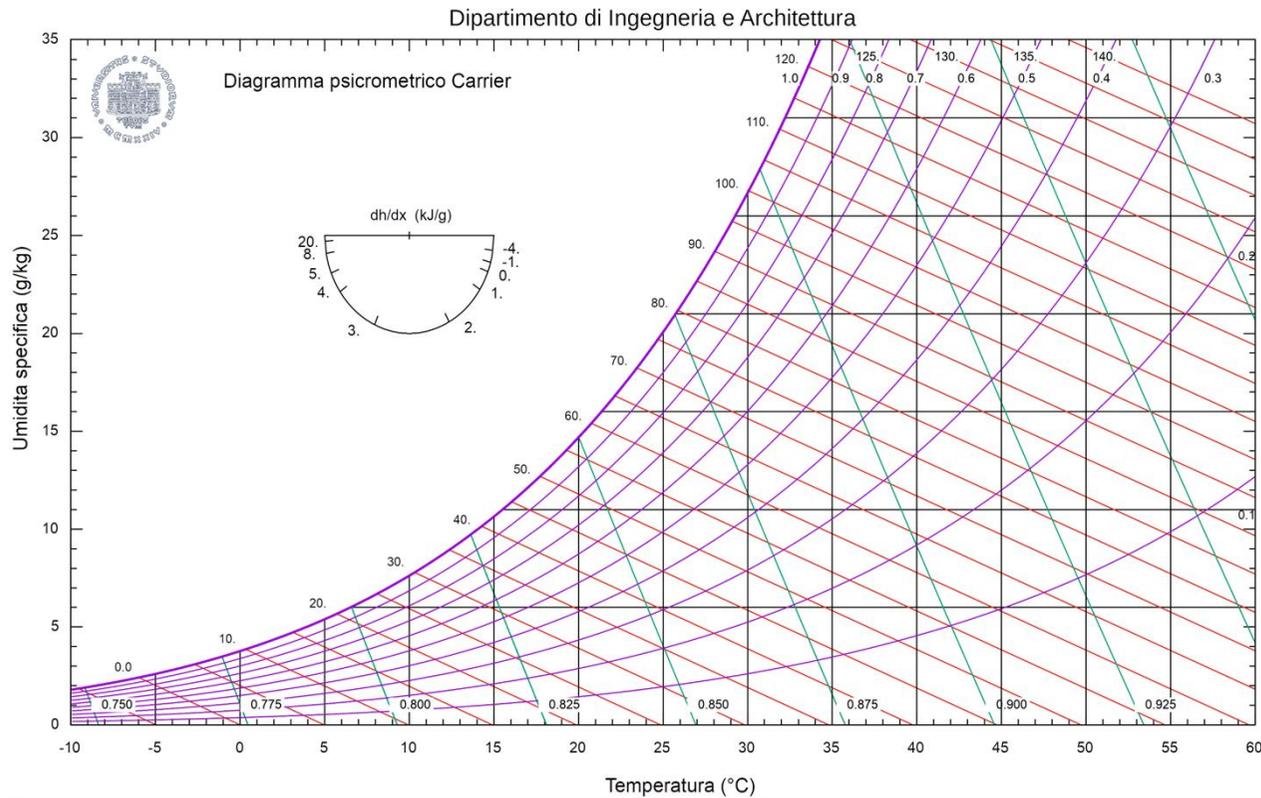
Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Pressione totale p fissata



Esercizio 2 (umidità e temperature bulbo secco e umido)

Determinare l'**umidità relativa** di una corrente d'aria umida a $t = 25\text{ °C}$ sapendo che la temperatura di bulbo umido $t_{bu} = 13\text{ °C}$.



Esempio di bilanci per aria umida: riscaldamento

Consideriamo una **portata d'aria umida** a temperatura T_1 ed umidità assoluta ω_1 che viene riscaldata da una fornitura di potenza termica \dot{Q} .

Scriviamo il **bilancio di portate di massa dell'acqua** (sia liquida che vapore):

$$\sum_{\text{ingressi}} \dot{m}_{\text{acqua}} = \sum_{\text{uscite}} \dot{m}_{\text{acqua}}$$

La **portata di vapore d'acqua** per l'aria umida si ottiene da quella d'aria attraverso l'**umidità assoluta**:

$$\omega = \frac{m_{\text{vap}}}{m_{\text{as}}} \Rightarrow m_{\text{vap}} = \omega \cdot m_{\text{as}} \Rightarrow \dot{m}_{\text{vap}} = \omega \cdot \dot{m}_{\text{as}}$$

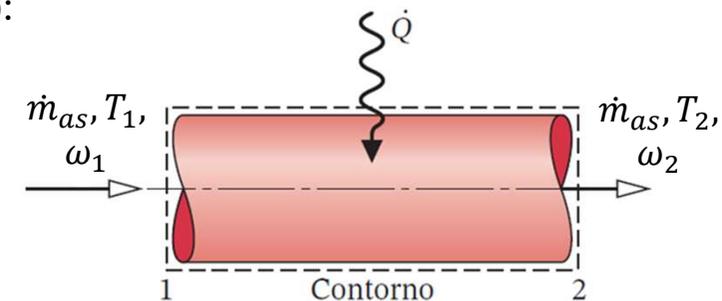
Il bilancio diventa quindi:

$$\dot{m}_{\text{vap},1} = \dot{m}_{\text{vap},2}$$

$$\omega_1 \cdot \dot{m}_{\text{as}} = \omega_2 \cdot \dot{m}_{\text{as}}$$

↓

$$\omega_2 = \omega_1 = \omega$$



Esempio di bilanci per aria umida: riscaldamento

Consideriamo una **portata d'aria umida** a temperatura T_1 ed umidità assoluta ω_1 che viene riscaldata da una fornitura di potenza termica \dot{Q} .

Scriviamo il **bilancio di primo principio** per sistema aperto ($\dot{L}_t = 0$):

$$\dot{Q} = \sum_{\text{uscite}} \dot{m} \cdot h - \sum_{\text{ingressi}} \dot{m} \cdot h$$

Il bilancio di primo principio (conservazione energia) diventa quindi:

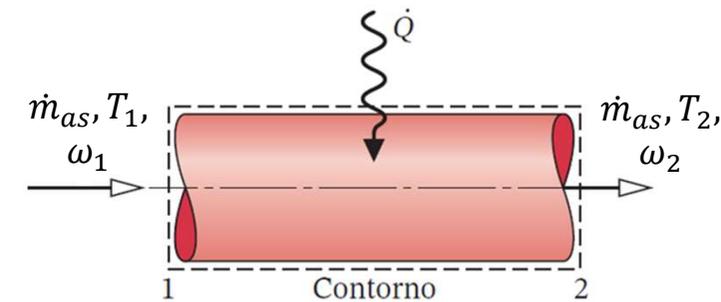
$$\dot{Q} = \dot{m}_{as} \cdot j_2 - \dot{m}_{as} \cdot j_1 = \dot{m}_{as} \cdot (j_2 - j_1)$$

Esplicitiamo la differenza tra le entalpie di miscela j_2 e j_1 :

$$\begin{aligned} j_2 - j_1 &= c_{p,as} \cdot t_2 + \omega \cdot (L + c_{p,vap} \cdot t_2) - c_{p,as} \cdot t_1 - \omega \cdot (L + c_{p,vap} \cdot t_1) \\ &= (c_{p,as} + \omega \cdot c_{p,vap}) \cdot (t_2 - t_1) = c_{p,au} \cdot (t_2 - t_1) \end{aligned}$$

↓

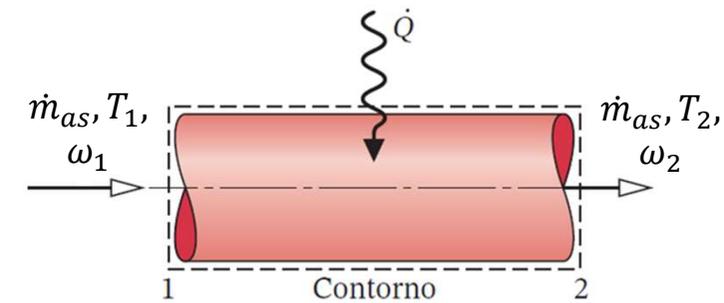
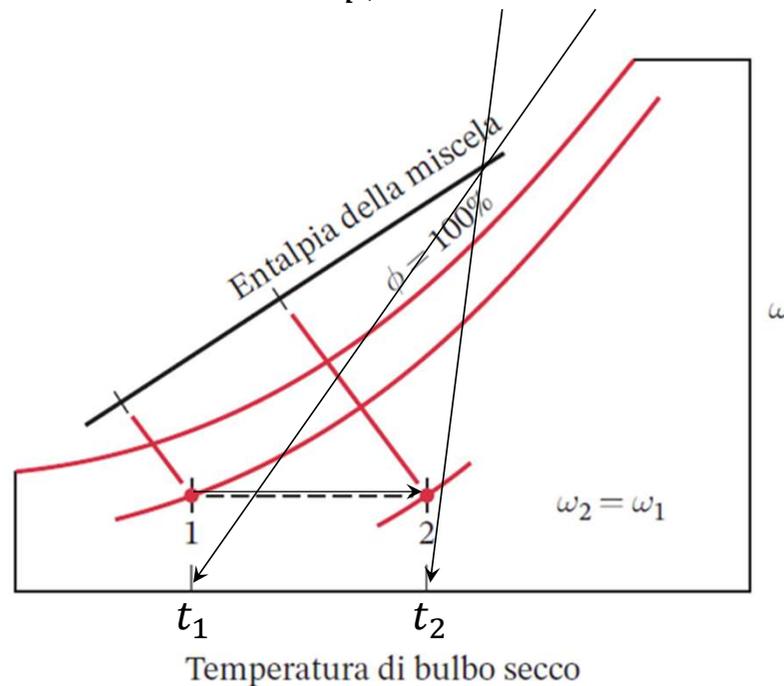
$$\dot{Q} = \dot{m}_{as} \cdot c_{p,au} \cdot (t_2 - t_1)$$



Esempio di bilanci per aria umida: riscaldamento

Visualizzazione della trasformazione su diagramma psicrometrico:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{as} \cdot c_{p,au} \cdot (t_2 - t_1)$$



Esempio di bilanci per aria umida: raffrescamento evaporativo

Consideriamo una **portata d'aria umida** a temperatura T_1 ed umidità assoluta ω_1 a cui viene opportunamente aggiunta una **portata di acqua liquida** \dot{m}_l a temperatura T_l .

Scriviamo il **bilancio di portate di massa dell'acqua** (sia liquida che vapore)

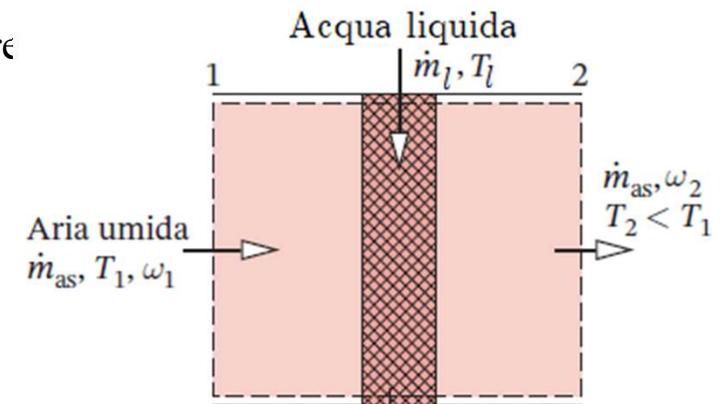
$$\sum_{\text{ingressi}} \dot{m}_{\text{acqua}} = \sum_{\text{uscite}} \dot{m}_{\text{acqua}}$$

La **portata di vapore d'acqua** per l'aria umida si ottiene da quella d'aria attraverso l'**umidità assoluta**:

$$\omega = \frac{m_{\text{vap}}}{m_{\text{as}}} \Rightarrow m_{\text{vap}} = \omega \cdot m_{\text{as}} \Rightarrow \dot{m}_{\text{vap}} = \omega \cdot \dot{m}_{\text{as}}$$

Il bilancio diventa quindi:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\text{vap},1} + \dot{m}_l &= \dot{m}_{\text{vap},2} \\ \omega_1 \cdot \dot{m}_{\text{as}} + \dot{m}_l &= \omega_2 \cdot \dot{m}_{\text{as}} \\ &\downarrow \\ \dot{m}_l &= (\omega_2 - \omega_1) \cdot \dot{m}_{\text{as}} \end{aligned}$$



Esempio di bilanci per aria umida: raffrescamento evaporativo

Consideriamo una **portata d'aria umida** a temperatura T_1 ed umidità assoluta ω_1 a cui viene opportunamente aggiunta una **portata di acqua liquida** \dot{m}_l a temperatura T_l .

Scriviamo il **bilancio di primo principio** per sistema aperto ($\dot{Q} = \dot{L}_t = 0$):

$$\sum_{\text{ingressi}} \dot{m} \cdot h = \sum_{\text{uscite}} \dot{m} \cdot h$$

Il bilancio di primo principio (conservazione energia) diventa quindi:

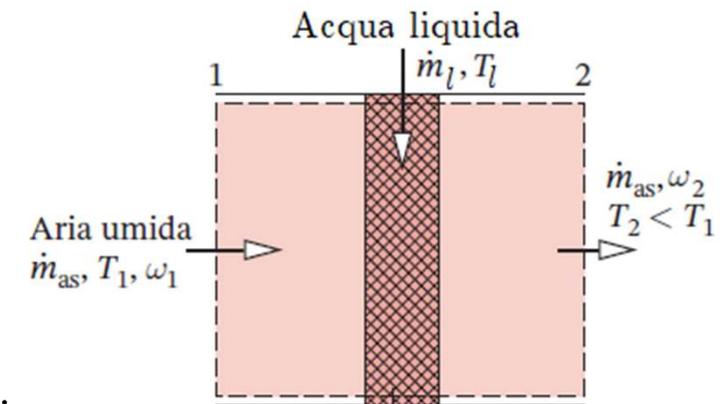
$$\dot{m}_{as} \cdot j_1 + \dot{m}_l \cdot h_l = \dot{m}_{as} \cdot j_2$$

e ricordando dal **bilancio di massa per l'acqua** che $\dot{m}_l = (\omega_2 - \omega_1) \cdot \dot{m}_{as}$:

$$\cancel{\dot{m}_{as}} \cdot j_1 + (\omega_2 - \omega_1) \cdot \cancel{\dot{m}_{as}} \cdot h_l = \cancel{\dot{m}_{as}} \cdot j_2$$

↓

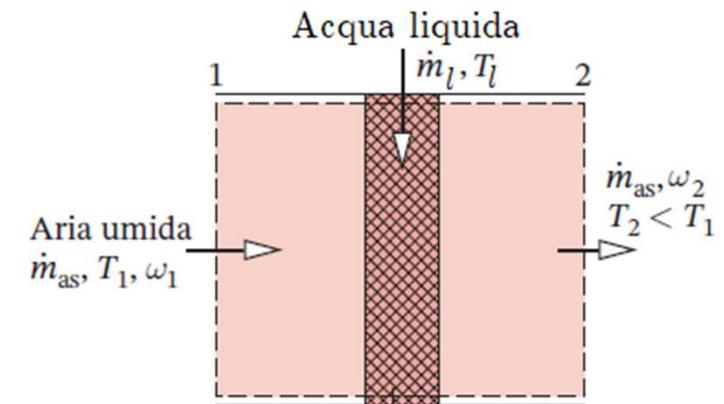
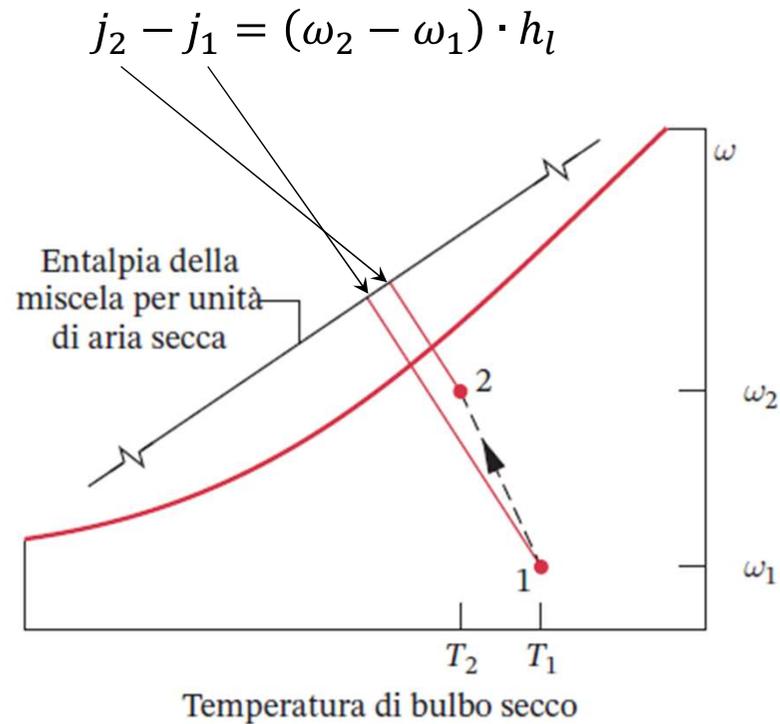
$$j_2 - j_1 = (\omega_2 - \omega_1) \cdot h_l$$



La differenza tra le entalpie di miscela $j_2 - j_1$ può essere scritta in funzione di temperature e umidità assolute...

Esempio di bilanci per aria umida: raffrescamento evaporativo

Visualizzazione della trasformazione su diagramma psicrometrico:



Verifiche termoigrometriche delle strutture

Abbiamo visto che, in determinate condizioni di **pressione** (di vapore) e **temperatura**, l'acqua presente sotto forma di vapore nell'**aria umida** può **condensare**, ossia cambiare di fase passando da **vapore a liquido**.

In ambito edilizio ciò è ovviamente da evitarsi il più possibile in fase di progetto poiché la presenza di acqua liquida comporta diverse problematiche:

- crescita di **muffe** sulle **superfici**, con conseguenti effetti dannosi per la salute delle persone. Non è necessaria condensa, è sufficiente un'**umidità elevata**.
- **danneggiamento** sia **superficiale** che **interno** dei materiali
- **alterazione** delle **caratteristiche** dei materiali (isolamento)



Al fine di evitare tali problematiche è necessario procedere con opportune **verifiche termoigrometriche**:

- **verifica superficiale**: relativa alle condizioni **superficiali** necessarie ad evitare la formazione di muffe
- **verifica interstiziale**: relativa alle condizioni **interne alle pareti** necessarie ad evitare la condensa interstiziale

Verifica superficiale: dove

Le zone soggette ad eventuale formazione di muffe per **eccessiva umidità relativa**, o peggio ancora a causa di **condensazione**, sono quelle in prossimità di **superfici fredde**. Infatti, a parità di umidità assoluta ω proporzionale alla pressione di vapore p_{vap} , l'umidità relativa $\phi = \frac{p_{vap}}{p_{sat}}$ **aumenta** al **diminuire della temperatura** poiché la pressione di saturazione p_{sat} diminuisce al diminuire della temperatura:

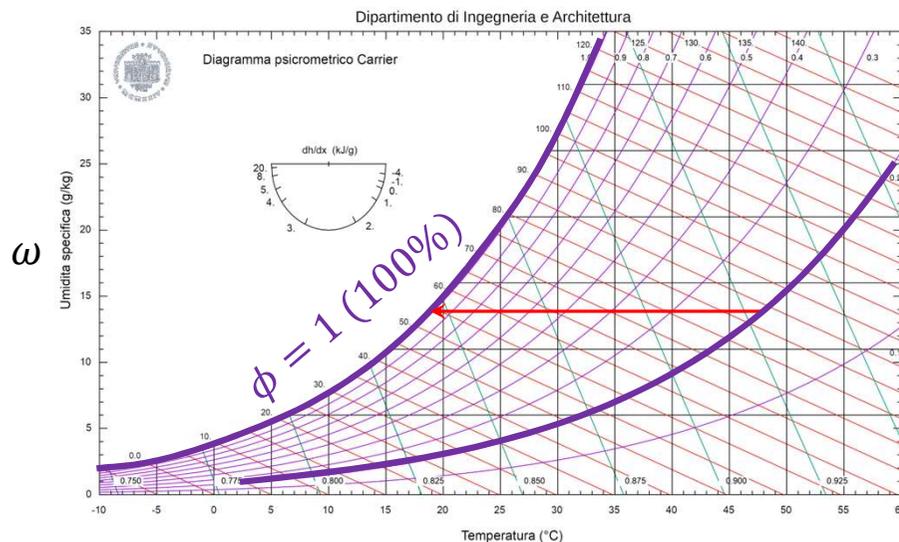
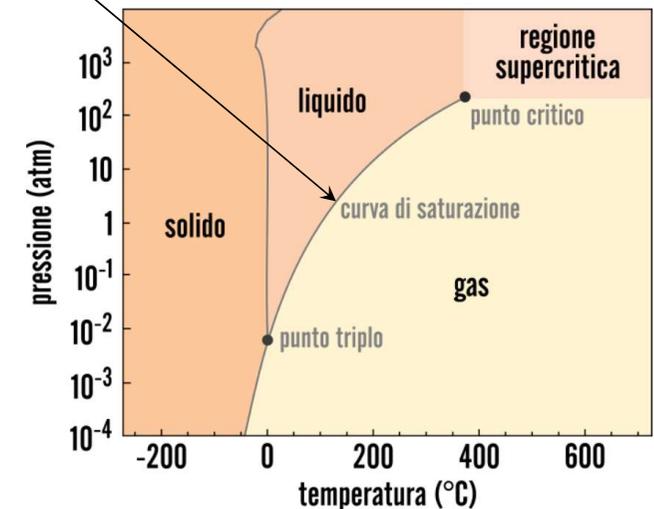


Diagramma di stato $p - T$ dell'acqua



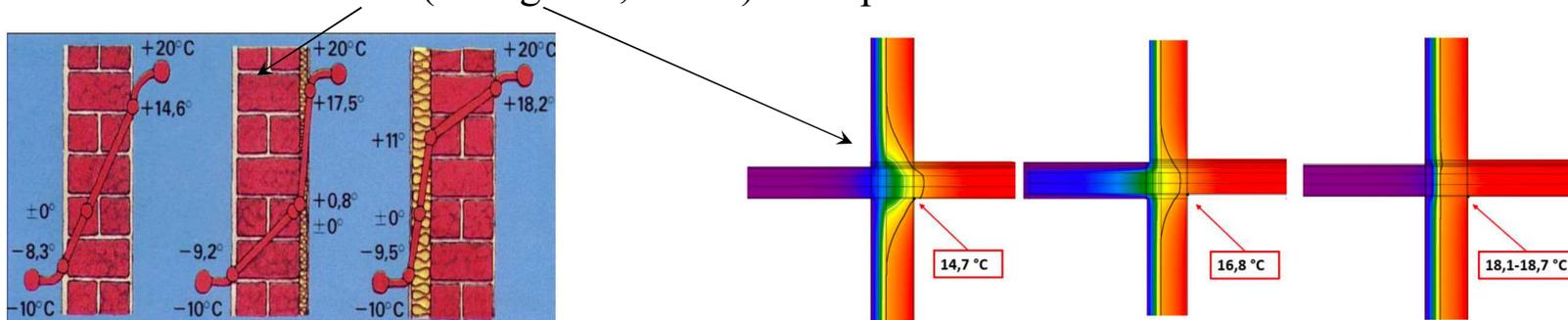
Verifica superficiale: fattori

La condizione che determina la **verifica termoigrometrica superficiale** sarà quindi relativa a valori limite massimi sull'**umidità relativa** ϕ ($\phi < \phi_{max}$), sulla **superficie** (interna), che dipenderà dal **tipo di superficie**:

$\phi < 0.8$	Superfici opache
$\phi < 1$	Porte, finestre
$\phi < 0.7$	Per evitare corrosione

Tale verifica superficiale in funzione dell'**umidità relativa** ϕ dipenderà quindi da:

- **umidità interna**
- **temperatura della superficie interna**, che a sua volta dipenderà sia dalla **temperatura interna** che da **quella esterna** e dalle **caratteristiche** (stratigrafia, forma) della parete/involucro



Verifica superficiale: temperatura ed umidità interne di progetto

La **temperatura** e l'**umidità interna di progetto** sono definite dalla UNI EN ISO 13788 in funzione della tipologia di locale/destinazione d'uso. Per quanto riguarda l'umidità interna, la norma prevede diverse **classi di umidità**:

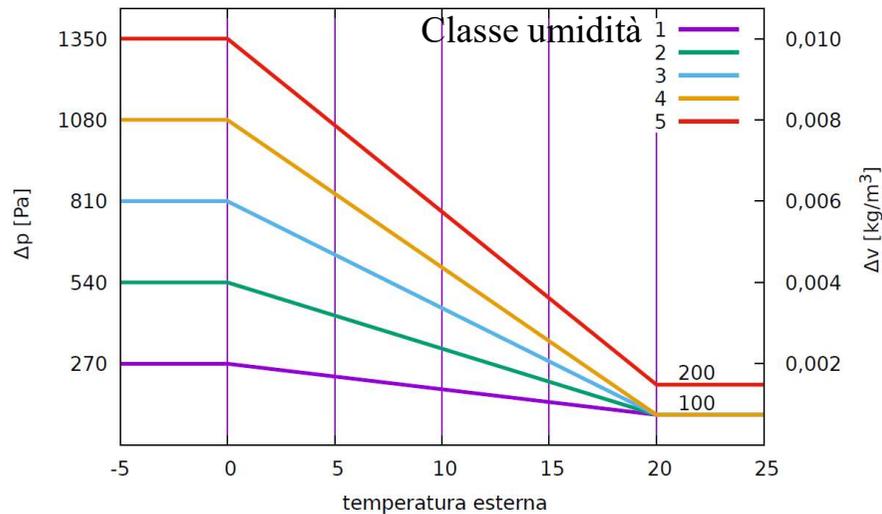
Tipo di locale	Temperatura interna °C	Classe di umidità	Edificio
Ufficio singolo	20	1	Edifici non occupati, magazzini stoccaggio materiale secco
Uffici a spazio aperto	20	2	Uffici, alloggi con ventilazione meccanica controllata (VMC)
Sala conferenze	20	3	Alloggi senza VMC, edifici con affollamento non noto
Auditorium	20	4	Palestre, cucine, mense
Bar -Ristorante	20	5	Edifici particolari, lavanderie, piscine, distillerie
Aule scolastiche	20		
Scuola materna	20		
Asilo nido	22		
Supermercato	16		
Locali di abitazione	20		
Bagni	24		
Chiese	15		
Musei -Gallerie	16		

Verifica superficiale: temperatura ed umidità interne di progetto

In funzione delle diverse **classi di umidità** (e della **temperatura esterna**), per l'**umidità interna** la normativa prevede un **apporto di vapore** rispetto alle **condizioni esterne** (riportato sia in termini di **apporto di pressione di vapore** Δp che di **apporto di massa di vapore** Δv). Si avrà quindi:

$$p_{vap,int} = p_{vap,est} + \Delta p \quad [\text{Pa}] \quad (\text{in termini di pressione di vapore})$$

$$\omega_{int} = \omega_{est} + \frac{\Delta v}{\rho_{as}} \left[\frac{\text{kg}_{vap}}{\text{kg}_{as}}, - \right] \quad (\text{in termini di umidità assoluta})$$



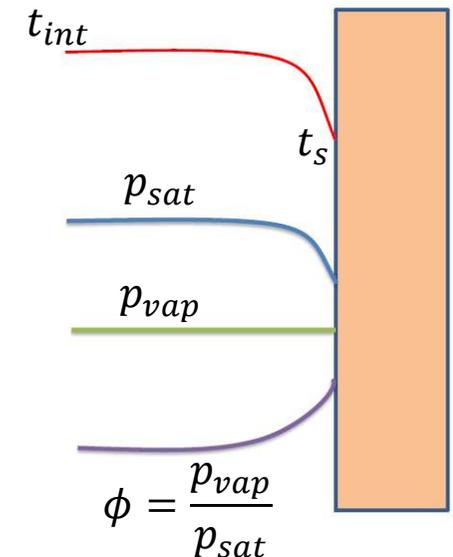
dove $\rho_{as} = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ è la densità dell'aria secca (alla temperatura interna $t_{int} \approx 20 \text{ }^\circ\text{C}$).

In prima approssimazione si possono assumere **tipici valori interni di progetto** di $t_{int} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ e umidità relativa $\phi_{int} = 0.65$ (= 65%).

Verifica superficiale: andamenti

Consideriamo l'**andamento delle variabili** (temperatura t , pressioni di saturazione p_{sat} e di vapore p_{vap} ed **umidità relativa** ϕ) nella situazione che riguarda la verifica termoigrometrica superficiale, ossia il caso di superficie (interna) fredda che si ha in inverno quando $t_{est} < t_{int}$:

- la temperatura t_s sulla superficie (interna) è **minore di quella interna** t_{int} per effetto dello scambio termico convettivo tra la superficie e l'aria interna
- la temperatura dell'aria interna **diminuisce avvicinandosi alla superficie** (strato limite)
- la pressione di saturazione p_{sat} diminuisce al diminuire della temperatura, e quindi **diminuisce avvicinandosi alla superficie**
- la pressione di vapore p_{vap} è **costante** poiché la quantità di acqua nell'aria umida è costante (umidità assoluta ω costante, $\omega = 0.622 \frac{p_{vap}}{p - p_{vap}}$)
- l'umidità relativa $\phi = \frac{p_{vap}}{p_{sat}}$ **aumenta quindi avvicinandosi alla superficie fredda**
- la temperatura sulla superficie non dovrà quindi scendere sotto un valore limite $t_{s,min}$



Verifica superficiale: procedura

- definizione della **pressione di vapore** p_{vap} (costante). Nel caso semplificato si ottiene dalle condizioni interne di progetto di temperatura t_{int} e umidità relativa ϕ_{int} :

$$p_{vap} = \phi_{int} \cdot p_{sat}(t_{int})$$

mentre nel caso completo definito dalla normativa, p_{vap} si ottiene dalle condizioni di progetto esterne e dalla classe di umidità dell'edificio/ambiente.

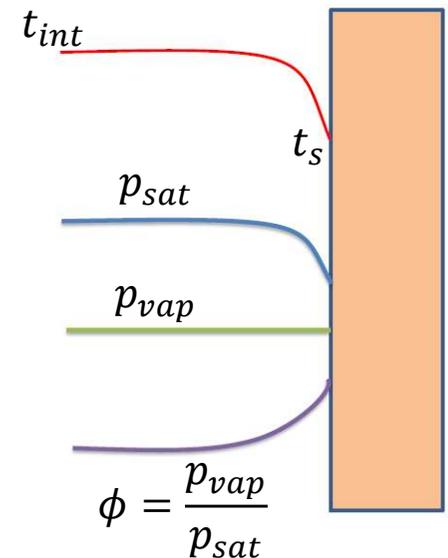
- determinazione della **pressione di saturazione minima** a parete in funzione dell'umidità relativa massima imposta ϕ_{max} (0.7, 0.8, ...):

$$p_{sat,min} = \frac{p_{vap}}{\phi_{max}}$$

- determinazione della corrispondente **temperatura superficiale minima** $t_{s,min}$:

$$t_{s,min} = t_{sat}(p_{sat,min})$$

dove $t_{sat}(p_{sat,min})$ indica la temperatura corrispondente alla data pressione di saturazione $p_{sat,min}$, ossia $p_{sat}(t_{s,min}) = p_{sat,min}$, data dalla formula analitica vista in precedenza



Verifica superficiale: verifica, fattore di temperatura

La verifica è quindi soddisfatta se la **temperatura superficiale** (interna) t_s risulta **maggiore di quella limite inferiore** $t_{s,min}$:

$$t_s > t_{s,min}$$

Risulta più comodo e generale **non confrontare direttamente le temperature** bensì i **fattori di temperatura**. Consideriamo nuovamente la legge che esprime lo **scambio termico di una parete** (multistrato) con convezione da entrambi i lati per mezzo della **trasmittanza** totale U_{tot} della parete:

$$q'' = U_{tot} \cdot (t_{int} - t_{est}) = U_{tot} \cdot \Delta t$$

mentre lo scambio termico convettivo sulla superficie interna è espresso dalla **legge di Newton** per mezzo del **coefficiente convettivo** h_{int} :

$$q'' = h_{int} \cdot (t_{int} - t_s) = \frac{t_{int} - t_s}{R''_{s,int}}$$

Uguagliando i due flussi termici si ottiene $R''_{s,int} \cdot U_{tot} \cdot \Delta t = t_{int} - t_s = t_{int} - t_{est} + t_{est} - t_s = \Delta t + t_{est} - t_s$.
Dividendo per Δt si ottiene:

$$\frac{t_s - t_{est}}{\Delta t} = 1 - R''_{s,int} \cdot U_{tot}$$

Verifica superficiale: verifica, fattore di temperatura

Il rapporto che abbiamo trovato è il **fattore di temperatura**:

$$f_{Rsi} = \frac{t_s - t_{est}}{\Delta t} = \frac{t_s - t_{est}}{t_{int} - t_{est}} = 1 - R''_{s,int} \cdot U_{tot}$$

La verifica superficiale può essere espressa in termini di fattori di temperatura:

$$t_s > t_{s,min} \Rightarrow f_{Rsi} > f_{Rsi,min}$$

dove il **fattore di temperatura minimo** $f_{Rsi,min}$ è quello ottenuto con $t_{s,min}$:

$$f_{Rsi,min} = \frac{t_{s,min} - t_{est}}{t_{int} - t_{est}}$$

- il fattore di temperatura f_{Rsi} di una parete **non dipende dalle condizioni climatiche ma solo da caratteristiche costruttive** (U_{tot}); $R''_{s,int}$ non dipende dalla costruzione della parete
- la verifica è soddisfatta per f_{Rsi} **grandi**, ossia pareti con **trasmittanza** U_{tot} **bassa** (molto isolanti), ossia quando la **temperatura superficiale interna si avvicina a quella dell'aria interna** t_{int}
- il fattore di temperatura minimo $f_{Rsi,min}$ dipende **solo dalle condizioni climatiche** (t_{int}, t_{est}) e **non dal tipo di parete**: non dipende né dalla stratigrafia (materiali e spessori) né dalla forma della parete (vedi slide dopo)

Verifica superficiale: trasmittanza

Come già visto, la **trasmittanza** totale della parete U_{tot} si calcola come l'**inverso della resistenza specifica** totale:

$$U_{tot} = \frac{1}{R''_{tot}} \quad \left[\frac{W}{m^2K} \right]$$

e la resistenza specifica totale si ottiene come **somma delle restenze specifiche degli N strati della parete**, comprese le resistenze superficiali (convettive) interne ed esterne $R''_{s,int}$ e $R''_{s,est}$:

$$R''_{tot} = R''_{s,int} + \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{\lambda_i} + R''_{s,est}$$

Per le resistenze superficiali si può assumere:

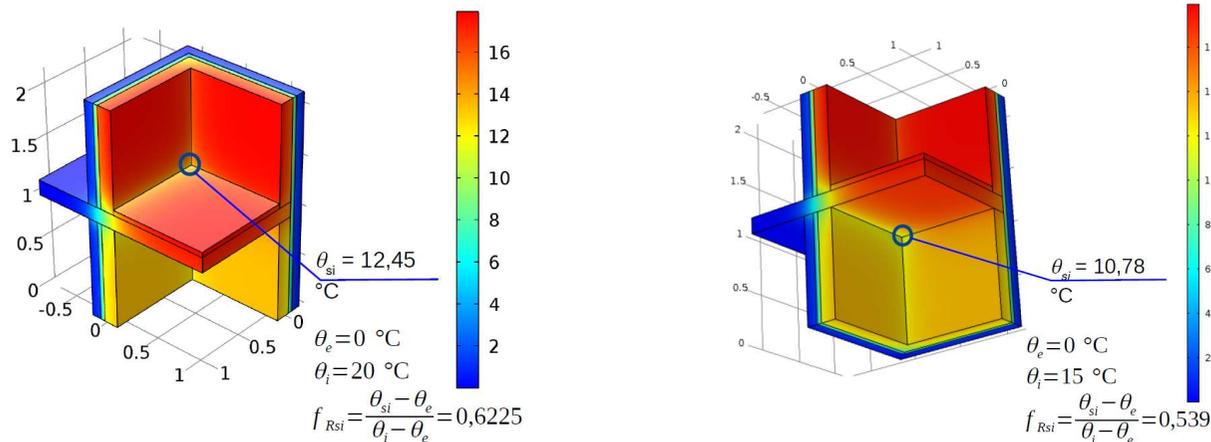
$$R''_{s,est} = 0.04 \frac{m^2K}{W}$$

$$R''_{s,int} = 0.25 \frac{m^2K}{W}$$

Verifica superficiale: ponti termici

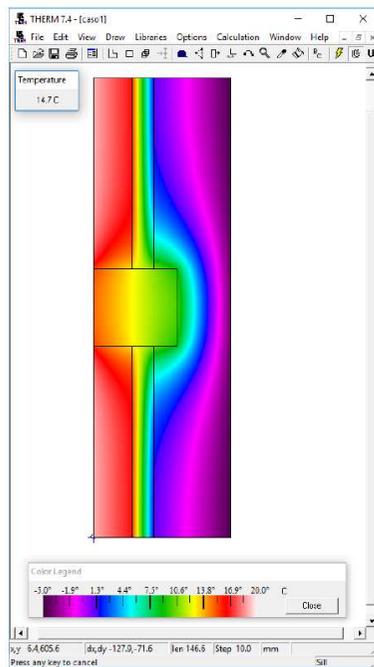
La definizione del fattore di temperatura $f_{Rsi} = \frac{t_s - t_{est}}{t_{int} - t_{est}}$ può essere **estesa anche al caso di ponti termici**, ossia quando si hanno **discontinuità nelle proprietà dei materiali** (conduttività) e/o **scostamenti di forma** rispetto al caso di parete monodimensionale che comportano dispersioni aggiuntive. Esempi: finestre, angoli, spigoli, ecc.

In presenza di ponti termici si hanno, in inverno, **dispersioni di calore aggiuntive** rispetto a quelle calcolate mediante il **modello di parete monodimensionale**. Analogamente, si avranno quindi **punti sulla superficie interna a temperatura minore** di quella prevista dal modello di parete monodimensionale, che saranno punti **ancora più critici** per la **verifica termoigrometrica superficiale**. L'unica differenza è che f_{Rsi} (riferito alla minima temperatura superficiale) non si può calcolare analiticamente ma viene solitamente valutato mediante opportuni software di simulazione:

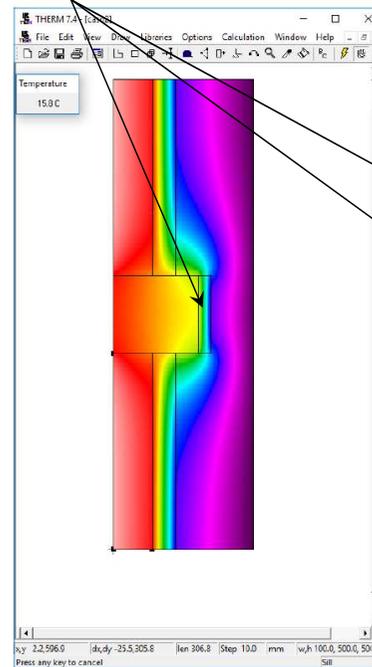


Verifica superficiale: ponti termici

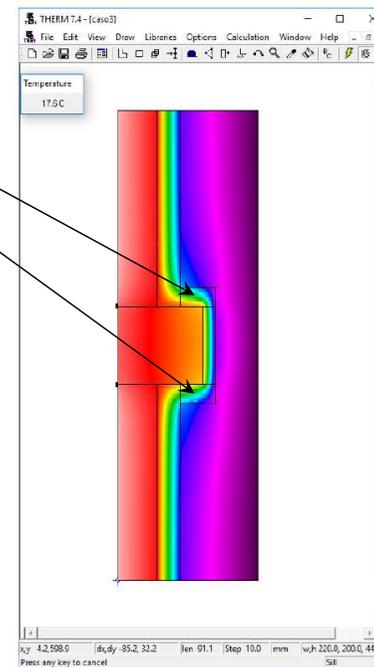
La «correzione» dei ponti termici al fine di **ridurre le dispersioni e ridurre il rischio di condensa superficiale** (ossia aumentare la minima temperatura che si ha sulla superficie interna = **aumentare il fattore di temperatura f_{Rsi}**) può essere fatta prevedendo l'aggiunta di opportuni strati di materiali isolanti:



$$f_{Rsi} = 0,788$$



$$f_{Rsi} = 0,832$$



$$f_{Rsi} = 0,904$$

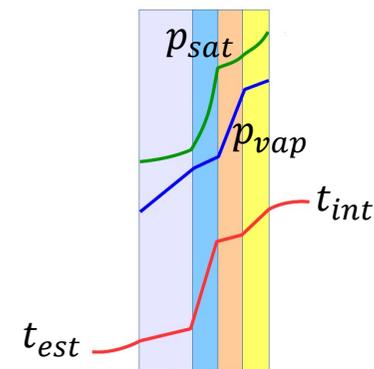
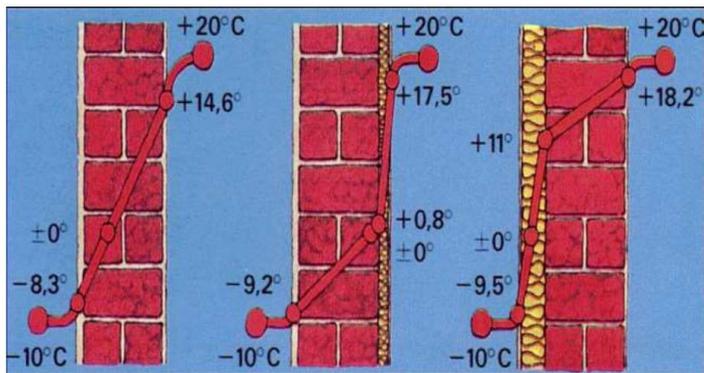
Esercizio 2: verifica superficiale

Si esegua la verifica superficiale mediante fattore di temperatura nel caso di temperatura esterna $t_{est} = 5 \text{ °C}$ e umidità esterna $\phi_{est} = 0.8$ (= 80%), temperatura interna di progetto $t_{int} = 20 \text{ °C}$ e ambiente con destinazione uffici. Il valore limite massimo tollerabile per l'umidità assoluta è $\phi_{max} = 0.7$. La parete è composta da:

- intonaco ($\lambda = 1.4 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, $L = 4 \text{ cm}$)
- mattoni ($\lambda = 0.8 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, $L = 20 \text{ cm}$)
- isolante ($\lambda = 0.032 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, $L = 8 \text{ cm}$)

Verifica interstiziale

La verifica superficiale non è condizione sufficiente ad evitare la possibile formazione di **condensa all'interno delle pareti**, ossia **condensa interstiziale**. Infatti la temperatura all'interno della parete varia dal valore sulla superficie interna a quello sulla superficie esterna. A seconda della stratigrafia della parete (caratteristiche di **isolamento termico** e di **permeabilità rispetto al passaggio di vapore** dei vari strati) ci possono essere punti dove la **pressione di vapore supera quella di saturazione**, che dipende a sua volta dalla temperatura che varia da punto a punto, e quindi condensazione.



La condensa interstiziale è **sempre da evitare** in fase di progetto secondo la normativa vigente UNI 13788 (2013).

La stessa normativa prevede un calcolo semplificato in regime stazionario per pareti piane (**metodo di Glaser**), molto simile al calcolo delle dispersioni termiche nel medesimo regime, già affrontato.

Trasporto di vapore

Ogni strato che costituisce una parete, oltre ad essere attraversato da un flusso termico q''_x , è anche attraversato da un **flusso** (portata per unità di superficie) **di vapore** g''_x . Tale portata di vapore scaturisce da una **differenza di pressione (di vapore)** Δp tra le due superfici delimitate dallo strato. La legge che regola tale fenomeno è la **legge di Fick**, che è del tutto analoga alla legge di Fourier per la conduzione:

Fenomeno	Conduzione	Trasporto di vapore
Trasporto di	Energia	Massa
Legge di	Fourier	Fick
Formula	$q''_x = -\lambda \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$	$g''_x = -\delta \frac{dp}{dx} = \delta \frac{\Delta p}{\Delta x}$
	$q''_x =$ flusso termico [J/(s · m ²)]	$g''_x =$ flusso di vapore [kg/(s · m ²)]
	$\lambda =$ conduttività termica [J/(s · m · K)]	$\delta =$ permeabilità al vapore [kg/(s · m · Pa)]

Le due leggi sono identiche poiché descrivono lo **stesso fenomeno microscopico**, ossia l'**instaurazione di un flusso** (di energia o di massa) attraverso un materiale «permeabile» sotto l'azione di una **differenza di potenziale** (termico o di pressione), e tale permeabilità (conduttività termica o permeabilità al vapore) dipende **solo dal tipo di materiale**.

Essendo le due leggi identiche, **tutte le formulazioni viste per la parte termica** (resistenza di uno strato, resistenza specifica, resistenza di parete multistrato, andamenti delle variabili) si ripresentano del tutto identiche per il **trasporto di vapore**.

Trasporto di vapore: resistenza al vapore

Per lo strato i -esimo di una parete multistrato si definisce la corrispondente **resistenza specifica al passaggio di vapore**:

$$R''_{v,i} = \frac{L_i}{\delta_i} \quad \left[\frac{\text{m}^2 \text{Pa} \cdot \text{s}}{\text{kg}} \right]$$

dove L_i è lo spessore dello strato i -esimo e δ_i la corrispondente permeabilità al vapore.

Per una **parete multistrato** si avrà che la **resistenza specifica totale al passaggio di vapore** si ottiene sommando le **resistenze specifiche di ogni strato**. Nel caso del trasporto di vapore, si trascurano le resistenze superficiali:

$$R''_{v,tot} = \sum_{i=1}^N R''_{v,i} = \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{\delta_i}$$

La **portata specifica totale di vapore** che attraverserà la parete multistrato sarà, in analogia al flusso termico:

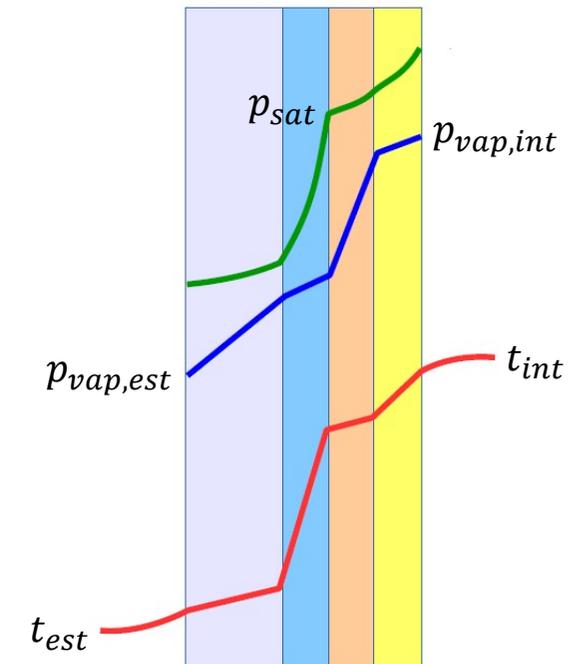
$$g''_x = \frac{\Delta p}{R''_{v,tot}} = \frac{\Delta p_i}{R''_{v,i}} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right]$$

dove Δp è la **differenza tra le pressioni di vapore delle due superfici esterne della parete multistrato**, mentre Δp_i è la differenza tra le pressioni di vapore a cavallo dello strato i -esimo.

Trasporto di vapore: andamenti nelle pareti

- Abbiamo visto che l'andamento della **temperatura** è **lineare all'interno di ciascuno strato**. Strati di materiali diversi hanno pendenze diverse: gli **strati più isolanti (elevata resistenza, bassa conduttività) hanno pendenze maggiori**.
- Per l'analogia delle leggi di Fourier e Fick, anche l'andamento della **pressione di vapore** è **lineare all'interno di ciascuno strato**. Gli **strati meno permeabili al vapore (elevata resistenza, bassa permeabilità al vapore) hanno pendenze maggiori**.
- L'andamento della **pressione di saturazione**, il cui studio è necessario ai fini della verifica interstiziale, **non è lineare** poiché **dipende non linearmente dalla temperatura**:

$$p_{sat}(t) = 611 \cdot e^{\frac{17,3 \cdot t}{237+t}} \quad [\text{Pa}]$$

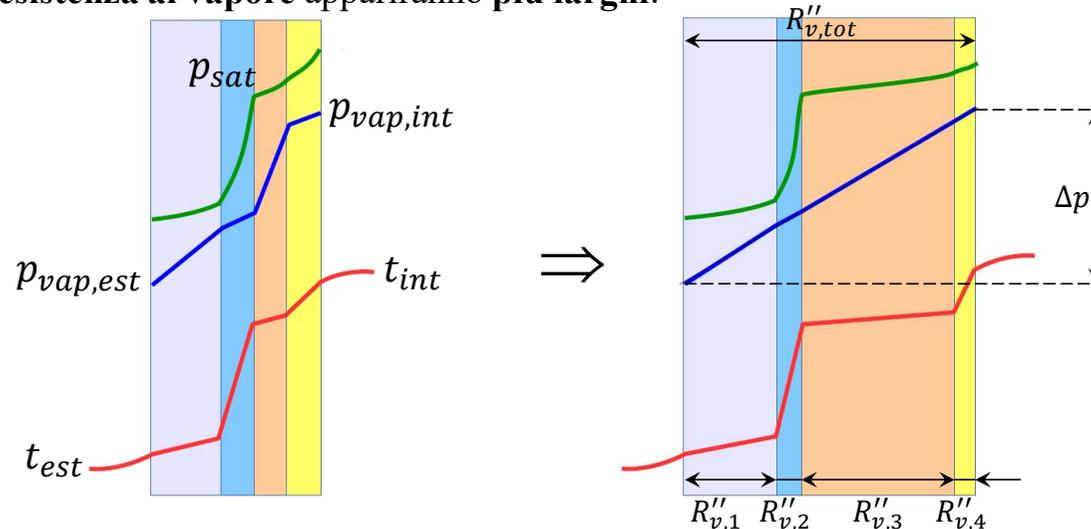


Trasporto di vapore: andamenti nelle pareti

La verifica interstiziale prevede quindi di valutare se esistono intersezioni tra la **curva della pressione di vapore** e quella della **pressione di saturazione**. Avendo a che fare con andamenti a tratti per tutte le variabili, la **verifica risulta graficamente complicata**. E' conveniente perciò diagrammare le variabili utilizzando degli «spessori» equivalenti per ciascuno strato. Notiamo infatti che:

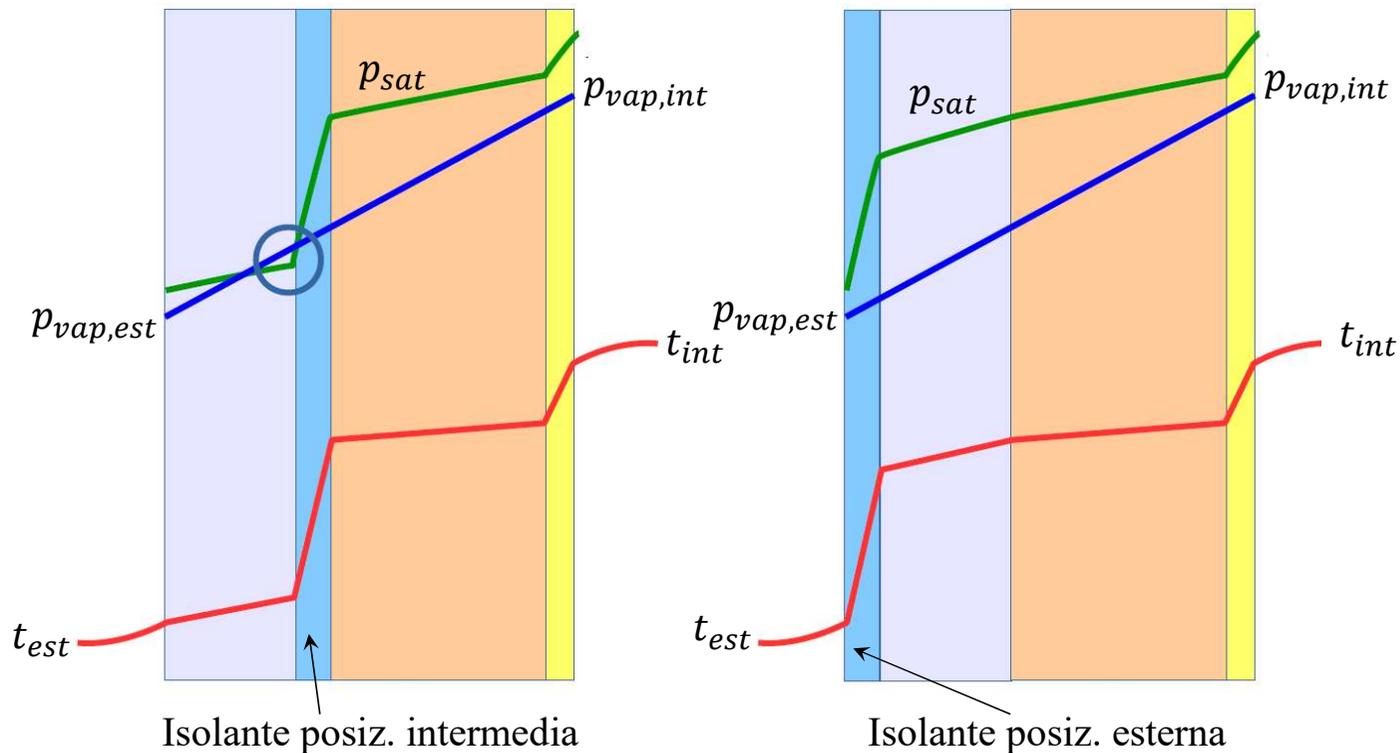
$$g_x'' = \frac{\Delta p}{R_{v,tot}''} = \frac{\Delta p_i}{R_{v,i}''} = \text{costante}$$

e quindi se si utilizzasse la **resistenza specifica** $R_{v,i}'' = L_i/\delta_i$ di ogni strato come suo «spessore» equivalente per tracciare i **diagrammi**, l'andamento della **pressione di vapore sarebbe una retta**. Gli strati **molto permeabili al vapore si assottiglieranno**, mentre gli strati ad **elevata resistenza al vapore appariranno più larghi**:



Posizionamento isolanti e barriere al vapore

Abbiamo già visto che il **posizionamento dell'isolamento termico all'esterno** consente di far «lavorare» una maggior porzione di parete a **temperatura più elevata**, **riducendo quindi la possibilità di condensa interstiziale**. Più si sposta l'isolamento verso l'interno, più è probabile la formazione di condensa interstiziale:



Posizionamento isolanti e barriere al vapore

Analogamente all'impiego di strati di materiali **termicamente isolanti**, che si oppongono cioè al **passaggio del flusso termico**, è possibile l'uso di strati di materiali con **bassa permeabilità al vapore** che si **oppongono al passaggio del vapore**: le **barriere al vapore**. Ai fini della riduzione delle probabilità di condensa, l'obiettivo della barriera al vapore è esattamente opposto a quello dell'isolamento termico: **lo strato isolante** ha come scopo quello di **aumentare più possibile la temperatura all'interno della parete**, mentre l'obiettivo della **barriera di vapore** è quello di **diminuire il più possibile la pressione di vapore all'interno della parete**. Il posizionamento ottimale dei due elementi è quindi opposto: **isolante verso l'esterno** (lato freddo) e **barriera al vapore verso l'interno** (lato caldo):

