

# Geometria 2

Anno accademico 2024-2025

## Foglio di esercizi n.7

24 aprile 2025

- 1) In  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$  trovare l'equazione cartesiana e parametrica della retta passante per i punti  $[1, -2, 3]$  e  $[0, 3, -4]$ .
- 2) In  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$  si determinino le equazioni cartesiane e parametriche del piano  $L$  passante per i punti  $[1, 1, 0, 2]$ ,  $[1, 0, 2, 0]$  e  $[0, 0, 3, 1]$ . Si consideri il piano  $T: x_0 - 2x_1 + 3x_3 = 0$  e si trovi la sua intersezione con  $L$ .
- 3) Rispetto al sistema di riferimento proiettivo canonico su  $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^1$ , si considerino i punti  $P_0 = [1, 3]$ ,  $P_1 = [2, -1]$  e  $U = [5, -2i]$ . Determinare le coordinate omogenee del punto  $[1, 1]$  rispetto al sistema di riferimento proiettivo nel quale  $P_0$  e  $P_1$  sono i punti fondamentali e  $U$  il punto unità. Scrivere anche le equazioni del cambiamento di coordinate.
- 4) Si considerino i punti  $A = [1, 1, -1, 0]$  e  $B = [1, 0, 2, 0]$  di  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$ . Scrivere l'equazione cartesiana e parametrica della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$  e l'equazione del fascio di piani di sostegno  $r$ .
- 5) Sia  $V_1$  il sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^4$  generato dai vettori

$$v_1 = (1, 0, 3, 2), \quad v_2 = (3, 0, -1, 0).$$

Nello spazio proiettivo reale  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$  con coordinate omogenee  $[x_0, x_1, x_2, x_3]$  si considerino i sottospazi proiettivi

$$S_1 = \mathbb{P}(V_1), \quad S_2 : x_0 - 2x_1 + x_3 = 2x_0 + 2x_3 + ax_1 = 0$$

dove  $a$  è un parametro reale.

Si dica, al variare di  $a$ , quali sono le dimensioni di  $S_1, S_2, S_1 \cap S_2$  e di  $L(S_1 \cup S_2)$ .