

Esercizi per Complementi di Algebra - foglio 9

Esercizio 1. Si consideri E il campo di spezzamento di $x^3 - 5 \in \mathbb{Q}[x]$.

1. Si calcoli $[E : \mathbb{Q}]$ e si individui $Gal(E/\mathbb{Q})$.
2. Usando la corrispondenza di Galois si individuino i sottocampi di E/\mathbb{Q} .

Esercizio 2. Si consideri $E = \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{5})$.

1. Si dimostri che E è un'estensione normale su \mathbb{Q} .
2. Si calcoli $[E : \mathbb{Q}]$ e si individui $Gal(E/\mathbb{Q})$.
3. Usando la corrispondenza di Galois si individuino i sottocampi di E/\mathbb{Q} .

Esercizio 3. Si consideri il campo $E = \mathbb{Q}(2 + i\sqrt{2})$.

1. Si calcoli il polinomio minimo di $2 + i\sqrt{2}$ su \mathbb{Q} .
2. Si verifichi che E è un'estensione normale di \mathbb{Q} .
3. Si calcoli $[E : \mathbb{Q}]$ e si individui $Gal(E/\mathbb{Q})$.

Esercizio 4. Sia K il campo di spezzamento di $f = x^{104} - 1$ con $f \in \mathbb{Z}_{13}[x]$. Calcolare il gruppo di Galois di K su \mathbb{Z}_{13} .