

# DINAMICA DEI FLUIDI

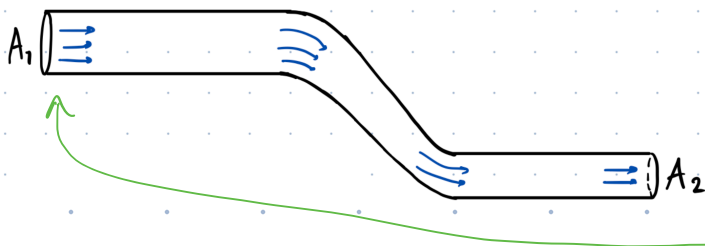
FLUIDO IDEALE : PRIVO DI VISCOSITÀ ED INCOMPRESSIBILE

NON ESISTONO FORZE.

DATTO  $\Rightarrow$  CONSERVAZIONE

ENERGIA MECCANICA

## PRINCIPIO DI CONTINUITÀ



LA MASSA DI FLUIDO CHE PASSA PER UNITÀ

DI TEMPO DEVE ESSERE COSTANTE

$$\frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho V_1}{\Delta t} = \frac{\rho V_2}{\Delta t} \quad V_1 \text{ E } V_2 = \text{VOLUME DEL FLUIDO CHE PASSA TRA LE DUE SEZIONI}$$

$$\Rightarrow V_1 = A_1 \Delta x_1 \text{ E } V_2 = A_2 \Delta x_2$$

$\Downarrow$

$$A_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = A_2 \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$$

$\underbrace{\Delta x_1}_{V_1} \quad \underbrace{\Delta x_2}_{V_2}$

$$\Rightarrow \boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

$\uparrow$   
VELOCITÀ

PORTATA  $R = Av$

$$\left[ \frac{m^3}{s} \right]$$

PRINCIPIO DI CONTINUITÀ  $\rightarrow$  PORTATA  $R$  COSTANTE

ESEMPIO: INNAFFIATORE

DIAMETRO DEL TUBO  $D = 0,02 \text{ m}$



$$\# \text{ FORI} = 24 \quad \text{DIAMETRO } d = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{LA VELOCITA' NEL TUBO E' } v_1 = 0.8 \text{ m/s}$$

$$v_1 S_1 = 24 \cdot v_2 S_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 S_1}{24 S_2} \quad S_1 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

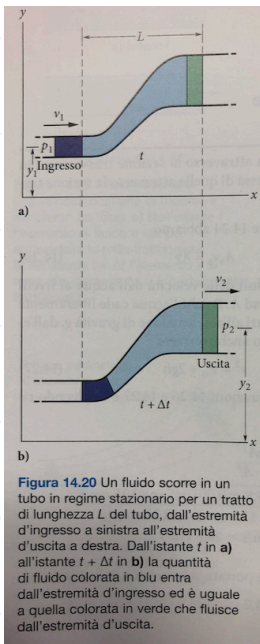
$$S_2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{24} \cdot \frac{D^2}{d^2} \cong 15 \text{ m/s}$$

## TEOREMA DI BERNOULLI

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA APPLICATO AD UN FLUIDO

→ VOGLIAMO RITROVARE UNA RELAZIONE TRA VELOCITA' E PRESSIONE



IDEA: CONSIDERIAMO IL SISTEMA IN FIGURA E APPLICHIAMO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA.

$$\text{IL VOLUME ENTRANTE (BLU)} = \text{VOLUME USCENTE (VERDE)} = \Delta V$$

PER IL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$$W = \Delta K$$

↑  
LAVORO TOTALE  
DEL SISTEMA

↑  
VARIAZIONE  
DI ENERGIA CINETICA

$$\Delta K = \frac{1}{2} \underbrace{\Delta m}_{\text{MASSA DI FLUIDO ENTRANTE } \rho \Delta V} v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$

IL LAVORO TOTALE ORIGINA DA (1) GRAVITA' →  $w_g = \underbrace{-\Delta m g}_{\substack{\text{IL FLUIDO SI SPORGE VERSO} \\ \text{L'ALTO}}} (y_2 - y_1)$

$$= -\rho \Delta V g (y_2 - y_1)$$

② DA FORZE CHE SPINGONO IN AVANTI IL FLUIDO IN MOTTO.

$$W_1 = F_1 \Delta x = P_1 A \Delta x = P_1 \Delta V \quad \leftarrow \text{LAVORO IN USCITA}$$

③ LAVORO COMPIUTO DAL SISTEMA PER SPINGERE IN AVANTI IL LIQUIDO IN USCITA

$$W_2 = -P_2 \Delta V$$

$$\Rightarrow W = W_g + W_1 + W_2 = \Delta K$$

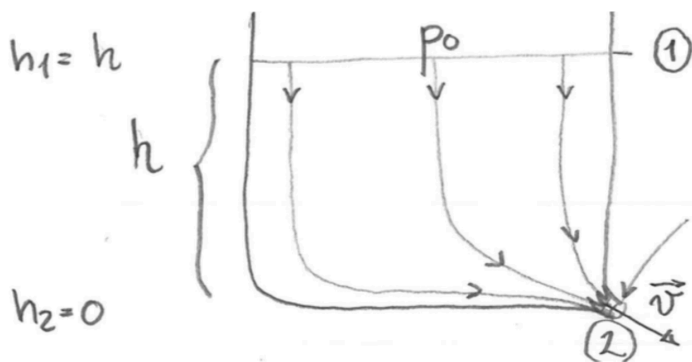
$$\Rightarrow -\rho g \Delta V (y_2 - y_1) - \Delta V (P_2 - P_1) = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

QUINDI  $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{costante}$  TEOREMA DI BERNOULLI

QUANDO  $v=0$  ALLORA  $P + \rho g y = \text{costante} \Rightarrow$  LEGGE DI STEVINO

### ESEMPIO: TEOREMA DI TORRICELLI



VELOCITÀ IN USCITA DAL TUBO?

SOLO SUPERFICIE  $A_1$  SI ESERCITA

SOLO LA PRESSIONE ATMOSFERICA

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2$$

IL FLUIDO ESCI A VELOCITÀ COSTANTE  $\Rightarrow$  LA PRESSIONE ATMOSFERICA IN USCITA

DEVE ESSERE LA STESSA DI QUELLA ATMOSFERICA  $\Rightarrow P_1 = P_2 = P_0$

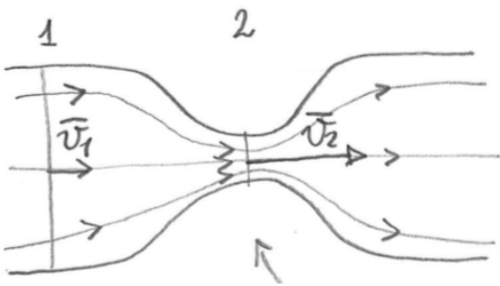
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2gh_1$$

SE IL RECIPIENTE FOSSE MOLTO LARGO ALLORA  $v_1 \approx 0$

$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$  ← LA STESSA VELOCITÀ CHE AVREBBE L'ACQUA CADENDO DA UN'ALTEZZA  $h$

## ESEMPIO: TUBO DI VENTURI



$P_1, v_2$  DENTRO LA STROZZATURA

BERNOULLI, TUBO ORIZZONTALE  $\Rightarrow h_1 = h_2$

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ  $A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 > v_1$

$\Rightarrow$  DALL'EQUAZIONE DI BERNOULLI  $\rightarrow P_1 > P_2$

VELOCITÀ ALTA, PRESSIONE BASSA

## ESEMPIO: PORTANZA DI UN'ALA



$v_1 > v_2$

$$\Rightarrow P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) > 0$$

$$\Rightarrow F = \Delta P \underset{\substack{\uparrow \\ \text{SUPERFICIE} \\ \text{ALA}}}{A} = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) A$$

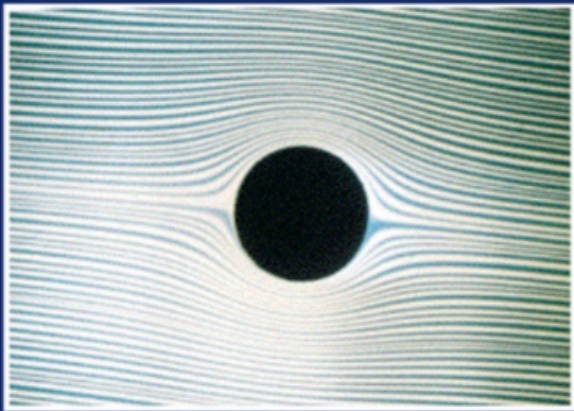
## FLUIDI REALI

**FLUSSO LAMINARE:** LINEE DI FLUSSO BEN DEFINITE, OGNI STRATO SEGUE UNA TRAIETTORIA STAZIONARIA, BEN DEFINITA CHE NON INTERSECA LE ALTRE

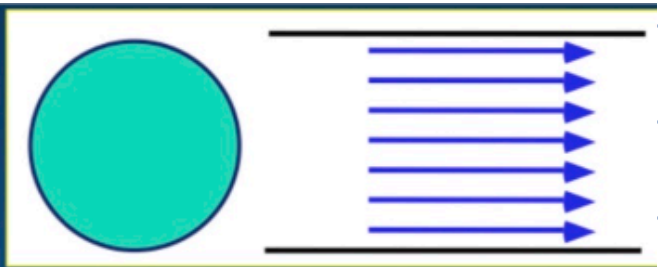
**FLUSSO TURBOLENTO:** INTERSEZIONI TRA LINEE DI FLUSSO PERCHÉ IL MOTTO È TROPPO RAPIDO ES. OSTACOLI

FLUSSO LAMINARE

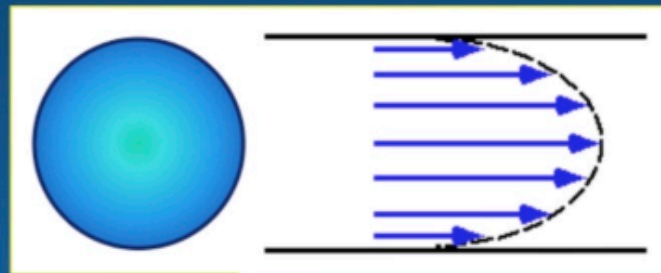
FLUSSO TURBOLENTO



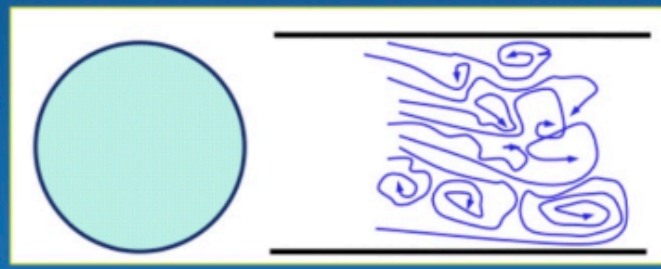
Fluido ideale:  
non c'è attrito, la velocità è la stessa  
su tutta la sezione e non cambia  
nel tempo (moto stazionario)



Fluido reale a bassa velocità:  
moto laminare; moto ancora stazionario  
Presenza di attrito, velocità massima al  
centro decresce verso pareti, velocità  
zero sulle pareti; profilo parabolico.



Fluido reale:  
Alta velocità, moto turbolento  
su tutta la sezione e non cambia  
nel tempo (moto stazionario)



Attrito nei fluidi = viscosità

↳ Attrito tra diversi strati di fluido oppure tra un oggetto

in moto in un fluido ed il fluido stesso

Coefficiente di viscosità  $\eta$  (varia con la temperatura)

Forza di Stokes → la viscosità crea forze che si oppongono al moto di  
corpi nel fluido

Per una sfera di raggio  $R$  e velocità  $v$



$$F_{\text{STOKES}} = -6\pi R\eta v$$

IN GENERALE, LA FORZA DI ATTRITO IN UN FLUIDO NEL CASO DI FLUSSO LAMINARE

$$F_d = -B \cdot v$$



COEFF. ATTRITO  
VISCOZO

## NUMERO DI REYNOLDS

### Turbolenza

Quando un fluido viscoso è in moto con una certa velocità può accadere che i vari strati di fluido non scorrano più l'uno sull'altro, ma si mescolino creando dei vortici.



Si parla allora di **flusso turbolento**

Per capire se il flusso di un fluido in un condotto di raggio  $R$  avviene o no in regime turbolento si può utilizzare il numero di Reynolds

$$N_R = \frac{2\rho\bar{v}R}{\eta}$$

$N_R < 1000$	➡	flusso laminare
$1000 < N_R < 3000$	➡	flusso instabile
$N_R > 3000$	➡	flusso turbolento