



Misure di Macchia Focale

Antoniazzi Mario, Lemma Giovanni, Poli Viviana

29 Aprile 2024

Indice

1	Introduzione Teorica e Obiettivo dell'Esperienza	2
2	Setup Sperimentale	3
3	Analisi dei dati	5
4	Conclusioni	10

1 Introduzione Teorica e Obiettivo dell'Esperienza

L'esperienza si propone di determinare una misura della macchia focale, ovvero una misura delle dimensioni della sorgente.

Si supponga di voler ottenere l'immagine di un oggetto O posto a una distanza d_1 da una sorgente puntiforme S ; coerentemente con la configurazione geometrica presentata in Figura 1, l'immagine O' di tale oggetto su uno schermo posto a una distanza d_2 dall'oggetto stesso apparirà magnificata:

$$O : d_1 = O' : (d_1 + d_2) \implies O' = M \cdot O \quad (1)$$

dove $M = (d_1 + d_2)/d_1$ prende il nome di fattore di magnificazione o fattore di ingrandimento.

Considerando, invece, una sorgente S estesa e un oggetto O distante d_1 da essa, su uno schermo distante d_2 dall'oggetto otterremo una regione completamente esposta all'illuminazione da parte della sorgente e una regione completamente oscurata; tra queste, sarà presente una regione di penombra che, in accordo con la configurazione geometrica presentata in Figura 2, sarà ottenibile da:

$$S : d_1 = P : d_2 \implies P = \frac{d_2}{d_1} \cdot S = (M - 1) \cdot S \quad (2)$$

Risulterà dunque possibile ricavare una misura delle dimensioni della sorgente S a partire dalla misura della penombra P per diversi valori di magnificazione, ovvero per diverse distanze dell'oggetto dalla sorgente e dallo schermo.

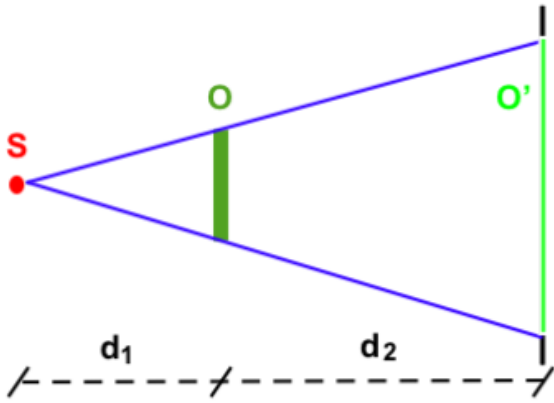


Figura 1: Magnificazione dell'oggetto.

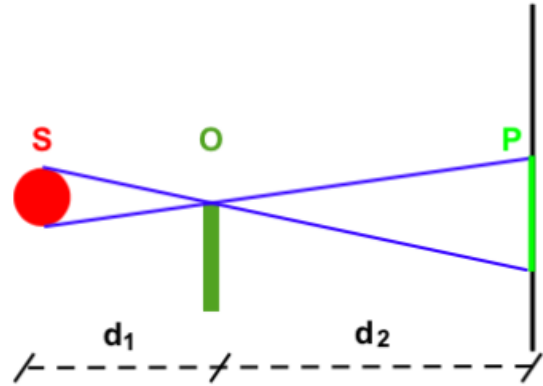


Figura 2: Penombra.

2 Setup Sperimentale

Durante lo svolgimento dell'esperienza sono stati utilizzati i materiali e gli strumenti di seguito elencati:

- tubo a raggi X Rigaku CN4037A1 con anodo in Molibdeno (indicato con A in Figura 4);
- sistema di fenditure costituito da lamelle in ottone e viti micrometriche per la realizzazione dell'*edge* (indicato con F in Figura 4);
- carrello e sostegni per posizionare il sistema di fenditure (indicati con E in Figura 4);
- sensore HAMAMATSU S10811 Front-Illuminated FFT-CCD For X-Ray Imaging: è dotato di un'area sensibile di (1700×1200) pixels aventi lato pari a $20 \mu m$; la risoluzione spaziale dichiarata è di $20 lp/mm$ nelle condizioni ottimali di funzionamento del sensore¹ (indicato con D in Figura 4);
- alimentatore (indicato con C in Figura 4);
- signal processing unit HAMAMATSU C9266-03/-04: utilizzato come ADC e collegamento con il computer (indicato con B in Figura 4);
- modulo ORTEC 871 (counter timer): costituisce parte del sistema per azionare lo shutter esterno (indicato con A in Figura 3);
- computer con software ImageJ, utilizzato per processing ed analisi delle immagini acquisite, e software HAMAMATSU C9266 DCamAPL, utilizzato per gestire l'acquisizione delle immagini con il detector (indicato con B in Figura 3);
- metro a nastro.

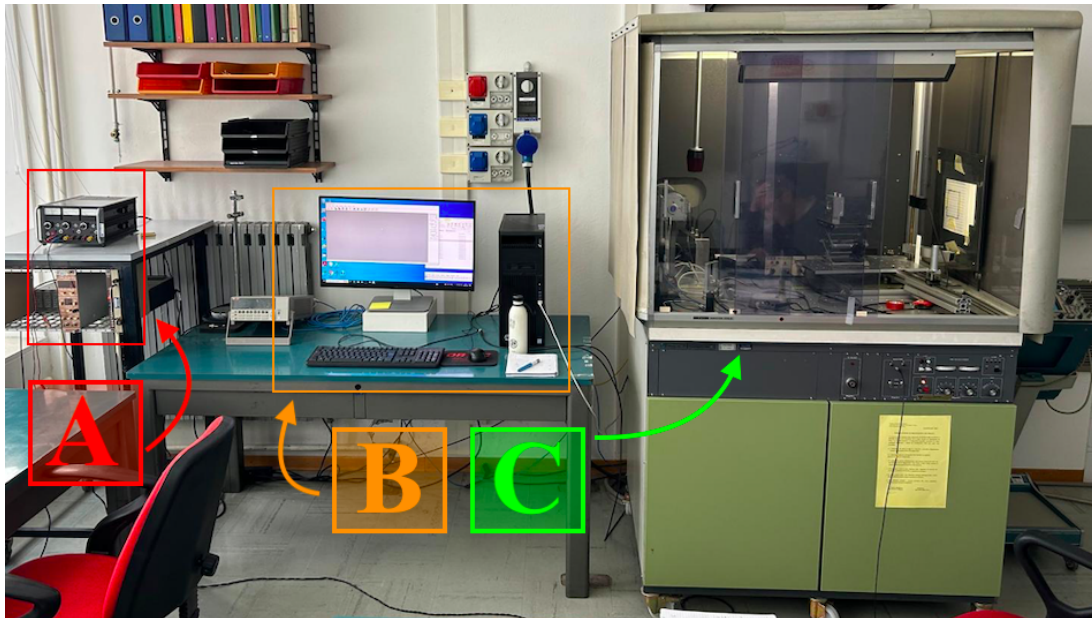


Figura 3: Setup Sperimentale: sistema per azionare lo shutter esterno ed alimentatore (A); computer con software ImageJ e software HAMAMATSU C9266 DCamAPL (B); camera con pannelli di protezione in vetro piombato (C).

¹S10811 Datasheet (PDF) - Hamamatsu Corporation dal sito web HAMAMATSU: www.alldatasheet.com

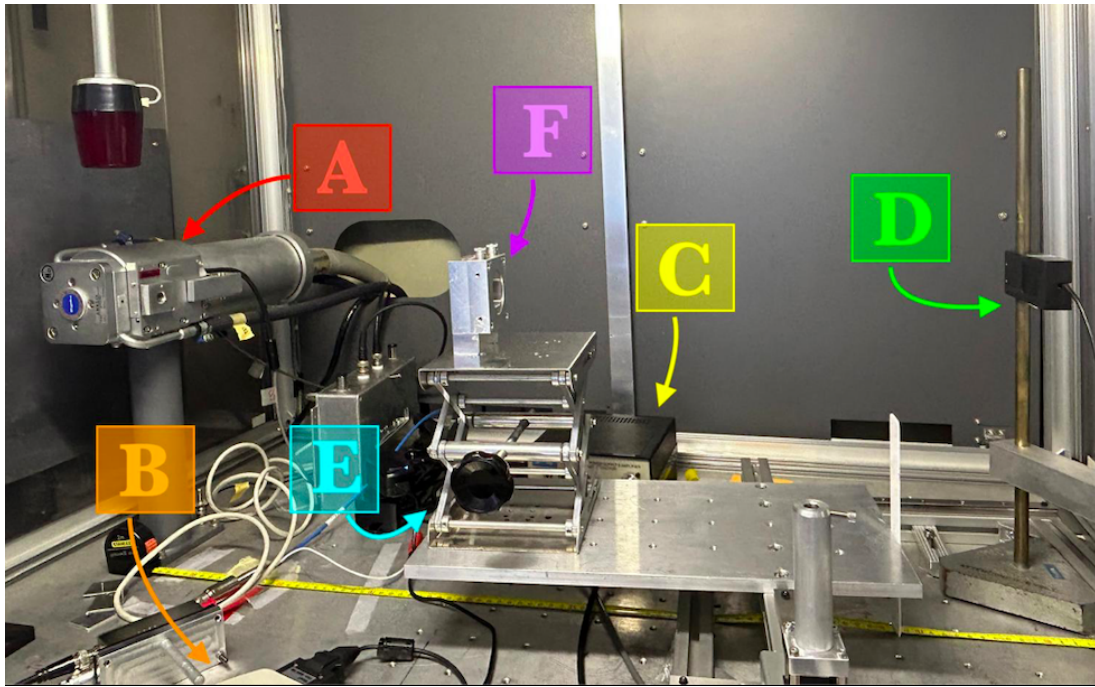


Figura 4: Posizionamento degli strumenti nella camera piombata: tubo a raggi X (A); CCD signal processing module (B); alimentatore (C); sensore del detector (D); sostegni per posizionamento (E); sistema di fenditure (F).

Innanzitutto, il detector è stato posizionato in modo da essere centrato rispetto al fascio e sono stati scelti come parametri di tensione e corrente del tubo a raggi X i valori di 27.5 kV e 20 mA . È stata misurata tramite il metro a nastro la distanza tra sorgente e detector: $d = 81\text{ cm}$. Prima di acquisire le immagini dell'*edge*, sono state acquisite un'immagine di *dark current* ed una di *flat field* per la successiva normalizzazione di tutte le immagini; inoltre, tramite l'apposito software di controllo, il tempo di acquisizione del detector è stato impostato a 5000 ms ed è stata selezionata la massima regione sensibile a disposizione (costituita da tutti i pixel del sensore).

Prima di acquisire le immagini dell'*edge*, questo è stato posizionato su un apposito supporto e ruotato in modo da giacere su un piano parallelo a quello del detector. Le immagini a differenti distanze dell'oggetto dalla sorgente sono state acquisite traslando, di volta in volta, il carrello sopra il quale erano posti i sostegni e il sistema di fenditure; grazie al sistema per azionare lo shutter esterno, ogni immagine è stata acquisita esponendo per 1 s il detector ai raggi X.

Per tutta la durata della misura, il setup è posto all'interno di una camera chiusa da pannelli di protezione in vetro piombato (indicata con C in Figura 4).

3 Analisi dei dati

Per tenere in conto del contributo della corrente di buio del detector e di altre eventuali disomogeneità, tutte le immagini sono state normalizzate nel seguente modo:

$$I_N = \frac{I - I_d}{I_f - I_d} \quad (3)$$

dove I_d ed I_f sono, rispettivamente, l'immagine di *dark current* e l'immagine di *flat field* introdotte nel capitolo precedente. D'ora in avanti, se non diversamente specificato, si farà riferimento alle sole immagini normalizzate.

I valori di penombra per ciascun valore di distanza d_2 tra fenditura e detector sono stati calcolati con la procedura di seguito illustrata.

1. Selezione delle ROI per le misure di *ESF* e ottenimento dei profili

Per ciascun valore di distanza d_2 , attraverso il software *ImageJ* sono state selezionate le Regioni di Interesse (*ROI*) sull'immagine corrispondente. Per ciascuna regione, mediante lo stesso software, è stato acquisito un profilo orizzontale (o verticale), che rappresenta i livelli di grigio in funzione della coordinata X (o Y), facendo una media sulla coordinata Y (o X). I profili così ottenuti risultano essere una funzione gradino.

A titolo di esempio, in Figura 5 sono riportate le immagini normalizzate, relative alla massima e alla minima distanza d_2 fra fenditura e detector. Per ciascuna immagine sono visibili le due ROI utilizzate per la misura di *Edge Spread Function* (*ESF*) in orizzontale e in verticale.

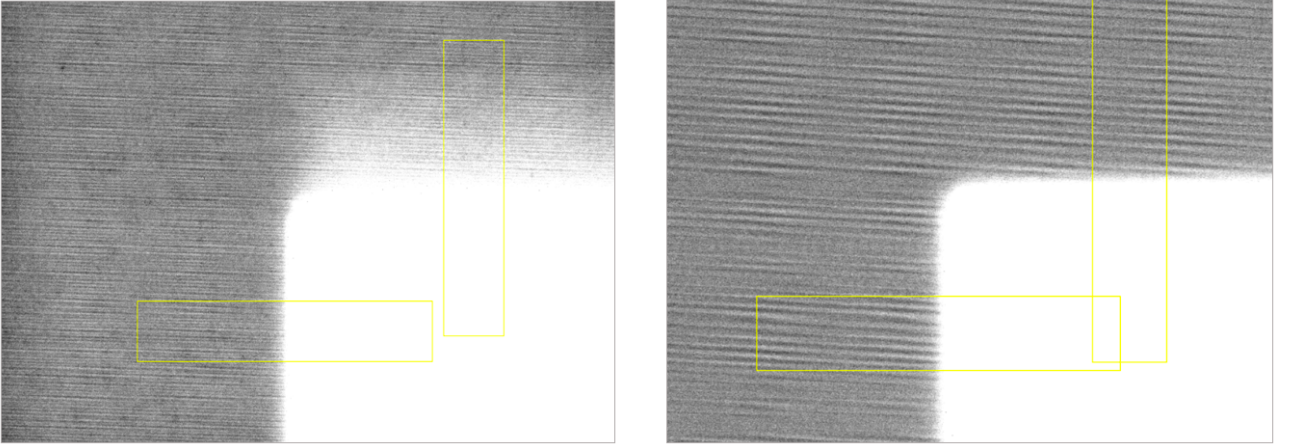


Figura 5: Immagini normalizzate, relative a $d_2 = 50 \text{ cm}$ (a sinistra) e a $d_2 = 9.2 \text{ cm}$ (a destra).

Il valore minimo e massimo della *ESF* sono stati calcolati facendo la media sui primi 100 e sugli ultimi 100 punti del gradino stesso (si vedano Figura 6 e Figura 7). L'incertezza ad essi associata è la deviazione standard campionaria.

2. Fit a retta per la stima della larghezza della penombra

È stato eseguito un fit a retta, utilizzando la funzione *linregress* della libreria *Scipy* di *Python*, sui 10 punti precedenti e i 10 successivi al punto con livello di grigio più vicino alla metà del massimo.

A titolo di esempio, sono riportate le *ESF* orizzontali e verticali relative alle immagini riportate in Figura 5. Sovrapposte ad esse, è riporto in rosso il risultato del fit a retta utilizzato per stimare la larghezza dell'*edge*.

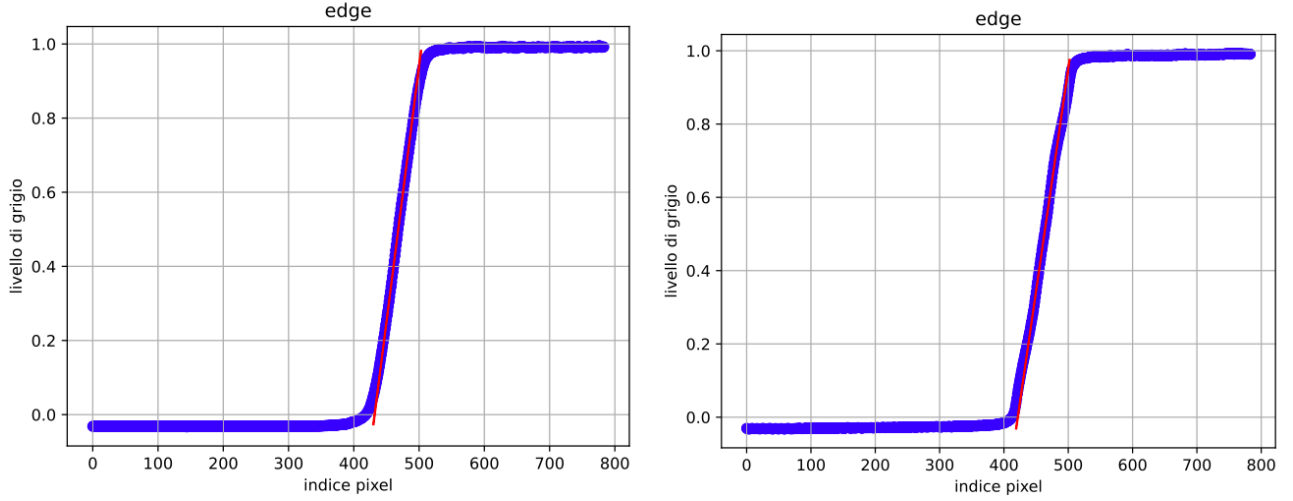


Figura 6: *ESF* orizzontale (a sinistra) e verticale (a destra) ottenuta per $d_2 = 50 \text{ cm}$

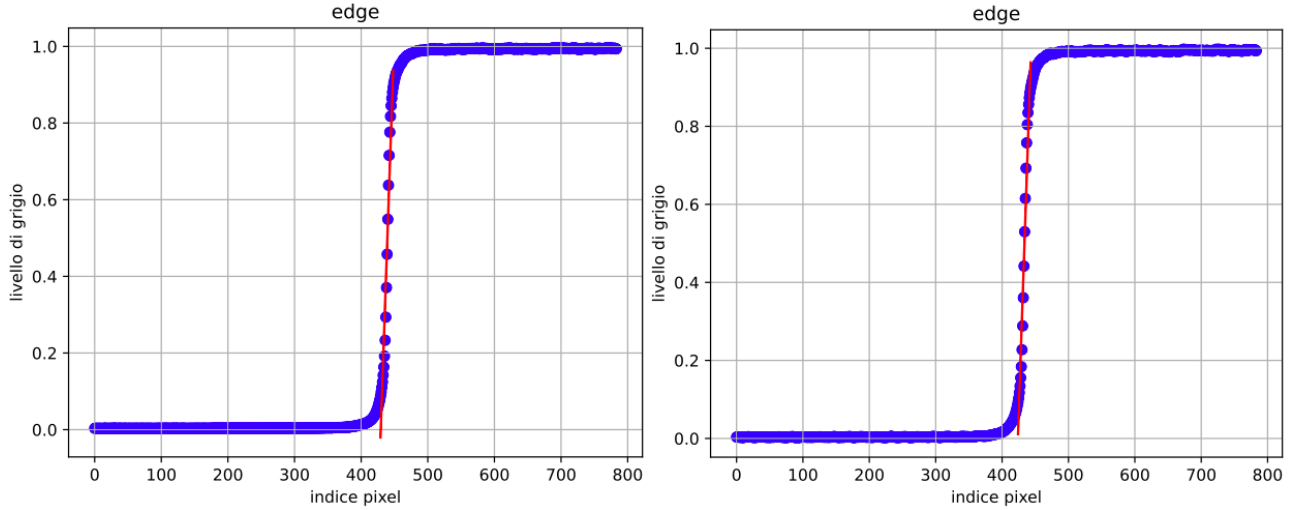


Figura 7: *ESF* orizzontale (a sinistra) e verticale (a destra) ottenuta per $d_2 = 9.2 \text{ cm}$

È stata calcolata la larghezza della penombra come differenza fra i punti ottenuti dall'intersezione della retta di fit rispettivamente con il massimo e con il minimo del gradino (propagando le incertezze).

Nella seguente tabella è riportato l'elenco completo dei valori di d_2 , dei rapporti d_2/d_1 e dei valori calcolati per la penombra P (sia in orizzontale che in verticale) con le relative incertezze, dove $d_1 = d - d_2$, con $d = (81.0 \pm 0.5) \text{ cm}$ distanza tra sorgente e detector.

d_2 [cm]	σ_{d_2} [cm]	d_2/d_1	$\sigma(d_2/d_1)$	P_O [mm]	$\sigma(P_O)$ [mm]	P_V [mm]	$\sigma(P_V)$ [mm]
9.2	0.5	0.1281	0.0001	0.39	0.62	0.40	0.59
14.2	0.5	0.2126	0.0001	0.41	0.40	0.42	0.39
19.2	0.5	0.3107	0.0001	0.46	0.22	0.47	0.20
24.0	0.5	0.4211	0.0001	0.52	0.13	0.56	0.13
29.5	0.5	0.5728	0.0002	0.63	0.06	0.68	0.14
34.0	0.5	0.7234	0.0002	0.81	0.08	0.83	0.08
36.0	0.5	0.8000	0.0002	0.87	0.03	0.87	0.09
38.0	0.5	0.8837	0.0002	0.92	0.02	0.93	0.07
40.0	0.5	0.9756	0.0003	0.96	0.05	1.01	0.07
42.0	0.5	1.0769	0.0003	1.10	0.03	1.10	0.10
44.0	0.5	1.1892	0.0003	1.13	0.06	1.18	0.08
46.0	0.5	1.3143	0.0003	1.23	0.05	1.32	0.08
48.0	0.5	1.4545	0.0004	1.41	0.03	1.47	0.11
50.0	0.5	1.6129	0.0004	1.48	0.09	1.69	0.10

Tabella 1: Valori di d_2 , d_2/d_1 e penombra con relative incertezze.

3. Fit a retta la stima delle dimensioni della sorgente

Utilizzando la funzione *curve_fit* della libreria *Scipy* di *Python*, è stato eseguito un fit a retta sui valori di penombra ottenuti per valori di d_2 compresi tra 34 e 50 cm, in funzione del rapporto d_2/d_1 , dove d_1 è la distanza tra la sorgente e la fenditura.

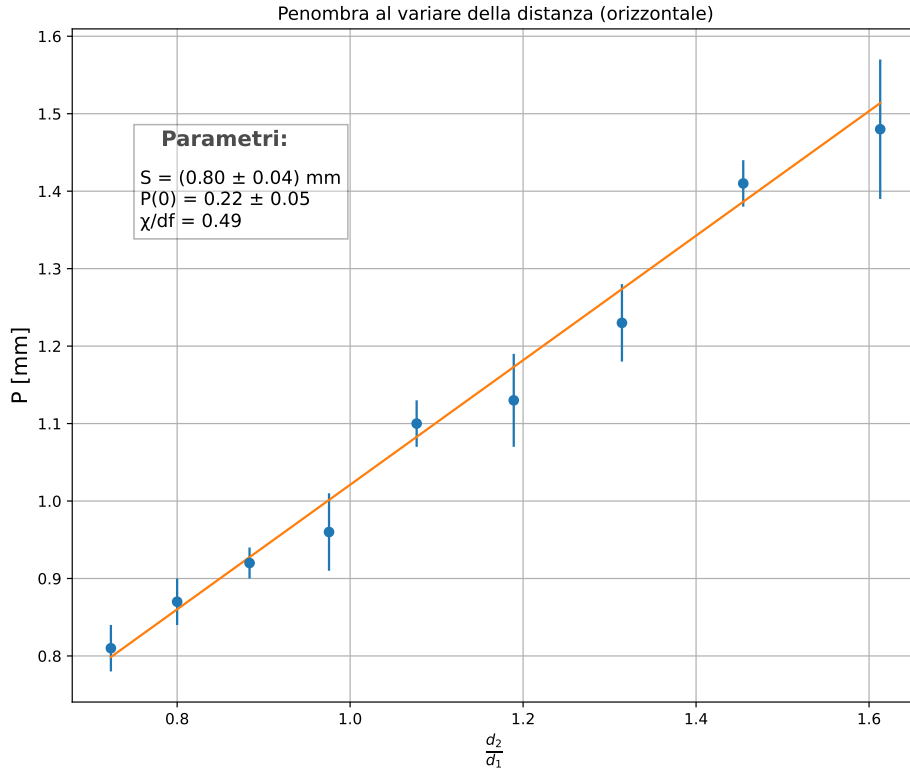


Figura 8: Fit a retta sui valori di penombra per $d_2 \in [34, 50]$ cm (orizzontale).

Le barre d'errore rappresentate corrispondono all'incertezza statistica su P sommata in quadratura a quella su d_2/d_1 .

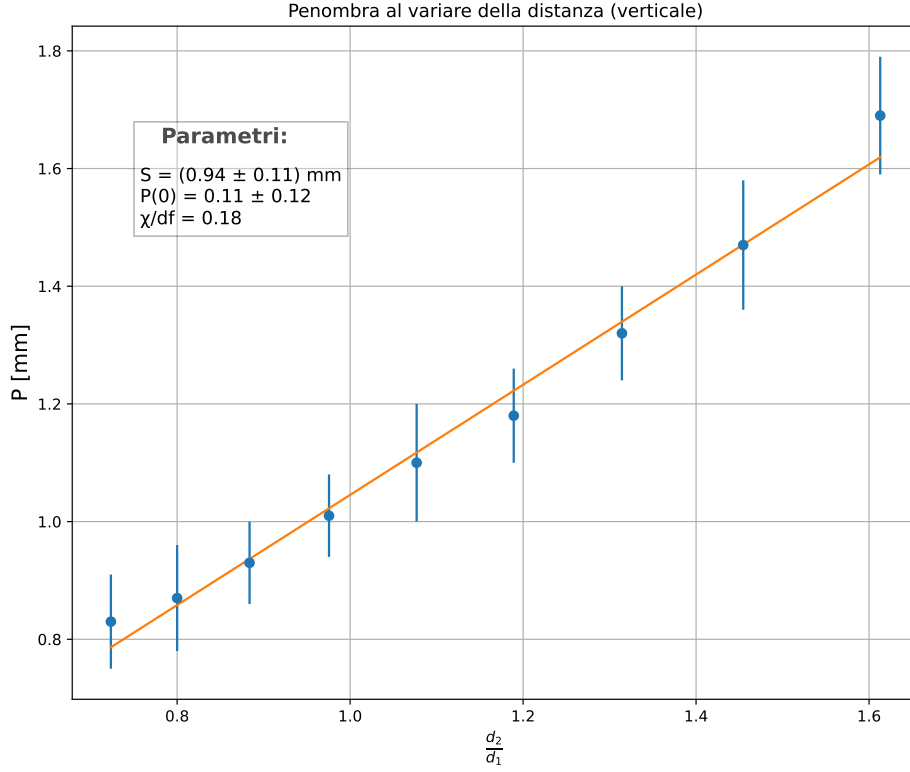


Figura 9: Fit a retta sui valori di penombra per $d_2 \in [34, 50]$ cm (verticale).

Le barre di errore rappresentate corrispondono all'incertezza statistica su P sommata in quadratura a quella su d_2/d_1 .

La dimensione della sorgente è stimata come il coefficiente angolare della retta ($d_2/d_1 - P$); sono stati ottenuti i seguenti valori per la macchia focale in orizzontale e in verticale:

$$S_O = (0.80 \pm 0.04) \text{ mm} \quad S_V = (0.9 \pm 0.1) \text{ mm}$$

Nei grafici riportati in Figura 10 e in Figura 11 sono inclusi anche i punti relativi ai valori di penombra per d_2 tra 9.2 e 29.5 cm. La retta orizzontale (in verde) corrisponde alla $FWHM^2$ della PSF , ricavata da misure di MTF in una precedente esperienza di Laboratorio e che rappresenta la risoluzione spaziale del sistema di imaging a raggi X.

Dai grafici è possibile osservare che l'errore sui primi punti è maggiore, compatibilmente con il fatto che, al diminuire di d_2 , la porzione di ESF approssimabile a una retta diventa sempre più piccola. Si osserva, inoltre, che i valori di penombra per distanze d_2 comprese tra 9.2 e 29.5 cm si discostano dalla retta e tendono ad un valore costante. Idealmente, per valori nulli della distanza tra fenditura e detector, il contributo alla penombra dovuto alla geometria del sistema dovrebbe risultare trascurabile e la penombra sarà dunque interamente dovuta alla PSF del detector. Acquisendo misure per $d_2 \in [0, 9.2]$ cm ci si aspetta dunque che la distribuzione dei punti sperimentali tenda al valore della PSF (retta verde in Figura 10 e in Figura 11).

² È stata riportata una retta data dalla media pesata sull'inverso delle varianze dei valori di $FWHM$ ricavati a partire da misure di LSF e ESF , rispettivamente pari a: $FWHM_{LSF} = (0.058 \pm 0.008) \text{ mm}$ e $FWHM_{ESF} = (0.059 \pm 0.008) \text{ mm}$.

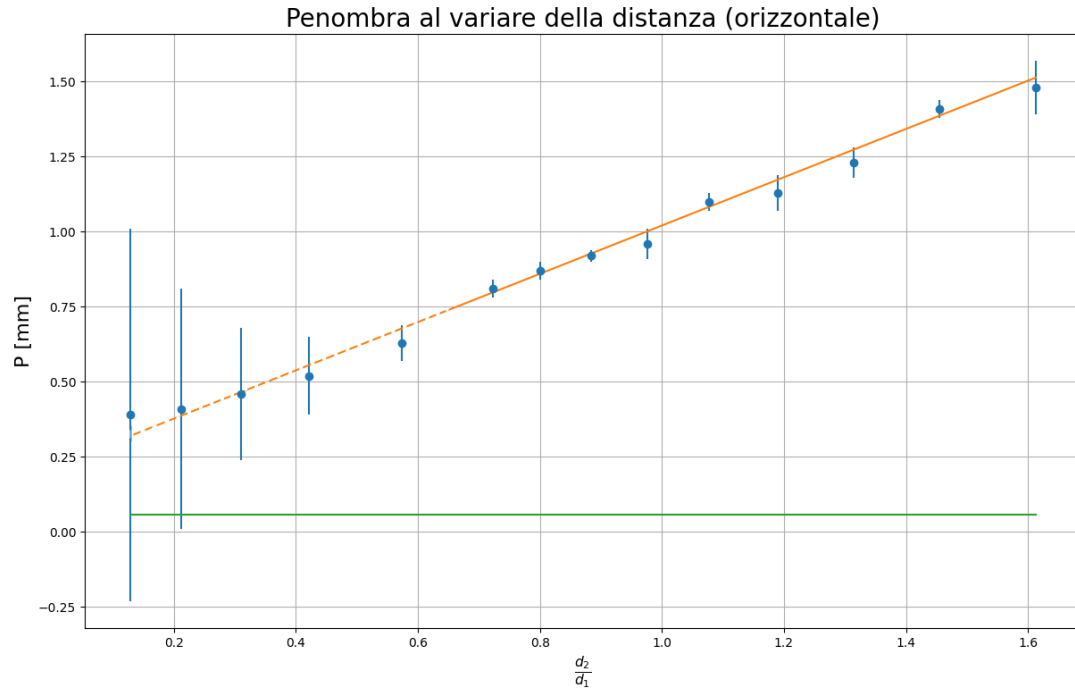


Figura 10: Fit a retta sui valori di penombra per $d_2 \in [34, 50]$ cm, con inserimento dei punti per $d_2 \in [9.2, 29.5]$ cm (orizzontale); nella regione in cui non c'è il fit sui dati, la retta di fit risulta tratteggiata.

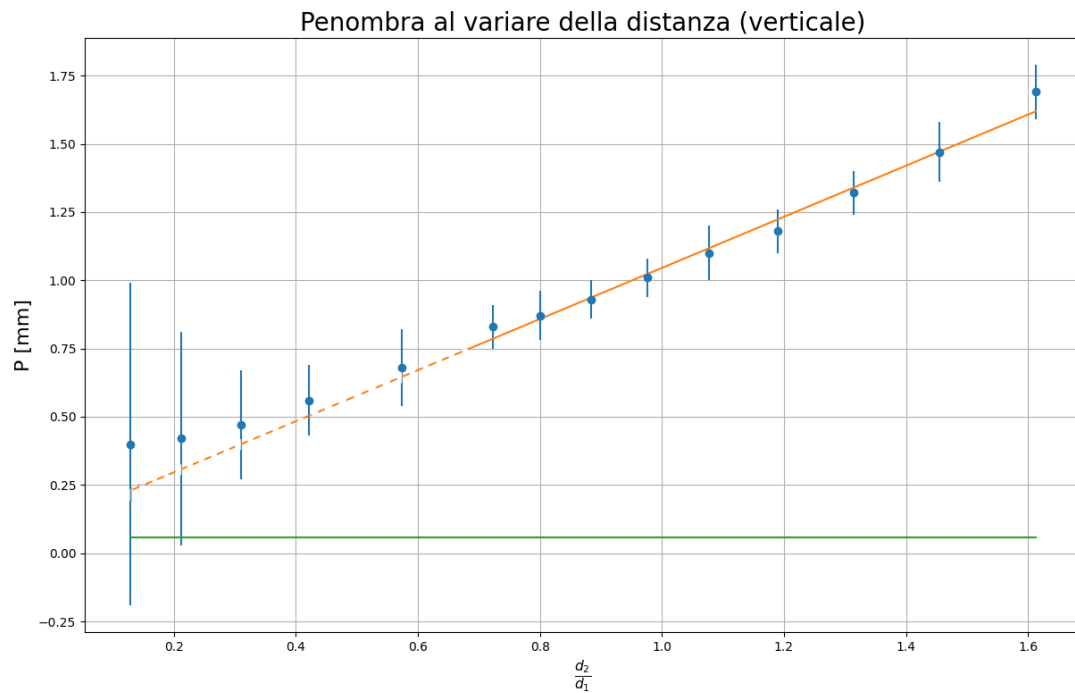


Figura 11: Fit a retta sui valori di penombra per $d_2 \in [34, 50]$ cm con inserimento dei punti per $d_2 \in [9.2, 29.5]$ cm (verticale); nella regione in cui non c'è il fit sui dati, la retta di fit risulta tratteggiata.

4 Conclusioni

Quest'esperienza ha permesso di ottenere una stima delle dimensioni della macchia focale tramite misure di penombra per diversi valori di magnificazione di un *edge*, ottenuti variando la distanza della fenditura dal detector.

Per misure effettuate rispettivamente in direzione orizzontale e verticale, sono stati ottenuti i seguenti valori per le dimensioni della sorgente:

$$S_O = (0.80 \pm 0.04) \text{ mm} \quad S_V = (0.9 \pm 0.1) \text{ mm}$$

Dal grafico dei valori di penombra P in funzione del rapporto d_2/d_1 , è possibile osservare un allontanamento dei punti sperimentali dall'andamento rettilineo al diminuire della distanza tra fenditura e detector. Tale discostamento dei punti sperimentali è imputabile al contributo non trascurabile della PSF del detector alla penombra per valori molto piccoli di magnificazione.