

Meccanica Classica

STATO del sistema $\leftrightarrow$ valore d. un set d. variabili
dinamiche

Pto $(\bar{p}, \bar{q})$ nello spazio delle fasi

Evoluzione temporale :
moto nello spazio degli stati (fasi)
descritto da $(\bar{p}(t), \bar{q}(t))$

Eq. della dinamica

$$\dot{\bar{p}} = -\frac{\partial H}{\partial \bar{q}} \quad \dot{\bar{q}} = \frac{\partial H}{\partial \bar{p}}$$

permette di predire
la posizione della particella
(e il valore di ogni
altra variabile
dinamica)

Meccanica Quantistica:

STATO del sistema $\leftrightarrow$ distribuzione statistica dei
risultati d. misura delle
variabili dinamiche

FUNZIONE D'ONDA $\psi(\bar{x})$

Evoluzione temporale :
moto nello spazio degli stati
descritto da $\psi(\bar{x}, t)$

Eq. della dinamica

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\bar{x}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\bar{x}) \right) \psi(\bar{x}, t)$$

permette di predire
la probab. di misurare
la particella nella
posizione x : $|\psi(\bar{x})|^2$

$\psi(x)$ funzione a valori complessi

↓
STATO
del SISTEMA

$\psi(x)$ ci dà informazioni sulle distribut. statistiche
della variabile dinamica x

Restringiamoci per semplicità a una particella che vive in 1 dimensione,
il cui stato è descritto dalla funzione d'onda $\psi(x)$.

La probabilità che la particella si trovi nell'intervallo Δ
è data da

$$P(x \in \Delta) = \int_{\Delta} dx \underbrace{\kappa |\psi(x)|^2}_{\text{densità di probabilità}} \quad \kappa \in \mathbb{C}$$

κ è t.c. la probabilità di trovare la particella
in ~~qualsiv~~ valore di x è uguale a 1:

$$\underbrace{\kappa \int_{-\infty}^{+\infty} dx |\psi(x)|^2}_{\psi \in L^2(\mathbb{R})} = 1 \Rightarrow \kappa^{-1} = \int_{\mathbb{R}} dx |\psi(x)|^2 = \|\psi\|^2$$

Affinché ψ rappresenti uno stato
 ψ dev'essere L^2

• Densità di probab. è $\frac{|\psi(x)|^2}{\|\psi\|^2}$

Se ψ è t.c. $\|\psi\|^2 = 1$,
allora ψ si dice
funz. d'onda NORMALIZZATA

$\psi \in L^2$. Inoltre vogliamo che ψ si comporti come
 l'AMPIEZZA di un'onda, cioè che valga
 il PRINCIPIO di SOVRAPPOSIZIONE, cioè
 combin. lin. di funzioni d'onda dev'essere una
 funt. d'onda $\leadsto \psi$ deve appartenere a
 uno SPAZIO VETTORIALE

$\leadsto$ In effetti qto avviene, poiché $L^2(\mathbb{R})$ è uno sp. vettoriale.

$L^2(\mathbb{R})$ è uno SPAZIO DI HILBERT : sp. vett. (a d.m. ∞)
 con un prodotto scalare hermitiano

$$(\psi, \phi) = \int dx \psi^*(x) \phi(x) = (\phi, \psi)^* \quad \psi, \phi \in \mathcal{H} = L^2(\mathbb{R})$$

$\uparrow$

Prodotto scalare permette di def. una norma:

$$\|\psi\|^2 = (\psi, \psi) = \int dx \psi^*(x) \psi(x) = \int dx |\psi(x)|^2$$