

# Geometria 2

Anno accademico 2024-2025

## Foglio di esercizi n.11

24 maggio 2025

- 1) Classificare la conica affine di equazione

$$3x^2 + 5xy - 2y^2 - 6x - 5y + 3 = 0$$

e trovarne i punti singolari.

- 2) Determinare l'asse e il vertice della parabola di equazione

$$x^2 - 6xy + 9y^2 + x + 4y - 1 = 0.$$

- 3) Dimostrare che ogni iperbole di  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$  è affinementemente equivalente all'iperbole  $xy = 1$ .

- 4) Determinare le tangenti comuni alle due coniche nel piano affine reale

$$C_1: x^2 + y^2 = 1$$

$$C_2: x^2 + 2y^2 - 4x - 1 = 0.$$

Quante sono le tangenti comuni nel piano affine complesso?

- 5) Ridurre a forma canonica la conica in  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$  di equazione

$$\Gamma: 5x_1^2 + 8x_0x_2 = 0$$

specificando la matrice  $Q$  che diagonalizza la matrice  $B$  di  $\Gamma$ .

- 6) Determinare una proiettività di  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$  che trasforma la parabola  $\Gamma$  dell'esercizio (5) nella circonferenza  $C: x^2 + y^2 = 1$ . (*Utilizzare il risultato dell'esercizio precedente!*)

- 7) Determinare una proiettività di  $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^2$  che trasforma la conica di equazione

$$xy = 1$$

nella conica di equazione

$$x^2 + y^2 + 1 = 0.$$