

Geometria 2

Anno accademico 2024-2025

Foglio di esercizi n.11

24 maggio 2025

- 1) Classificare la conica affine di equazione

$$3x^2 + 5xy - 2y^2 - 6x - 5y + 3 = 0$$

e trovarne i punti singolari.

- 2) Determinare l'asse e il vertice della parabola di equazione

$$x^2 - 6xy + 9y^2 + x + 4y - 1 = 0.$$

- 3) Dimostrare che ogni iperbole di $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$ è affinamente equivalente all'iperbole $xy = 1$.

- 4) Determinare le tangenti comuni alle due coniche nel piano affine reale

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1$$

$$C_2 : x^2 + 2y^2 - 4x - 1 = 0.$$

Quante sono le tangenti comuni nel piano affine complesso?

- 5) Ridurre a forma canonica la conica in $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ di equazione

$$\Gamma : 5x_1^2 + 8x_0x_2 = 0$$

specificando la matrice Q che diagonalizza la matrice B di Γ .

- 6) Determinare una proiettività di $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ che trasforma la parabola Γ dell'esercizio (5) nella circonferenza $C : x^2 + y^2 = 1$. (*Utilizzare il risultato dell'esercizio precedente!*)

- 7) Determinare una proiettività di $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^2$ che trasforma la conica di equazione

$$xy = 1$$

nella conica di equazione

$$x^2 + y^2 + 1 = 0.$$