

Geometria 3 - Curve e superfici 2024/2025

Prova scritta

Prof. Valentina Beorchia

27 maggio 2025

1. Si consideri la seguente curva:

$$\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \alpha(t) = \left(\frac{t^3}{3}, e^t, \frac{t^4}{4} \right).$$

(a) **(6 punti)** Si dica se la curva è biregolare.

(b) **(8 punti)** Si calcolino il triedro di Frenet, la curvatura e la torsione della curva nel punto $\alpha(1)$.

2. Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid xyz = 1\}$.

(a) **(4 punti)** Si dica se S è una superficie regolare, motivando la risposta, e si calcoli un campo di vettori normali.

(b) **(6 punti)** Si individui una parametrizzazione locale di S e si calcolino i coefficienti della I e II forma fondamentale rispetto a questa parametrizzazione.

(c) **(4 punti)** Si classifichino i punti di S .

(d) **(1 punto)** Ci può essere un'isometria fra un aperto di S e un aperto di un piano contenuto in \mathbb{R}^3 ?

3. **(4 punti)** Siano S e S' due cilindri circolari retti di raggio 1 e assi rispettivamente l'asse delle x e l'asse delle y . Si trovino delle equazioni implicite e delle parametrizzazioni locali dei due cilindri.

Si verifichi che l'intersezione $S \cap S'$ è unione di due curve regolari e darne una parametrizzazione.