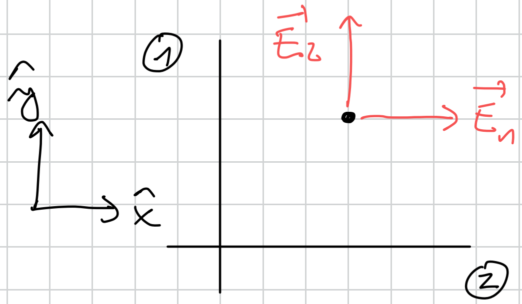
ESERCIZIO 1



1) Il filo 1 genera un campo $\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\hat{x}$ con $x = \frac{d}{\sqrt{2}}$

Il campo del filo 2 è $\vec{E}_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\hat{y}$ con $y = \frac{d}{\sqrt{2}}$

Il campo totale è

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 d}\,\frac{\hat{x}+\hat{y}}{\sqrt{2}}$$

diretto lungo la diagonale con modulo $\boxed{|\vec{E}| = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 d} \approx 1.4\ \frac{kV}{m}}$

2) La forza sulla particella a una distanza a è $|\vec{F}| = \frac{q\lambda}{\pi\varepsilon_0 a}$

Mentre questa si muove lungo la diagonale da d a $d+\Delta$

il lavoro delle forze elettrostatiche è

$$\mathcal{L} = \int_{d}^{d+\Delta} \frac{q\lambda}{\pi\varepsilon_0 a}\, da = \frac{q\lambda}{\pi\varepsilon_0}\log\frac{d+\Delta}{d} \approx \boxed{9.0 \times 10^{-4}\ J}$$

Per la conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2}mv^2 = \mathcal{L} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2\mathcal{L}}{m}} \approx 1.2\ \frac{m}{s}}$$

3) Il moto nel piano è stabile. Se la particella si trova, ad esempio, sopra la diagonale con $x<y$, varrà $F_1 > F_2$, e la particella si avvicinerà alla diagonale.

Fuori dal piano il moto è instabile. Se la particella si trova in $z>0$, la forza sarà diretta lungo l'asse z positivo, allontanando ulteriormente la particella dal piano. Analogamente per $z<0$.

ESERCIZIO 2

1) Il sistema è equivalente a due condensatori in parallelo di capacità

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} \frac{A_1}{d} = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} \frac{A}{d}$$

$$C_2 = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} \frac{A}{d}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{4d}\left(3\varepsilon_{r_1} + \varepsilon_{r_2}\right) \approx 0.71 \text{ nF}}$$

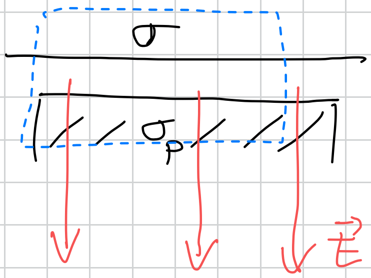
2) Il campo è orientato perpendicolarmente alle armature, con verso dall'armatura positiva a quella negativa.

Il modulo è uguale in tutto il condensatore

$$\boxed{E = V_0 / d \approx 3.0 \text{ kV/m}}$$

3) La carica sulle armature è $\boxed{Q = C V_0 \approx 8.6 \text{ nC}}$

4) Sia σ_0 la carica sulle armature e σ_p la carica di polarizzazione sulle facce del dielettrico.



Il campo elettrico è dato da

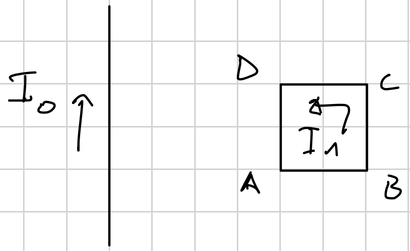
$$|\vec{E}| = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} - \frac{|\sigma_p|}{\varepsilon_0} = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

quindi $$|\sigma_p| = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)|\sigma| = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}|\sigma| = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} \varepsilon_0 \varepsilon_r |\vec{E}|$$

Da cui

$$\boxed{\begin{aligned} |\sigma_p^1| &= (\varepsilon_{r,1} - 1)\varepsilon_0 |\vec{E}| \approx 1.3 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2} \\ |\sigma_p^2| &= (\varepsilon_{r,2} - 1)\varepsilon_0 |\vec{E}| \approx 6.6 \times 10^{-8} \text{ C m}^{-2} \end{aligned}}$$

ESERCIZIO 3



1) $\vec{F} = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{CD} + \vec{F}_{DA}$

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{CD}$$

Sul tratto AD il filo genera un campo $B_{AD} = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi L}$ entrante nel foglio. La forza su questo tratto è quindi

$$F_{AD} = I_1 a \frac{\mu_0 I_0}{2\pi L} \quad \text{verso destra (repulsiva)}$$

Analogamente sul tratto BC

$$F_{BC} = I_1 a \frac{\mu_0 I_0}{2\pi (L+a)} \quad \text{verso sinistra (attrattiva)}$$

La forza totale lungo l'asse orizzontale è

$$\boxed{F = \frac{\mu_0 I_0 I_1}{2\pi}\left(\frac{a}{L} - \frac{a}{L+a}\right) \approx 1.4 \times 10^{-11}\ \text{N verso destra}}$$

2) $\Phi_B = \int \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi} a \displaystyle\int_L^{L+a} \frac{1}{x}\, dx = \dfrac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \log \dfrac{L+a}{L}$

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \approx -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi\, \Delta t} \log \frac{L+a}{L} \approx 0.29\ \text{mV}}$$

3) Corrente indotta $I_{ind} = \mathcal{E}/R \approx 150$ mA in senso orario

La corrente totale è quindi

$$\boxed{I \approx I_1 - I_{ind} = 0.24\ \text{A}}$$

ESERCIZIO 4

1) $\omega = 2\pi\nu \approx 4.7 \times 10^{15}$ s

$\lambda = c/\nu \approx 400$ nm

$k = \frac{2\pi}{\lambda} \approx 1.6 \times 10^{7}\ m^{-1}$

$\vec{E} = E_0\, \hat{y} \cos(kx - \omega t)$

2) $\vec{B} = B_0\, \hat{z} \cos(kx - \omega t)$

con $B_0 = E_0/c \approx 3.3 \times 10^{-6}$ T

3) $\langle I \rangle = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} \approx 1.3\ kW/m^2$

4) La pressione sullo specchio è $\langle P \rangle = 2 \frac{\langle I \rangle}{c}$

La forza esercitata è quindi $F = \langle P \rangle A$

Per sostenere lo specchio deve essere

$$m < \frac{F}{g} = \frac{\langle P \rangle A}{g} = \frac{2A\langle I \rangle}{gc} = 9.0 \times 10^{-10}\ kg = 0.90\ \mu g$$