

QUANTIFICATORI

Sia P una PROPOSIZIONE (ovvero una AFFERMAZIONE)

Sia U un insieme

Def.: L'espressione

$$\forall x \in U \text{ vale } P$$

si legge

per ogni x appart. a U , P è vera

$\forall$ si chiama QUANTIFICATORE

UNIVERSALE

Def.: L'espressione

$$\exists x \in U : P \text{ è vera}$$

si legge

esiste un x appart. a U tale che P sia vero.

Il simbolo $\exists$ si chiama

QUANTIFICATORE ESISTENZIALE

Def.: L'espressione

$$\exists! x \in U : P \text{ è vera}$$

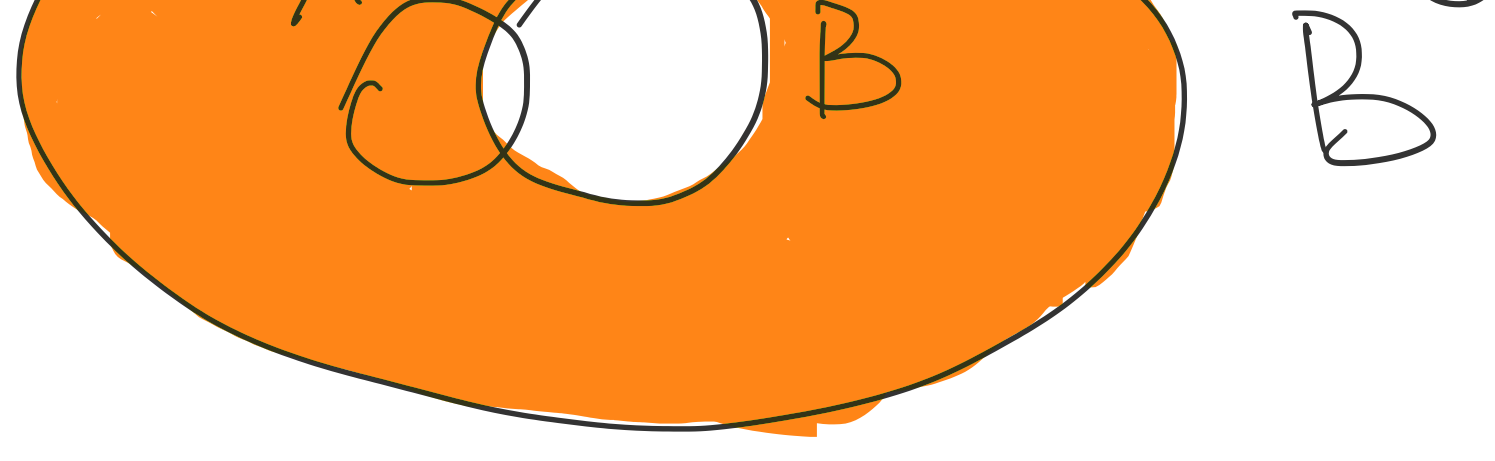
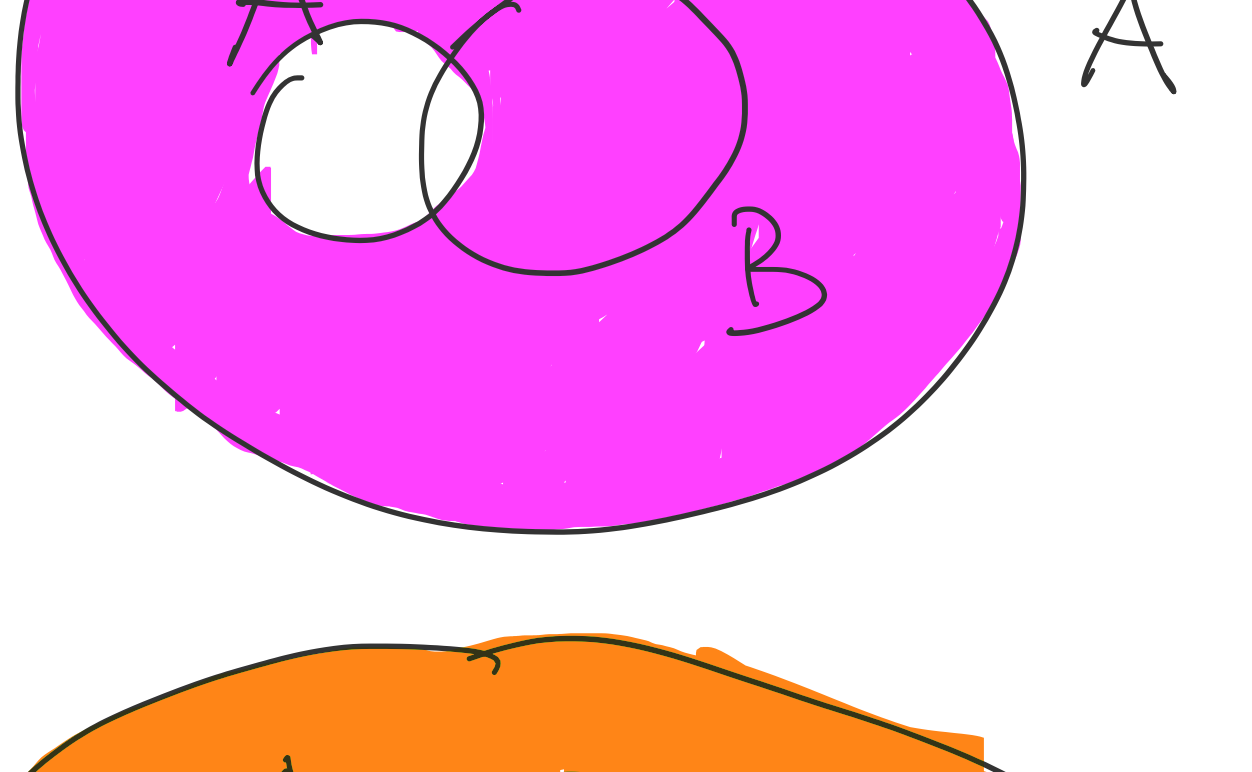
si legge

esiste ed è unico x opp. a U tale che P è vera

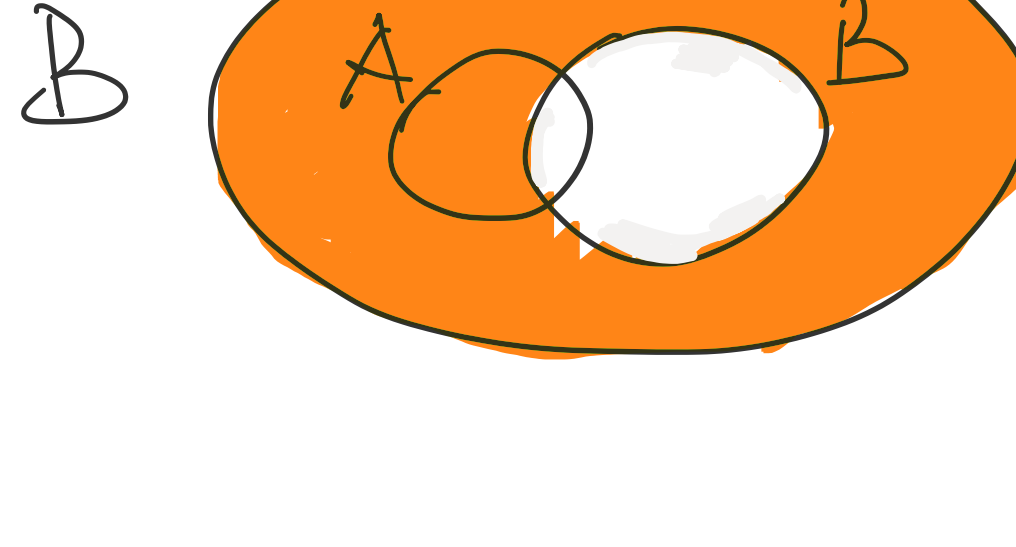
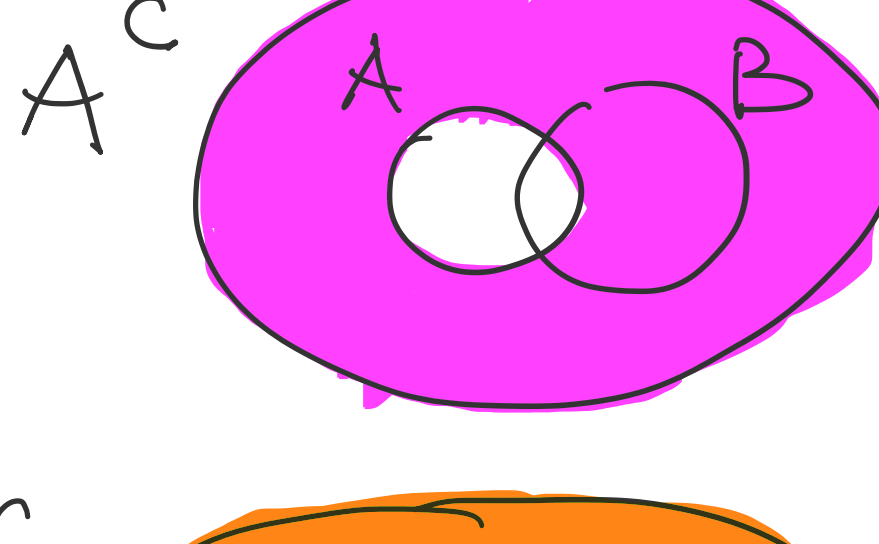
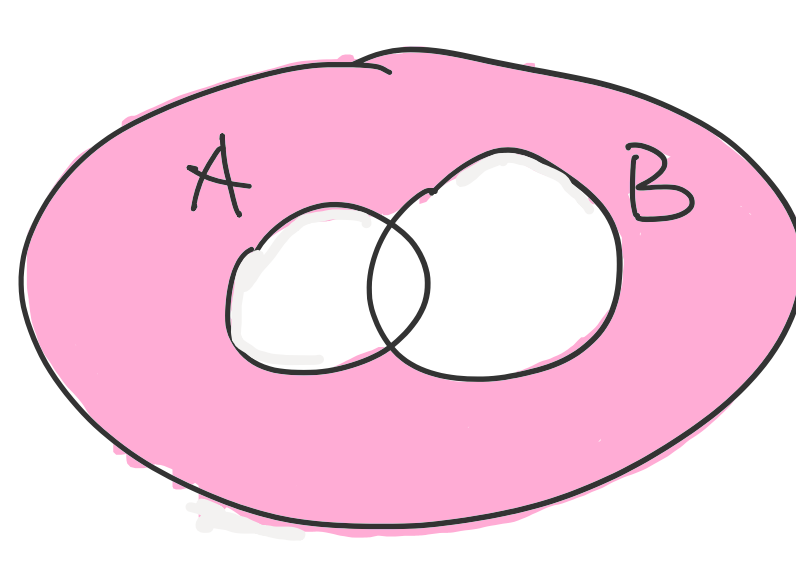
$\exists!$ QUANT. DI ESISTENZA E UNICITÀ

LEGGI DI DE MORGAN SUGLI

INSIEMI COMPLEMENTARI



$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$



ASSIOMI DI PEANO (Torino 1858-1932)

Definizione assiomatica di $\mathbb{N}$:

- ① $\exists$ il numero naturale 0
- ② ogni numero naturale ha un successore
- ③ Numeri diversi hanno successori diversi
- ④ 0 non è successore di alcun numero e ogni $n \neq 0$ ha un predecessore
- ⑤ Ogni sottoinsieme di numeri naturali che contiene 0 e il successore di ogni proprio elemento coincide con $\mathbb{N}$ (assioma dell'induzione)

Conseguenze: ① $\Rightarrow \mathbb{N} \neq \emptyset$

② $\Rightarrow \mathbb{N}$ è infinito

③ $\Rightarrow 0$ è il minimo

Def: Se $n \in \mathbb{N}$, definisco

$$n+1 = \text{successore di } n$$

$$\forall m \in \mathbb{N}, m \neq 0, m = \underbrace{1+1+\dots+1}_{m \text{ volte}}$$

$$n+m = \underbrace{((n+1)+1)+1+\dots+1}_{m \text{ volte}}$$

Possiamo definire una RELAZ. D'ORDINE

su $\mathbb{N}$

$$\forall n, m \in \mathbb{N}$$

diremo che $n \leq m$ se m è un successore di successori di n , oppure

$$n = m.$$

Altrimenti diremo $n < m$.

$\mathbb{N}$ risulta un insieme TOTALMENTE ORDINATO.