Oggi 2 ore: mar 2 e 4

TEORIA degli INSIEMI

Def Un insieme è un qualunque raggruppamento di oggetti (numeri, colori, persone, ...) di qualsiasi natura, considerati come un oggetto unico.

Esempi ① L'insieme dei pianeti del sistema solare: {sole, terra, luna, marte, ...}

② L'insieme dei numeri naturali pari minori di 5: $\{2, 4\}$ oppure $\{x \mid x \text{ è pari e } x < 5, x \in \mathbb{N}\}$ ("insieme degli x tali che x è pari e x minore di 5, x appartiene a $\mathbb{N}$")

Insieme finito

③ L'insieme dei numeri naturali dispari: $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots\} = \{x : x = 2n+1, n \in \mathbb{N}, n \text{ dispari}\}$ $= \{x \mid x = 2y+1, y \in \mathbb{N}\}$

Insieme infinito

Def Gli oggetti di un insieme si chiamano **ELEMENTI**, o, se è chiaro di quale insieme A si parla, semplicemente **elementi**.

- $a \in A$: a appartiene ad A
- $A \ni a$: A contiene (o include) a
- $b \notin A$: b non appartiene ad A
- $A \not\ni b$: A non contiene (o non include) b

RAPPRESENTAZIONE DI INSIEMI:

① Elencazione esplicita di tutti i suoi elementi

② Caratterizzazione: i suoi elementi soddisfano una o più proprietà

③ Uno dei diagrammi di Eulero-Venn

OSS.

① Gli insiemi sono una collezione di "cose" non importa l'ordine in cui li elenchiamo

② In un insieme di elementi uguali considerati tali (quindi non si dice che sono diversi) $\{1, 1, 1, 1, 1\} = \{1\}$

Def.: Due insiemi sono **UGUALI** se hanno esattamente gli stessi elementi $A = B$

Cioè: ogni elemento di A è anche uno di B e ogni elemento di B è anche uno di A

Def.: L'**INSIEME VUOTO** è un insieme $\emptyset$ che non contiene nessun elemento

OSS: $\emptyset$ è unico

0 non è $\emptyset$

DIAGRAMMI DI EULERO-VENN:

Def.: Dati 2 insiemi A e B, diremo che B è contenuto in A e scriveremo $B \subseteq A$ B è sottoinsieme di A se ogni elemento di B è anche un elemento di A.

$B \subseteq A$ B è sottoinsieme di A

$B \subset A$ B è sottoinsieme proprio di A ($B \neq A$)

ogni $B \subseteq A$

$A \supseteq B$ A contiene B

$A \supset B$, $A \supseteq B$

con $A \supset B$ se e solo se vale ogni volta che $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$ $\Leftrightarrow A = B$

Def.: Siano A, e B, e siano un'**INCLUSIONE** di A in B e una **LEGGE** che associa ad **ogni** elemento di A un elemento di B.

$f: A \to B$ (f: dominio → codominio)

Dominio

Se $a \in A$, scriviamo $f(a)$ **ELEMENTO IMMAGINE** di a TRAMITE f

$f(a) \in B$

Esempio: f : {pianeti} → {stelle magnitudine} → $\mathbb{N}$

f (pianeta) = numero di magnitudine

Possiamo associare in B il sottoinsieme di tutti gli elementi di cui immagini

$f(A)$ = immagine di A ; $f(A) \subseteq B$ $= \{b \in B : \text{esiste } a \in A \text{ tale che } f(a) = b\}$

Es.: A={pianeti}

$f(A)$ = insieme tutti $\in \mathbb{N}$ più $\forall$ $b \in f(A)$, $2 \leq b \leq 6$.

Def.: Se ogni elemento di B è immagine di almeno un elemento di A, diremo che f è **SURIETTIVA**

cioè $f(A) = B$

Def.: Se ogni coppia di elementi $a_1 \neq a_2$, $a_1 \in A$, $a_2 \in A$ ha immagini DIVERSE: $a_1 \neq a_2 \Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$, allora f si dice **INIETTIVA**.

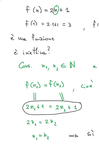
Equivalentemente: f è INIETTIVA se posto $a_1, a_2 \in A$, tali che $f(a_1) = f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$.

Es.: f : {pianeti} → $\mathbb{N}$

$f(e) = \#$ satelliti è INIETTIVA

Def.: Se f è iniettiva e suriettiva, si dice **BIETTIVA**. (BIUNIVOCA)

Es.:



Es.: $f: N \to N$

$f(x) = 2x + 2$

$f(1) = 2 \cdot 1 + 2 = 3$, $f(2) = 6$

è una funzione

è iniettiva?

Cos. $x_1, x_2 \in N$ e supponiamo che

$f(x_1) = f(x_2)$, cioè

$2x_1 + 2 = 2x_2 + 2$

$2x_1 = 2x_2$

$x_1 = x_2$ sì è iniettiva

è suriettiva? non è suriettiva

$f(N) \overset{?}{=} N$

adesempio $8 \in N$

esiste $n \in N$ tale che $f(n) = 8$?

$2n + 2 = 8$?

$2n = 7$ NO

$f(N) = \{\text{numeri dispari}\}$

Se restringo/ codomino:

$\tilde{f}: N \to B$, $\tilde{f}(x) = 2x+1$

$B = \{\text{numeri dispari}\}$

allora $\tilde{f}$ è suriettiva e iniettiva

$B \subseteq N$

(funzione (cioè ci sta funzionalmente) N

Anche all'inizio era? È un problema tecnico. Serve allora dir. a più passi

Def.: Un insieme B si dice INFINITO se esiste un sottoinsieme $C \subsetneq B$ e esiste una funzione $f: C \to B$ BIETTIVA

Def. Un insieme è FINITO se non è infinito.

$B \subset N$ è infinito

10 minuti di pausa

LABORATORIO:

Gioco matematico per scuola primaria

Regole del gioco: ogni giocatore quando è il suo turno deve dire un numero tra 1 e 3, oppure 4 (a seconda di quanto ha scritto l'avversario). Se non ha scritto nessuno dei tre, vuol dire che è il primo turno, dice 1, 2 o 3 tra.

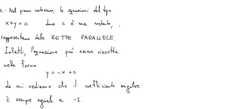
Al loro numero scritto, si prende solo un numero che non è ancora stato preso. Vince chi per primo arriva a 21 esatto.

Si gioca finché qualcuno non ha vinto.

OSS: Non è possibile effettuare 1 unico numero di turni.

PROVIAMO SIMULTANEA DI GIOCO: VALUTARE LE PROBABILITÀ DI VINCITA DEI 2 GIOCATORI, e giocare prima la mossa relativa alla somma meno probabile

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLE FUNZIONI OMOGRAFICHE



OSS: Nel primo esercizio la equazione del tipo $xy + a = 0$ $\quad$ $\forall a \in \mathbb{R}$ non nullo, rappresenta delle RETTE PARALLELE

Infatti, ragionando più come vecchia volta

$y = -x + c$

da cui evidenzia che il coefficiente angolare è sempre uguale a -1.