

Geometria 3 – Topologia

I appello d'esame

Anno accademico 2024-2025

21/1/2026

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.

Tempo a disposizione: 3 ore.

- 1) (7 punti) Sia $U \subset \mathbb{R}^3$ un aperto non vuoto. Dimostrare che U non si può immergere in $\mathbb{R}^2$.
- 2) (8 punti)
 - a) (5 punti) Sia $f: X \rightarrow Y$ un'applicazione propria, con X spazio di Hausdorff e Y compatto. Dimostrare che f è continua.
 - b) (3 punti) Esibire una funzione propria non continua $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (è sufficiente descriverla e disegnare il grafico).
- 3) (6 punti) Calcolare $\pi_1(T^2 \times \mathbb{RP}^2)$.
- 4) (9 punti)
 - a) (1 punto) Scrivere la definizione di metriche equivalenti.
 - b) (5 punti) Dimostrare che due metriche equivalenti su un insieme X inducono la stessa topologia su X .
 - c) (3 punti) Vale il viceversa? (Dimostrarlo o esibire un controesempio).