PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

A.A. 2024/2025 - INGEGNERIA

APPELLO DEL 02.07.2025

1. Dopo averne stabilito l'esistenza, trovare TUTTI i punti di massimo/minimo relativi e assoluti della funzione
$$f(x,y) = y^2 - 3x^2y^2 - y^3$$
sull'insieme definito dalle relazioni $0 \le y \le 1 - 3x^2$.

GLI STUDENTI CHE HANNO SEGUITO IL CORSO NEGLI A.A. PRECEDENTI POSSONO SCEGLIERE DI RISOLVERE IL SEGUENTE ESERCIZIO AL POSTO DEL PRIMO.

1′. Risolvere il seguente problema di Cauchy
$$\begin{cases} u'' + u' + 2u = e^{3x} \\ u(0) = 0 \quad u'(0) = \frac{1}{5}\,. \end{cases}$$

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\sin\big(\frac{n^2\pi - 1}{n^2}\big)\Big)\Big(\frac{1+2x}{1-2x}\Big)^n$$
al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y,z) = \sqrt{x^2 + 3y^2}\,;$$
calcolare $\displaystyle\int_E f$, dove
$$E = \Big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x \ge 0\,,\ y \ge 0\,, x^2 + 3y^2 \le 1\,,\ |z| \le x + \sqrt{3}y\Big\}\,.$$

4. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \to \mathbb{R}^3$ dell'insieme
$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{y^2 + 4z^2} \le x,\ 3 \le x \le 5\},$$
dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^3$. Calcolare
$$\int_{\partial\sigma} \omega\,,$$
dove ω è la 2-forma differenziale definita da
$$\omega(x,y,z) = 2xdy \wedge dz + 3ydz \wedge dx + 4zdx \wedge dy\,.$$