PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

A.A. 2024/2025 - INGEGNERIA

APPELLO DEL 04.06.2025

FILA A

1. Dopo averne stabilito l'esistenza, trovare TUTTI i punti di massimo/minimo relativi e assoluti della funzione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$
sull'insieme definito dalle relazioni $9y^2 \geq x^2 + z^2$, $|y| \leq 1$.

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{1}{n^2} \Big(\frac{x-1}{x+1}\Big)^n \quad x \in \mathbb{R}.$$

3. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \to \mathbb{R}^3$ dell'insieme
$$M = \Big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0\,,\ z \geq 0\,,\ 1 \leq y = \sqrt{x^2 + 4z^2} \leq 2\Big\}\,,$$
dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^2$. Calcolare quindi $\int_\sigma f$, dove $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ è la funzione definita da
$$f(x, y, z) = xz\,.$$

4. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \to \mathbb{R}^3$ dell'insieme
$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + 4z^2} \leq y, 1 \leq y \leq 2\},$$
dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^3$. Calcolare il flusso del campo
$$F(x, y, z) = (3x, 4y, 5z)$$
attraverso $\partial\sigma$.