PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

A.A. 2024/2025 - INGEGNERIA

APPELLO DEL 18.06.2025

1. Dopo averne stabilito l'esistenza, trovare TUTTI i punti di massimo/minimo relativi e assoluti della funzione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f(x, y, z) = e^{x^2+y^2+z^2}$$
sull'insieme definito dalle relazioni $4x^2 \geq y^2 + z^2$, $|x| \leq 2$.

GLI STUDENTI CHE HANNO SEGUITO IL CORSO NEGLI A.A. PRECEDENTI POSSONO SCEGLIERE DI RISOLVERE IL SEGUENTE ESERCIZIO AL POSTO DEL PRIMO.

$1'$. Risolvere il seguente problema di Cauchy
$$\begin{cases} u'' + u' + u = e^{2x} \\ u(0) = 0 \quad u'(0) = \frac{1}{7}\,. \end{cases}$$

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\arcsin \frac{1}{n^2} \Big) \Big(\frac{1+x}{1-x} \Big)^n$$
al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \to \mathbb{R}^3$ dell'insieme
$$M = \Big\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0\,,\ z \leq 0\,,\ 1 \leq y = \sqrt{x^2 + 9z^2} \leq 3 \Big\}\,,$$
dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^2$. Calcolare quindi $\int_\sigma f$, dove $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ è la funzione definita da
$$f(x, y, z) = xz\,.$$

4. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \to \mathbb{R}^3$ dell'insieme
$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + 9z^2} \leq y, 1 \leq y \leq 3\},$$
dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^3$. Calcolare
$$\int_{\partial\sigma} \omega\,,$$
dove ω è la 2-forma differenziale definita da
$$\omega(x, y, z) = 3x dy \wedge dz + 4y dz \wedge dx + 5z dx \wedge dy\,.$$