

Nome e Cognome

Esercizio 1. (2+2+2+2 pt, i risultati vanno giustificati)

i) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{e^{x^2} - 1} = \boxed{},$$

ii) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x \right) x = \boxed{},$$

iii) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x} = \boxed{},$$

iv) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log(\sin x) \log(\cos x) = \boxed{},$$

Esercizio 2. (10 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = (x^2 - 1)e^x$$

determinando

i) dominio:

ii) segno:

$f(x) > 0$ per
 $f(x) = 0$ per
 $f(x) < 0$ per

.

iii) limiti alla frontiera del dominio:

iv) derivata prima $f'(x) =$

e suo segno.

v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo.

vi) Derivata seconda $f''(x) =$

e suo segno.

viii) Grafico di f .

Esercizio 3. (2+2 pt) Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Supponiamo che $f(0) = 0$ e $f(1) = 3$.

i) È possibile che $f([0, 1]) = [0, 1] \cup [2, 3]$? Giustificare la risposta.

ii) È possibile che $f([0, 1]) = [-1, 4[$? Giustificare la risposta.

Esercizio 4. (3 +3 pt)

i) Si calcoli

$$\int_1^2 x^3 \log x^2 dx = \boxed{},$$

ii) Si calcoli

$$\int x \sin x dx = \boxed{},$$