

Nome e Cognome

Corso di studi Del Santo ☐ Fonda ☐

Esercizio 1. (1+3+1+3 pt)

Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \log \sqrt{x} = \boxed{}, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\ln(x - \frac{\pi}{2})}{\tan x} = \boxed{}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(e^x + 1)}{x} = \boxed{}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2}{1 + 3x^4} \ln(e^{x^2} + 1) = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{2x - 3},$$

determinando:

i) Dominio:

.

ii) Segno:

.

iii) Limiti importanti:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$

e suo segno.

vi) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vii) Derivata seconda $f''(x) =$
e suo segno.

viii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

ix) Eventuali simmetrie.

x) Grafico di f .

Esercizio 3. (3+2+2 pt)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte tale che

$$f'(x) > 1 \quad \text{per ogni } x \in \mathbb{R}.$$

Dimostrare che:

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty;$

ii) il grafico di f interseca la retta $y = x$ in al più un solo punto;

iii) fornire un esempio di una tale funzione f il cui grafico non interseca la retta $y = x$.

Esercizio 4. (4+4 pt)

Si calcolino:

$$\int_{-2\pi}^{2\pi} x \cosh(x^2) dx = \boxed{}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^5} \int_{3x}^{4x} \sin(t^4) dt = \boxed{}.$$