

Nome e Cognome

Corso di studi Del Santo ☐ Fonda ☐

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+3+4 pt)

Si calcolino i seguenti limiti

i)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+2x) - 2x}{x^2} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 (\sqrt[3]{x^3 + 1} - x) = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{\sin x}{x}\right)}{x^2} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = xe^x,$$

determinando:

i) Dominio:

.

ii) Segno:

.

iii) Limiti importanti:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

vi) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vii) Derivata seconda $f''(x) =$
e suo segno.

viii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

ix) Grafico di f .

x) Dire, al variare di α in $\mathbb{R}$, quante soluzioni ha l'equazione

$$xe^x = \alpha.$$

Esercizio 3. (3+3 pt)

i) Si scriva la formula di Taylor con il resto di Peano per la funzione

$$f(x) = \log(\sin x) \quad \text{con } x_0 = \frac{\pi}{2} \text{ e } n = 2.$$

- ii) Si calcoli il valore di $\cos(\frac{1}{10})$ con un errore inferiore a 10^{-6} .

Esercizio 4. (2+2+4 pt)

- i) Si calcoli

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx = \boxed{},$$

- ii)

$$\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \int_x^1 \log t^2 dt = \boxed{}.$$