

Corso di Laurea in Intelligenza Artificiale e Data Analytics

Esame di Analisi Matematica 1 – 24/01/2023 Fila B

Nome e Cognome

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+2+3+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, giustificando le risposte.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + x}{x - \sqrt{x}} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \log(1 + \tan x)}{\sin^2 x} = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x^4}}{x \tan x} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 \sqrt{x^2 - 1} - 2x^4 + x^2 = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x}{1-4x} e^x$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Segno:

iii) Limiti agli estremi del dominio:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$

e suo segno.



vi) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vii) Derivata seconda $f''(x) =$

ix) Grafico di f .

x) Dire, al variare di α in $\mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione

$$\frac{x}{1-4x} = \alpha e^{-x}.$$

Esercizio 3. (1+2+2 pt)

Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile fino al secondo ordine e tale che

$$f(-2) = 0, \quad f(0) = 0 \quad \text{e} \quad f(2) = 0.$$

i) Si provi che esistono almeno due punti di $] -2, 2[$ in cui f' si annulla.

ii) Si provi che esiste almeno un punto di $] -2, 2[$ in cui f'' si annulla.

ii) Si provi che se f è convessa allora f è costante.

Esercizio 4. (2+2+3 pt)

Si calcoli

i)

$$\int 1 + x \cos^2 x \, dx =$$

ii)

$$\int_1^2 \frac{e^x}{e^x - 1} dx =$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_x^{2x-1} \frac{1}{2 + \sin t} dt}{x - 1} = \boxed{}.$$