

Corsi di Laurea in IADA – Chimica
Esame di Analisi Matematica 1 – Matematica 1 con esercitazioni
19/01/2024 – Fila B

Nome e Cognome.....

Corso di Laurea **IADA** ☐ **Chimica** ☐

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+2+3+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, **giustificando le risposte**.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 + x^2 + \sin x}{x^2 - x^4 + \cos x} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x^3}{\tan(2\pi x)} = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 - \sqrt{1+x})}{\arctan x} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x - \sqrt{1-x}}{\log(\log(e+x^2))} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt, di cui 3 per l'ultima domanda)

Si studi la funzione

$$f(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$$

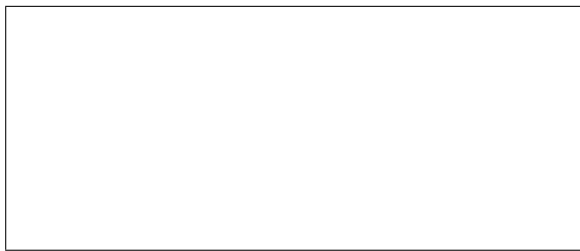
determinando:

i) Dominio:

ii) Limiti agli estremi del dominio:

iii) Derivata prima $f'(x) =$

iv) Segno della derivata prima:



v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vi) Segno di f .

vii) Grafico di f .

viii) Dire, al variare di α in $\mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione

$$\frac{e^{-x} - 1}{x} = \alpha.$$

(sugg. Studiare brevemente la funzione $g(x) = \frac{e^{-x}-1}{x}$, utilizzando quello che si sa sulla $f(x)$ vista prima.)

Esercizio 3. (1+2+2 pt)

Sia $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e tale che

$$f(0) = 1, \quad f(1) = -1 \quad \text{e} \quad f(2) = 2.$$

i) Si provi che esistono almeno due punti di $]0, 2[$ in cui f si annulla.

ii) Si provi che esiste almeno un punto di $]0, 2[$ in cui f' si annulla.

iii) Si provi che f non può essere concava.

Esercizio 4. (2+2+3 pt)

i) Scrivere la formula di Taylor con il resto di Lagrange per la funzione

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{4}}$$

con $x_0 = 0$ e $n = 3$.

ii) Calcolare

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x(\cos x)^2 dx = \boxed{}.$$

iii) (IADA) Dire se la funzione $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \int_{1+x}^{1+2x} \log(1 + e^t) dt.$$

è crescente sull'intervallo $[0, 1[$.

iii) (Chimica) Dire per quali valori di $\beta \in [0, +\infty[$ è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \cos\left(\frac{1}{n^\beta}\right) \sin\left(\frac{1}{n^\beta}\right).$$